**On modelling the structural quasiness of complex systems**

Mustefa JIBRIL

School of Electrical & Computer Engineering, Dire Dawa Institute of Technology, Dire Dawa, Ethiopia

[mustefa.jibril@ddu.edu.et](mailto:mustefa.jibril@ddu.edu.et)

**Abstract***:* Complex systems are usually represented by structurally invariant models acquiring their characteristic properties in simulations. This approach ssumes and infers idealized simplifications to models these systems. We consider this standard approach as omitting crucial features of phenomenological interaction mechanisms related to processes of emergence of such complex systems. We consider, as the main feature, the quasiness of the structural dynamics that generate complex systems. Generation achieved through prevalently coherent sequences and combinations of interactions. Quasiness (dynamics of loss and recovery, inhomogeneity, multiplicity, non-regularity, and partiality) represents the incompleteness of the interaction mechanisms. Complex systems possess local coherences corresponding to the phenomenological complexity. Complex systems are considered quasi-systems, not always systems, not always the same system, and not only systems. We address problems of representing the quasiness of coherence (quasicoherence), such as the ability to recover and tolerate temporary levels of incoherence. The main results of the study focus on modelling quasicoherence through the changing of rules in models of emergence. This is in contrast to models of fixed structural rules allowing only parametrical variations. We present a version of standard analytical approach compatible with quasiness of systemic emergence and related mathematical issues. The same approach is considered for networks, artificial neural networks, and we introduce the concept of quasification for fixed models. Finally, we assert that suitable representations of structural dynamics and its quasiness are needed to model, simulate, and adopt effective interventions on emergence of complex systems. In direct contrast to standard methods that only consider their properties.

[Mustefa JIBRIL. **On modelling the structural quasiness of complex systems.** *Researcher* 2022;14(1):67-86] ISSN 1553-9865 (print);ISSN 2163-8950(online). [http://www.sciencepub.net/researcher. 7](http://www.sciencepub.net/researcher.%207).

doi:[10.7537/marsrsj14012](http://www.dx.doi.org/10.7537/marsrsj140122.07)2.07.

**Key-Words***:* Coherence, Emergence, Incompleteness, Interaction mechanism, Quasification, Quasiness.

**1 Introduction**

The purpose of this article is to consider approaches

that model complex systems. This includes collective

systems, intended as generated, emergent through

designed, detected, or inferred multiple*interaction*

*mechanisms* (combinations of interactions).

The approach detailed here considers*quasiness*,

defined as generic specification, attribute the

acquisition of emergent properties and processes (as

interaction mechanisms). Thisincludes

inhomogeneity, multiplicity, non-regularity, partial

synchronizations and partially different

combinations. Quasiness is considered a feature of

interaction mechanisms (idealized or inferred) and

structural dynamics (the processes of change over

time). Is the predominant aspect of quasiness,

indeterminacy and incompleteness (given, for

instance, by incomplete occurring of a process

terminated early; incomplete initial conditions;

incomplete iterations; partial consideration of the

values of variables and their combinations)

characterizing real phenomenological interactions of

emergence? Determination and completeness are

ideal simplifications for modelling essential aspects

of phenomena. Idealized modelling, considered

reliable since it captures crucial properties, fails to

consider quasiness.

In this study, we consider such quasiness as

predominant property in modelling phenomena and

mechanisms of emergence of complex systems when

the purpose is to act on them, e.g., induce, orient,

vary, deactivate, and merge them.

At this regard we mention how previous research

Investigates the theoretical incompleteness of

emergence phenomena [1].

Quasiness of complex systems emergent from

multiple interaction mechanisms is characterized by

quasi-coherence (quasiness of coherence, intended,

in short, as long-range correlation and scale freeness,

see Section 4.1). Understood as dynamic sequences

or combinations of coherences of variable ranges,

their loss and recovery, inhomogeneity and

irregularity. The dynamics of local, possibly globally

temporal, coherences in processes of emergence [2]

is related to the countless instantaneously equivalent

configurations of elements. For example, flock of

birds, equivalent with regard to the different

combinations of interacting entities. More precisely,

quasi-coherence is a property of the nonlinear

changing of rules constituting multiple interaction

mechanisms generating emergence. This is in

contrast to fixed or equivalent structural rules that

allow stable configurations with only parametric

change.

Multiple changing rules of the interaction

mechanisms represent phenomenological structural

dynamics that are only partially considered in fixed

parametric models. Simulations focus on properties

rather than on their processes of acquisition and of

emergence.

We introduce examples of mathematical approaches

useful for ideal modelling of quasiness of complex

structures and multiply emergent systems. In Section

2, we briefly define some introductory concepts

useful for the following topics: interaction

mechanism, structural dynamics, self-organization,

emergence, grey systems, fuzzy systems, multiple

systems, quasiness, complex systems and theoretical

incompleteness. In Section 3, we present a concise

overview of approaches to modelling complex

systems.

In Section 4, we deal with analytical and network

Modelling of quasiness and introduce the

quasification of fixed models. In particular, in

Section 4.1, we consider consolidated approaches to

modelling, representing coherence, dealing with

Synchronized Multiple Synchronizations, Local

Couplings, Covariance, Correlation and Cross-

correlation. In Section 4.2, we present mathematical

proposals for analytic and network modelling of

quasiness. In subsection 4.2.1, we consider classic

models based on fixed rules. In subsection 4.2.2, we

introduce approaches to modelling based on variable

rules. This proposal is an analytical approach to

modelling the quasiness of the structural dynamics of

Phenomenological interaction mechanisms

supporting emergence. In subsection 4.2.3, we

consider how this approach may be also implemented

with networks having changing linkage. In

subsection 4.2.4, we consider the possibility to

quasify models based on fixed rules. What is

introduced in the three previous subsections is a

theoretical background for modelling the quasiness

of complexity*.* In subsection 4.2.5, we present a

general view on the novelties introduced.

In Section 5, we present a final summary. Finally, in

Section 6, we introduce issues for further research.

Briefly, the original contributions of the article are as

follows:

•  When simulating a complex system, it is

insufficient to generate an artificial system that

possesses certain properties characteristic of that

system. It is necessary to properly simulate

interaction mechanisms, allowing suitable

reactions to structural interventions.  For

example, models of complex systems showing

correlation, scale-freeness, and power laws may

adequately recreate features insufficient to

model the interaction mechanisms supporting

emergence and reactions to external

interventions. In particular, we recall that

correlations do not imply causality [3]. It is also

a matter of recognition of the inadequacy of

pursuing unique, optimum, complete models of

complex systems constructed of time-dependent

variables instead of modelling with time-

dependent rules. This is related to the general

quasiness of complex systems. That is, their

being not always systems and not always the

same systems. The model's properties change

over time, even through multiple coherences are

present when scale-freeness endures.

•  Modelling complex systems is focused on the

theoretical incompleteness of quasiness of their

detected, inferred, ideally modelled, or

represented phenomenological interaction

mechanisms generative of the emergent

characterizing properties. Not on their

characteristic properties alone. Such models are

here, however even if at different levels and

modalities, constituted of time-dependent rule

sets, for example, systems of differential

equations or network linkages. These represent

quasiness of structural dynamics of complex

systems. Modelling in this manner is assumed to

be suitable to simulate not just complex systems

behaviours and their acquisitions of properties

(rather than acquired properties) but also the

proper reactions to external interventions in their

entirety and not only in reference to specific

properties.

• The variability of rules charactering models of

quasiness of complexity. In Section 4.2, we

introduce examples of related mathematical

approaches, both analytical and based on the

science of networks. We also introduce the

concept of*quasification* for fixed models.

This is the fundamental conceptual innovation

proposed in this article.

We conclude by stressing that understanding

how complexity can be generated and

represented by structural dynamics in the context

of the quasiness, rather than assuming invariable

representations very far from the dynamics and

multiplicity of reality, enables the design of more

suitable and realistic models of the system.

**2 Introductory concepts**

To aid the reader, in this section, we briefly

summarize some conceptual aspects in this research

area. Namely, characteristics of complex systems and

related concepts. In the literature, these concepts are

widely elaborated. Here, we review the concepts of

interaction mechanism, structural dynamics, self-

organization, emergence, grey systems, fuzzy

systems, multiple systems, quasiness, complex

systems and theoretical incompleteness. Citations are

abridged from the available literature to those useful

later in the article.

**2.1 Interaction mechanism**

The elementary understanding of ‘interaction’

occurring between pairs, is that “one’s behaviour

depends on another’s behaviour”. On the concept of

interaction, Von Bertalanffy wrote [4, p. 19]:

“Application of the analytical procedure depends on

two conditions. The first is that interactions between

‘parts’ be nonexistent or weak enough to be neglected

for certain research purposes. Only under this

condition, can the parts be ‘worked out’, actually,

logically, and mathematically, and then be ‘put

together.’ The second condition is that the relations

describing the behavior of parts be linear; only then

is the condition of summativity given, i.e., an

equation describing the behavior of the tota1 is of the

same form as the equations describing the behavior

of the parts; partial processes can be superimposed to

obtain the total process, etc. These conditions are not

fulfilled in the entities called systems, i.e., consisting

of parts ‘in interaction.’ The prototype of their

description is a set of simultaneous differential

equations, which are nonlinear in the general case. A

system or ‘organized complexity’ may be

circumscribed by the existence of ‘strong

interactions’ or interactions which are

‘nontrivial’non-trivial’, i.e., nonlinear.” (See the

system of simultaneous differential equations (1)

reported in section 3.2).

An interaction mechanism is given by multiple

combinations of interactions. An example of generic

interaction mechanism is given by the irregular

combinations of single interactions in Brownian-like

motions and gasses. Interaction mechanisms of

interest here are those that support acquisitions of

coherences and processes of emergence. Dealing

with simulated flocks of boids, beside elementary

assumptions and constraints (such as imposing

collision avoidance, cohesion rules, alignment rules

as in Reynold’s modelling, see subsection 4.2.4), we

consider anisotropic flocking where a case of

interaction mechanism is given by the occurrence of

interaction rules applied by sequences of boids

chosen in any way, such as the elementary:

*if the speed of the closer boid is greater, less or equal*

*to k, then correspondingly keep, increase or reduce*

*of a suitable parameter w the speed.*

We may have countless variations of such rules. For

instance, by context-sensitive computing*k,* the rule

may apply only to specific boids having speed greater

or less than*h*; considering the average speed of the*n*-

closer boids; replacing metrical closeness, for

instance, with topological closeness; replacing speed

with altitude or replacing speed with direction, and

their possible combinations, to be applied generally

or depending on parametric values, etc.

Interaction mechanisms may be considered in a

phenomenological context of applied organizations

constituting structured configurations and rules. We

may have hierarchical, horizontal, functional, matrix

and reticular organizations. There are plenty of

examples such as the military complex, corporate

entities and commercial institutions where rules may

apply in different context-sensitive ways. That is, for

example, commercial rules may be applied in

different ways depending on the products produced

and how they are marketed. Other examples include

organized games such as artificial intelligence games

considered by the game theory [5-7]. In these games,

formalization is possible and permits simulation of

properties.

Another approach to understanding interaction

mechanisms is allowing for self-organizing

processes. These constitute partial regular sequences

of varied, contextually applied configurations of

interaction rules. For instance, partially repeated and

synchronized processes. Some examples include self-

constitution of patterns in Cellular Automata and

the establishment of whirlpools in liquids and air

(hurricanes). Again, formalization is possible and

allows behavioural simulations.

Yet another approach to interaction mechanisms

considers the emergent processes as constituted by

coherent sequences of partial, combined, varied, lost,

and recovered configurations of interaction rules.

The multiple interaction mechanisms of emergence

of collective systems refer to the occurrence of

interactions. For example:

- Variable over time,

- Multiple interactions between the same and

different elements,

- Between multiple elements (clusters),

- In combinations,

- At different intensities,

- With different, and time-varying, start and

duration times,

however sufficient to keep significant subsequent

levels of coherence. The interaction mechanisms of

emergence can have properties such as their regular

or partial recurrence; also including their evolution

and mutation, combination and ability to generate

levels of coherence and multiple local coherences.

Such properties may characterize specific processes

of emergence, as is the case with flock-, swarm-like

behaviours and biological life.

Formalization is more difficult and only possible for

specific properties, for example, for artificial life.

The multiplicity of interaction mechanisms of

emergence may be modelled by considering

dominant aspects such as correlations and self-

similarity. Here we consider the dominant aspect of

quasiness in structural dynamics and in the

occurrence of multiple interaction mechanisms.

Quasiness in models, as in quasiness of

correlations and self-similarity, are expected to make

these mechanisms less ideal but more effective

and realistic.

Furthermore, quasiness is expected to increases the

understanding of collective phenomena in addition to

facilitating structural modifying interventions on

collective phenomena.

The three cases considered above are not precisely

separated and may occur in variable combinations.

**2.2 Structural dynamics**

The introductory concept of structural dynamics is

considered in different ways, including sequential

structural changes of cytoskeletons [8, p. 89].

Different modes of interaction assumed by individual

agents in collective behaviours, complex systems

intended as cascades and sequences of phase-

transition-like changes [9, 10]. In general, structural

dynamics is considered a constituent of acquisitions,

changes, losses, and combinations of structures and

interaction mechanisms. These occur, for instance,

through phase transitions and networks properties [8,

p. 87–102].

**2.3 Self-organization**

Self-organization is assumed to occur when a

population of interacting entities acquires collective

sequences of properties in a phase-transition-like

manner. Having regularities and stabilities, such as

dominant repetitiveness, and synchronicity. The

occurrence of interaction mechanisms has some

regularities such as partial, but predominant,

iterations in a context of quasiness. Examples include

the behavioural patterns of mosquitoes swarming

around a fixed light and whirlpools [8, p. 33-37; 11-

14].

**2.4 Emergence**

A population of collectively interacting entities is

assumed to establish processes of emergence when

acquiring sequences of properties in coherent ways,

they generate long-range correlations. The process of

emergence may be understood as the   occurrence

of possibly multiple simultaneous sequences of

processes of self-organization   when the

corresponding acquired dynamic structures are

coherent (a case is given by the theory of ‘dual

evolution’ for adaptive systems, introduced by

Paperin et al. [15], see also [8]. Emergence may be

understood as a generalization of self-organization in

which partial regularities, synchronization, and

stabilities are substituted by coherences. The multiple

sequences of interaction mechanisms of emergence

generating and supporting complex systems have

quasiness as main feature. That is, their non-regular

recurrence, inhomogeneous applications, partially

occurring, evolution and mutation. Furthermore, this

includes combinations and the ability to generate

levels of coherence, and multiple local coherences.

Examples include collective emergent systems such

as anthills, cities, flocks, the internet, markets,

networks, social systems and swarms. Emergent

systems keep their coherences and are robust to

perturbations [2, 8, 16-20].

**2.5 Grey systems**

Grey systems are characterized by incompleteness

and uncertainty in measurements, information about

composing elements, structures, boundaries,

interaction mechanisms, and the system’s behaviours

[21, 22]. Their incompleteness is not theoretical, as it

can be completed (see point 2.10).

**2.6** **Fuzzy systems**

Fuzzy variables are those whose value is specified as

an allowable range rather than a single value. For

example,*0 < x < 1* instead of*x = 0* or*x = 1* [23-26].

Fuzziness deals with properties of values under the

assumptions of stability and invariability of the

structural representations of the phenomena. Not

about the variability of structures and their properties,

as in the case of multiple interaction mechanisms. It

may be a matter of changing the fuzziness level of

interacting agents. Fuzzy systems use fuzzy values

and dealing with incomplete information. Examples

include incomplete or partially incorrect words for

search engines, and uncertain measurements.

**2.7 Multiple systems**

A multiple system is considered to be a set of systems

whose components simultaneously belong to more

than one system [8, p. 104]. For example, when

multiple networks are constituted by the same nodes

belonging to different and simultaneous networks

[27]. When multiple states of belonging occur, some

multiple systems can be fuzzy.

**2.8** **asiness**

The following instances are examples of the concept

of quasi in the scientific literature. Quasicrystals take

a particular solid form where atoms are arranged in a

structure that is deterministic. They are not periodic

or repetitive as can be observed in normal crystals.

There are patterns where the local arrangement of the

material is regular and stable but not periodic

throughout the material. The characterizing property

is incompletely respected in multiple possible ways

[28]. In thermodynamics, quasistatic processes occur

slowly enough to allow the system to remain in

internal thermodynamic equilibrium. That is, the

volume changes so slowly that the pressure remains

uniform. In physics, quasiparticles possess traditional

particle properties with the exception of localization

[29]. In mathematics, quasiperiodicity relates to

recurrences whose periodicity has components that

are irregular or unpredictable.

Quasiness attributes specifically to the generic

dynamics of the occurrence of incompleteness in

phenomena of emergence. This is particularly the

case in collective phenomena where countless

equivalences occur. For example, in the behavioural

multiplicity of global and local patterns of spatial

positions assumed by single interacting agents (such

as boids in flocks), densities, distributions, acquired

patterns. It is the assumption of local dynamic

configurations that makes dispositions that had lost

their coherence become temporary coherent again [8,

2]. As we will see at the end of this subsection, this is

the case for components of a collective behaviour

acquiring ergodicity as an involuntary consequence

of their movement [30]. Components of populations

are intended to assume ergodic behaviours if their

behaviour is such that when, at any moment in time,

*x%* of the population is in a particular state, then each

component of the population spends*x%* of time in

such state. Ergodicity is a recurrent property of

statistical systems. However, this is a formal and

absolute definition of ergodicity. In real cases, we

consider percentages that establish significant levels

of ergodicity when components assume percentages

of same roles at different times, and simultaneous

different roles, but with the same percentages

establishing quasi-ergodicity.

In the multiple dynamics of emergent phenomena, as

in collective behaviours, large varieties of

instantaneous configurations of elements (e.g., boids

in flocks) are equivalent. For a flock, there are

countless equivalent configurations of the same

flock. Basically, the quasiness specifies the

separation from simplified, ideal representations used

for fixed models, from the phenomenological

processes. Such differences are usually neglected by

idealized models as irrelevant. Here it is considered

as predominant in modelling phenomena and

mechanisms of emergence of complex systems. The

quasiness is related in several ways and levels by

which collective phenomena, may globally, partially

and locally assume, lose, recover and reassume levels

of coherences. The ability to recover and tolerate

temporary levels of incoherence occurring in

predominant or non-predominant properties of

collective systems, where the occurring of tolerance

may be measured in terms of percentages, their

variations, periodicity, and other regularities. This is

different from considering tolerance thresholds. This

is a matter of robustness and resilience of collective

behaviours.

In processes of emergence, quasiness represents the

possibility of the structural dynamics of their

interaction mechanisms to recover, acquire and

temporarily gain inhomogeneous local coherences [8,

p. 153–154]. The attribution of quasiness may be

conceptually generalized to various properties in

correspondence with their non-complete, non-

regular, specific and inhomogeneous occurrences.

This includes indefinite combinations of

phenomenological events and processes. Ideal

models focus on the essential characterizing

properties of a phenomenon, such as the scale

freeness of a collective behaviour. In contrast, we

focus on how these properties are achieved and

maintained. We are not interested in averages only

but on properties of the distributions leading to such

average. In addition to the convergence point, we also

consider the convergence process. For instance, we

may consider a variable*x* with the constraint*0<x<1*.

How constraints are respected is as important as the

constraint itself. That is, sequences of values of the

variable*x* close to the end points, or having regular

fluctuations between them, or fluctuations around the

mean. In the following, we consider the cases of

quasi-systems and quasicoherence and other

concepts introduced later.

Quasisystems (for which there is quasiness in being

systems) are intended as sequences (be they coherent,

temporarily incoherent, resuming the same or

different coherence) of different (possibly fuzzy),

inhomogeneous versions of the same system [8].

Quasisystems can involve any level of fuzzy

belonging, and be locally, or temporarily, not systems

nor the same systems. Furthermore, quasiness can

occur when the same system may operate in both

fuzzy and non-fuzzy ways. Fuzziness in a

quasisystem can take the form of indeterminate

numerical parameters describing its state in the class

of systems. In contrast, the quasiness of systems is

structurally specified by not always being systems,

not always the same system, and not only systems, by

their incomplete processes of resumption and

recovering of properties. As is the case for coherence,

multiple structural dynamics and multiple interaction

mechanisms in collective systems. Fuzziness, on the

other hand, deals with indeterminacy in numerical

indices of state. Quasiness is concerned with the

specification of processes (here interaction

mechanisms supporting emergence). A system is not

‘quasi’ when its multiplicity is reduced to one or very

few systems. However, in some special cases a

quasisystem may be approximated by a single or few

systems. Quasisystems are very realistic and require

suitable approaches, considering and not neglecting

their quasiness as it is used in simplified modelling.

In the subsection 4.2.2 we present possible

approaches.

Quasicoherence (having quasiness in coherence) is

characterized by dynamic coherences of local or

variable range, coherence loss and recovery

processes, combinations of coherences, and

coherences as with long-range correlations. The latter

can be represented by a graphical example of a

stylized flock as quasicoherent quasisystem having

quasiness of multiple complex behaviours, (see Fig.

1). Modelling phenomena of quasicoherence may

include those of remote synchronization based on

indirect information transfer. This occurs when non-

adjacent pairs of entities become substantially

synchronized despite there being no direct structural

connections between them [31-33]. We may consider

the case when the coherence of an emergent

collective behaviour is given (locally, partially,

temporarily) by the occurrence of ergodicity (see, for

instance, [8, p. 161-170; 34, 35]. The same system,

or parts thereof, can be both ergodic and non-ergodic

depending upon the time scale of the observer. For

example, polymers or even temporarily ergodic

systems. As in the concept of quasi-ergodicity as

related to degrees or indices of ergodicity [8, p. 118,

162] recognized as another example of

quasicoherence.

**2.9**  **Complex systems**

Complex systems are systems generated by, and in

which, multiple processes of emergence occur.

Complex systems are therefore quasisystems having

predominant, multiple coherences. In contrast to non-

complex systems, they do not acquire the same

systemic property over time. They implement

continuous processes that establish coherent

structural changes in acquiring properties and

behaviours. Multiple irregularities of quasiness can

be recognized as belonging to multiple processes of

temporary loss, recovery, or partial coherences. That

is, acquisition of properties that adapt and restore

forms of coherence to values that had become

incoherent. Examples of acquired properties are

belonging to the basin of an attractor, correlation

(long range), network properties, polarization and

global ordering, power laws, remote

synchronizations, scale invariance, and self-

similarity. Examples of complex systems include

climate systems, dissipative structures, double

pendulums, flocks, swarms and social systems. They

have multiple properties that vary in value such as

long-range correlations and scale invariance [36-39].

**2.10 Theoretical incompleteness**

Incompleteness occurs as a phenomenologically and

consequently theoretically necessary condition of the

models, even if it is not sufficient for the assumption

of coherences and multiple emergences, in the

emergence of complex systems.

Emergence complex systems are intended as

theoretically incomplete since a single model is not

sufficient for their representation; the system

variables (degrees of freedom) are variable in number

and continuously acquired; non-equivalent properties

are continuously acquired. The emergence of

complex systems requires such theoretical

incompleteness.

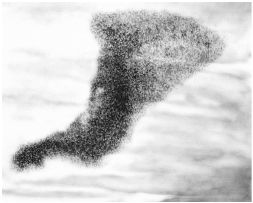
The generic concept of theoretical incompleteness [1,

40-42] can suitably specify the one of quasiness.

Theoretical incompleteness is a property of

phenomena that is incomplete enough to permit

emergence of complex systems. Their multiple



structural dynamics and dynamical coherences are in

the context of equivalences. Completeness is an

‘enemy’ of emergence as it produces single

emergence without leaving a role to equivalences

[43].

Theoretical incompleteness, as theoretical

noncompletability, can be ascribed, for instance, to:

• The Uncertainty Principle in quantum

mechanics, by which accuracy in measuring one

variable is at the expense of another,

• Complementarity in theoretical physics, for

example, between wave and particle natures,

• Partial acquisitions, loses, and recovery of

properties in processes of emergence in

dynamics of equivalences,

• The incompleteness theorems introduced by

Gödel in 1962,

• Partial or non-decidability,

• Non-computable uncertainty when considering

that probabilities must relate to variable

configurations of events and not to improbable

isolated abstract events [44, 45],

• Non-complete, non-explicit, non-univocal and

non-equivalent modelling. Such as the DYnamic

uSAge of Models (DYSAM) based on the

Bayesian method, statistical approaches of

‘continuous exploration’ of events and ensemble

learning as in [8, p. 201–204; 46, p. 64–75].

**Fig. 1** Graphical example of a stylized flock having

quasiness of multiple complex behaviours.

**3 Modelling complex systems**

We now present a concise overview of approaches to

model complex systems. We mention the following

approaches:

a) Considering ideal models that generate data and

assume properties have significant similarities

with the real phenomena [47-50]. This is

especially true for simulations. For instance,

properties of nondeterministic chaos are studied

mainly through simulations.

b) Considering real data related to spatial positions

of entities interacting in 3D. For instance, when

interacting entities are equipped with a global

positioning system (GPS). As used in cars, when

tracking animals in herds, economic values (for

instance prices and share values). This includes

their macroscopic properties such as density and

acquired properties such as scale invariance. We

consider ideal models that work with real data

and are interpolated to model behaviours [51-

54]. The models here are considered simply as

‘models of the system’.

c) We consider ideal models consisting of inferred

constraints by the possible interaction

mechanisms and derived rules of interaction

[55-60]. The models are considered to represent

the real generative interaction mechanisms of

the system and be suitable for simulations.

d) The high level of dispersion, (global) single low

interpolation and the suitability of multiple

interpolations of real data, indicate

phenomenological intense structural dynamics.

In addition to multiple processes of emergence.

This requires the use of sequences of non-

equivalent, different ideal (characterized by a

top-down structure and based on general

principles assumed to be universally valid) and

non-ideal (for instance, data-driven -statistical-,

properties of interpolations, based on artificial

learning and combinations of general principles

-optimization- and specific choices requiring

computer simulations) models. This is the

research issue dealt with in this article. The ideal

and non-ideal models are considered as having

significant correspondence with the real

generative interaction mechanisms of the system

and share their essential, possibly necessary but

not always sufficient, features of quasiness.

We mainly focus on multiple modelling and little on

increasing   and optimizing the levels of

approximation and behavioural simulation (cases a

and b). The interaction mechanisms and their crucial

feature of theoretical incompleteness are represented

by quasiness. This allows for simulations of realistic

reactions to structural changes, external influences

and adoption of adequate approaches to act on the

phenomenon (cases c and d). Currently, this is

conducted by acting on parameters of fixed models

(cases a and b). They are considered reductionist and

inappropriate to represent the real phenomenon and

its interaction mechanisms.

In this article, we focus on cases c) and d) as

𝑥𝑖(𝑛 + 1) = (1 − 𝜀)𝑓(𝑥𝑖(𝑛)) +  𝜀

approaches to be considered when actions are to be

implemented on complex systems. Such as

economic, environmental, medical, and social

systems and where appropriate modelling is

necessary.

**4 Approaches to model coherence,**

**structural dynamics and quasiness.**

**Quasification**

In Section 4.1, we consider consolidated approaches

to model and represent coherence in the cases of

Synchronized Multiple Synchronizations, Local

Couplings, Covariance, Correlation, and Cross-

Correlation. On the other hand, Section 4.2, presents

mathematical proposals for analytic and network

modelling of quasiness. Such proposals are analytical

approaches developed to model the multiplicity and

quasiness of multiple interaction mechanisms, and

their variable but predominant coherences in

processes of emergence.

**4.1 System data value coherence**

Global, local, and multiple coherences are detectable.

For instance, in scale-free correlations among

quantitative and measured properties of system

components. This is without considering or needing

to know how the interaction mechanisms are

modelled or their structural dynamics.

The detection of coherences is very important. They

are significant clues to the existence of consistent

interaction mechanisms of emergence. Which, in

turn, are important to hypothesize about and

implement interventions on the phenomenon.

Usually, the approach is to use a single model that is

either assumed to correspond to a single fixed

idealized interaction mechanism or sufficient to

approximate. This averages the effects of more than

one interaction mechanisms. We consider such an

approximation as a matter of reductionism, since it

neglects structural dynamics of the interaction

mechanisms. Such reductionism may be acceptable

in the simplest cases but not generalizable to highly

complex systems. For these systems the level of

complexity is given, for instance, by the number and

dynamics of the processes of emergence occurring,

the acquired properties, and the quasiness.

Approaches to detect coherence are neither

descriptive nor prescriptive of the interaction

modalities of the components. In our view, the

multiple composed and superimposed

phenomenological interaction mechanisms.

As considered in Section 3.3, the research challenge

is to realize suitable approaches to model generative

interaction mechanisms and their dominant

properties such as quasiness. This should fit

phenomenological data rather than trying artificially

generate data usually achieved through simulations

that approximate effects and properties of the

phenomena (cases a and b, in Section 2).

Let us now turn to well-represented cases of

coherence [61]. In the conceptual framework of

theoretical incompleteness, quasicoherence may be

understood to be represented as the irregular

occurrence of dominant coherences and in their

combination. Related research approaches

concentrate on detection of such quasicoherence and

infer crucial characteristics of the corresponding

possible interaction mechanisms. These approaches

focus on the interaction mechanisms and their

properties instead of confusing simulation of their

effects. This confusion occurs between the

generating mechanisms and their effects. For

example, by considering the geometrician of

cobwebs made by spiders intended as pursued on

purpose having some geometrical-like abilities

instead of behavioural effects. This is also the case

for bees that build space-occupation-optimized

hexagonal cells in their hives, or the birds that build

certain kinds of nests. Even animals that establish

particular kinds of colonies. The effort to artificially

recreate the outcomes of this behaviour ignores the

interaction mechanisms generating such behaviour.

**4.1.1 Synchronized multiple synchronizations**

The phenomenon by which various kinds of

synchronizations are established, which in turn

become synchronized, has been observed in the

human nervous system and for populations of

chaotic systems [11, 38, 62-64]. If the higher-

level synchronization of multiple local

instantaneous synchronizations is maintained,

then it can be considered as a form of coherence

[62]. An example of a model of these phenomena

is given by considering ensembles of globally

coupled chaotic maps (see, for instance [65, p.

155]. The coherence of their dynamics is

described by laws of the form

𝑁

𝑁 ∑ 𝑓 (𝑥𝑗(𝑛))

𝑗=1

occurrence of multiple quasicoherences is to be

understood not in terms of liability or approximations

that may possibly be refined, but as corresponding to

where:

(eq.1)

• 𝑁is the number of chaotic maps,

• 𝑖 = 1,..., 𝑁 is a space index,

• 𝑥𝑖(𝑛) denotes the value of the*i*th map in

correspondence to the discrete time 𝑛 =

0,1,...,

• the function 𝑓(𝑥) is given by 𝑓(𝑥) =

𝑎𝑥(1 − 𝑥) (logistic map) where:

• 𝑎 denotes the non-linearity parameter of

the logistic map and

• 𝜀 denotes the coupling parameter.

*σY* is the standard deviation of*Y*.

Covariance is given by

*Cov*(*X* ,*Y* )   (*x* −*x* )(*y* −*y*)

*n*

where:

(eq.4)

**4.1.2 Local couplings**

1

*xn**yn* *if*  0

We may consider more complicated systems in

which the couplings are local rather than global. This

is the case for chains of coupled limit-cycle

oscillators, see [66], described by equations having a

generic form of the kind

𝜑̇𝑛 = 𝜔𝑛 + 𝐹(𝜑𝑛) + 𝑑(𝑠𝑖𝑛( 𝜑𝑛+1 − 𝜑𝑛) + 𝑠𝑖𝑛( 𝜑𝑛−1 − 𝜑𝑛)

(eq.2)

where:

• 𝜑𝑛 denotes the phase of the*n*th oscillator,

• 𝜔𝑛 its natural frequency,

• 𝑑 a suitable parameter and

• 𝐹(𝜑𝑛) denotes a nonlinear function responsible

for the non-uniformity of rotations of the

 x and y are the means of the data series

and

*n* is the size of the considered sample.

**4.1.4 Cross-Correlation function**

The Bravais–Pearson approach is generalized by

other linear measures, including the cross-correlation

function. Let us consider two time series of length*N*

whose normalized values are denoted by*xn* and*yn*

with zero mean and unitary variance. The cross-

correlation function*CXY (τ)* depends on time lag τ and

varies within the range from −*(N*−1*)* to*N*−1

according to the following law:

*N* −

*CXY* ( ) *N* −*n*1

considered oscillator.

*CXY* (− )

*if*

  0

**4.1.3 Bravais–Pearson coefficient**

It is generally possible to use measures of correlation

by applying the linear approach of the so-called

Bravais-Pearson coefficient [67], see [68] for a

review. This quantity measures the linear correlation

between two sets of data. Namely, the covariance of

two variables being divided by the product of their

standard deviations. Considering that covariance

determines the extent to which two random variables,

denoted by*X* and*Y,* covary. That is, the way they

change in the same way [69]. The Bravais–Pearson

coefficient is essentially its normalized measurement

(with values between*−1* and*1*). This coefficient, as

covariance itself, measures only linear correlations

and neglects other types of relationships [70-72].

Given a pair of random variables*(X, Y),* in a

population, Pearson’s correlation coefficient*ρ* is

given by

(eq.5)

Cross-correlation values can run from*1* (maximal

synchronization) to*−1* (anti-phase signals). In

conceptual agreement with the issues discussed

above, we may consider quasicoherences as partially

occurring in the cases mentioned above. They are

varying locally and valid over time in all possible

combinations.

**4.2 Analytical and network modelling of**

**quasiness. Quasification.**

In this section, we consider two classic mathematical

approaches considered suitable to model structural

dynamics and quasiness. This includes systems of

differential equations and networks. The problem is

to consider idealized approaches to model multiple,

 *X* ,*Y*  

*Cov*(*X* ,*Y* )

*X**Y*

(eq.3)

different, inhomogeneous, local or long-range,

continuous or temporary changes of the interaction

mechanisms occurring in emergent complex systems.

where:

*Cov* is the covariance,

*σX* is the standard deviation of*X* and

**4.2.1 Fixed rules**

In classical approaches to complex systems,

components are assumed to be in fixed numbers and

to interact continuously in the same nonlinear way.

The exception being parametric variation. Moreover,

(1)



acquired systemic properties are assumed to be

generated by fixed models. The classical approach

utilizes techniques to interpolate, model by

considering data properties, preform conceptual

simulations and employ idealistic fitting models.

This approach almost inevitably ignores the real

processes and their properties. It is considered to be

approximated by ideal assumptions and abstractions

Validity of abstract long-range unexplained

correlation, chaotic behaviours, power laws and

polarization [43]. The real generative interaction

mechanisms and their properties, such as quasiness,

are rarely inferred and most often remain unknown

and neglected. They are assumed to be suitably

represented by fixed models and the properties of

models from data [2].

Conversely, in this study, we consider (see

subsection 4.2.2) representations and properties of

changes in the compositions of the applied

interaction mechanisms. Such representations and

Properties are indispensable and predominant

Characteristics of phenomenological interaction

processes leading to constituent emergence. This

approach is supposed to allow realistic simulations in

the presence of environmental changes and external

perturbations. This also enables more of a systemic

structural understanding that is needed to design

interventions on complex systems.

An example of the first case (fixed rules) is given by

the classic analytical definition of a system, denoted

by*S*, as mentioned in paragraph 2.1. Consisting of*n*

interacting elements*pi* for which there exist some

measurements*Qi* (*i =* 1*,* 2*, …, n*). In the simplest case,

such as the occurrence of a finite and stable number

of elements,*S* may be ideally identified by

instantaneous*Qn* values and by their time evolution.

This is represented by a system of coupled, first-

order, ordinary differential equations [4, p. 56],

*dQ*1*/dt = f*1*(Q*1*, Q*2*, … Qn)*

*dQ*2*/dt = f*2*(Q*1*, Q*2*, … Qn)*

*…………………………….*

*dQn/dt = fn (Q*1*, Q*2*, … Qn)*

(eqs.6)

The assumption is that model (1) identically and

generally applies to modelling systems. The

interaction mechanism is also considered coinciding

with system (1). It is supposed to model the

phenomenological structural dynamics in a

simplified and reduced way and, therefore, its effects

on properties of*pi* are directly related to*Qn*.

Among the many possible examples, we mention the

well-known Lotka–Volterra equations [73]. This

models a system of interacting prey and predators



*dx/dt = ax − cxy*

*dy/dt = −bx + cxy*

(eqs.7)

where*x* is the density of prey individuals,*y* the

density of predators,*α* is the intrinsic rate of prey-

population increase,*β* denotes the predation rate

coefficient,*γ* the predator mortality rate and*δ* the

reproduction rate of predators per eaten prey.

Another well-known example is given by the so-

called Lorenz equations [74] that model the

occurrence of deterministic chaos. That is, sensitive

dependence on initial conditions is the essence of

deterministic chaotic systems. We have

𝑑



𝑑𝑡 𝑥(𝑡) = 𝜎 (𝑦 − 𝑥)

𝑑

𝑑𝑡 𝑦(𝑡) = 𝑟𝑥 − 𝑦 − 𝑥𝑧

𝑑

𝑑𝑡 𝑧(𝑡) = 𝑥𝑦 − 𝑏𝑧

(eqs.8)

where*r*,*b*, and*σ* are control parameters.

The above is included in the conceptual framework

adopted by various models of collective behaviours.

For example, flocks, swarms, fish schooling

simulators, see [47, 50, 51, 53, 75-80].

Our approach is to focus and identify high-

representative macroscopic laws that are assumed

appropriate to approximate the phenomenological

interaction mechanisms leading to microscopic

behaviours of*pi*.

Often, such high-representative laws (correlations,

power laws, scale invariance and self-similarity and

statistical distributions) are assumed first as models

of the generative interaction mechanisms. They are

then considered as the structural dynamics of the

phenomena. This may be acceptable for a certain type

of simulations where the approximation is sufficient

for studying. This is the case for evolutionary

phenomena, and special cases such as strange

attractors, distribution and convergence. On the other

hand, it is misleading when used to act by using such

laws, understood as models of the generative

interaction mechanisms. This can lead to confusion

over the acquired properties, processes of acquisition

of properties, and properties of the interaction

mechanisms.

**4.2.2 Variable rules**

At this point we consider possible approaches

representing structural variations, for instance

when in (eqs.6)*fn* changes in*fn,t* as in the system

of equations (eqs.9),



*dQ*1*/dt = f*1*,t (Q*1*, Q*2*, … Qn)*

*dQ*2*/dt = f*2*,t (Q*1*, Q*2*, … Qn)*

*…………………………….*

*dQn/dt = fn,t (Q*1*, Q*2*, … Qn)*

or selection of*fn,t* occurring on real data, we may

(eqs.9)

The crucial aspect is that the temporal systemic

Interdependence between *fn,t*, the mutual

definition in terms of each other of*dQn/dt*,

preserves their coherence. In an ideal system

(eqs.9), the structural significance of time is

related to the selection of valid*fn,t,* or of the

transient non-applicability of any of them, or the

usage of new nonequivalent but admissible ones.

This, for example, is the case in non-smooth

transitions. Consequently, we may determine in

time*t* the variables*Qn.* This includes the related

variables of*fn,t* and the possible transient non-

involvement in*fn,t* of some*Qk (0 ≤ k ≤ n*). We

may consider*Qk =* 0 until the complete non-

involvement when*k = n* leads to the situation as

represented in the system of equations (eqs.10)

when momentary new variables*Qn +*1 and*fn+*1*,t*

Are considered. Such dynamics in

Representations is considered to be

Corresponding to processes of structural

dynamics.

However, due to the dynamics, variability and

fuzziness of the phenomenological multiple

interaction mechanisms we face a situation

which is analytically intractable. The variability,

the sequences of*fn,t* analytically represent the

Quasiness of the multiple interaction

mechanisms. In modelling the quasiness of

phenomenological dynamics of quasicoherent

collective phenomena, specific variable sets of

dominant interaction rules are considered. In this

way, quasiness is modelled by considering such

sets of rules. We select mechanisms depending

on their ability to represent the real phenomenon.

Realistically, by implementing simulations

with available data we can consider context-

sensitive processes from combinations of

previously used*fn,t*.. For example, this can be

achieved using optimization criteria, and

artificial learning processes, through Recurrent

Neural Networks (RNN) [81]. It is possible to

figure out the possibility of identify generic

approaches with effective simulations. This can

then be used to anticipate characteristic

behavioural aspects of specific categories of

complex systems. Furthermore, in the inferring

(4)

consider cases in which sequences of data

available are locally interpolated.

By using appropriate approaches, we may

consider local sequences with significant

interpolation and infer or select suitable local and

partial*fn,t*. It is one thing to interpolate the global

evolutionary path of the system (for example of

the variables*Qn*) but it is quite another to identify

the*fn,t* that model partial sequences of the

system. They should correspond to the

occurrences of different interaction mechanisms.

Where there are multiple and partial

interpolations, their coherence is

phenomenological. The challenge is to suitably

represent this situation. This is the case when

local  polynomial  interpolation  fits  many

polynomials  within  specified  overlapping

neighbourhoods. These  solutions  may be

optimized by using suitable algorithms.

This finally leads to a possible formalization of

structural variability, as in the ideal system of

equations (eqs.10),

*dQ*1*/dt = f*1*,t (Q*1*, Q*2*, … Qn)*

→ (regular involvement at time*t*)

*dQ*2*/dt = f*2*,t (Q*1*, Q*2*, … Qn) ≡ dQ*2*/dt* *=*

*f*2*,t−*1*(Q*1*, Q*2*, … Qn+*1*)*

→ (state of invariability)

*dQ*3*/dt = f*3*,t (Q*1*, 0, … Qn)*

→ (regular involvement at time*t* except

that*Q*2*=* 0)

*…………………………….*

*dQn/dt = fn,t (Q*1*, Q*2*, … Qn+*1*)*

→ (involvement at time*t* of new,

possibly transient, variables*Qn+*1, …)

*dQn+*1*/dt = fn+*1*,t (Q*1*, Q*2*, … Qn+*1*)*

→ (involvement at time*t* of new, possibly

transient, variables *Qn+*1 and *fn+*1*,t*.

However,*fn+*1,*t* may be introduced without

the introduction of new variable*Qn+*1, and

be applied to previous ones*(Q*1*, Q*2*, … Qn),*

replacing or combining with one or some of

the previous*fn,t*. We deal with multiple

crossing interpolations and corresponding

*fn,t*, considering, for instance, new structural

non-equivalent aspects having different

natures such as trigonometric, exponential

and fuzziness)

(eqs.10)

Therefore, the same complex system may be

modelled by different versions of the systems of

ordinary differential equation of type (eqs.10). In this

case, we have multiple and simultaneous, possibly

overlapping, models that when taken together

constitute effective modelling over time.

Modelling emergence of highly complex systems

using (eqs.10) correspond to the multiplicity of the

generating interaction mechanisms having quasiness

as main feature. That is, their non-regular recurrence,

inhomogeneous applications, partial occurring and

possible combinations. Coherence is given by the

constraint of being in a system of equations.

Moreover, the variety of models of the type (eqs.10)

may not apply to the whole system homogeneously.

This depends on the real phenomenology and areas

of the system which are modelled according to

variants of the model. Some examples of zones

include the boundary and central parts of the system,

as in the dynamics of flocks or swarms.

**4.2.3 Networks**

The analytical representations depicted by (eqs.10)

have an interesting conceptual correspondence to

network representations of complex systems. The

Science of Networks [82-85] represents systems as

networks and systemic properties as network

properties. The quasi and irregular roles of the

equations in (eqs.10) corresponds to situations when

the linkages between nodes over time are not static.

That is, irregular, context-sensitive, non-linear and

weighted. This situation may occur in a variety of

ways, for instance, when networks are scale-free.

That is, having a high number of nodes with few links

or a small number of nodes with a high number of

links. If the small-world property holds, then most

distant nodes can be reached from every other node

via a small number of intermediate links. This

situation depicts the occurrence of quasi-networks:

networks having variable cluster coefficients, degree

distributions and fitness. The quasiness of networks

is introduced in [86].

Other approaches may consider combinations of

analytical and non-analytic computational processes,

such as artificial neural networks (ANN). This is also

the case for networks changing levels and number of

nodes, such as RNN, (see Fig. 2). This is achieved by

using internal states to process sequences of inputs,

nature-inspired computational approaches [87], and

changing class in cellular automata. We refer to the

classic four classes considered by Wolfram [88] for

the evolution of Cellular Automata characterized by:

1) evolution towards a spatially homogeneous

equilibrium state; 2) evolution toward stable or

periodic attractors with finite spatial extent; 3) the

possibility of chaotic evolutions with unlimited

spatial growth of initial patterns; and 4) occurrence

of localized patterns having great complexity with

the ability to grow and contract.

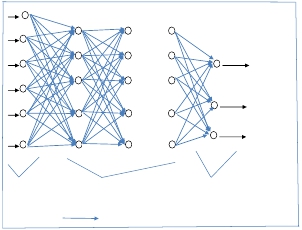
Systems of the type (eqs.10) and variable linkages in

Networks are considered to represent the dynamics of

quasiness in general and, in particular, multiple

interaction mechanisms.

Neuron



Neuron Neuron Neuron

Neuron …..

Neuron Neuron Neuron

Neuron ….. Neuron

(generally or differently by areas or subsets of

interacting entity). For example, with partial

regularities, in variable combinations and with

different parameters. It should be noted that

quasification does not lead to increasing generality or

Neuron

Neuron          Neuron    …..    Neuron

indefiniteness. It does, however, lead to the

….. Neuron

Neuron Neuron Neuron Neuron

specification of quasiness of properties of specific

collective behaviours.

…..

Neuron

Similarly, we may consider the occurrence of quasi-

Neuron Neuron Neuron Neuron

InputLayer Hidden Layers OutputLayer

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

The interconnections are weighed*Wj*

**Fig. 2** A schema of an artificial neural network with

changing layers

**4.2.4 Quasification**

At this point, we may consider the process of

quasification for the usual fixed models and

constraints. Conceptually it is a matter to replace

fixed properties with their inhomogeneity,

multiplicity, non-regularity, and partiality of

different combinations.

Quasification may consist of analytical and network

models transformed into non-continuous sequences

and variable combinations of interaction rules and

linkages. The quasi nature of the system is specified

by the properties of such sequences and

combinations. This includes, partial recurrences

(with non or partial periodicity), random recurrences

and inhomogeneous occurring (interaction rules and

linkages relate to variable significant percentages of

the system’s components).

Regarding varying constraints, we may consider the

behavioural constraints assumed by the well-known

Reynold’s model [54]. The interaction mechanism

being an ideal modelling of flock generations. In

Reynold’s model, the constraints of the interacting

mechanisms for individual components (birds) imply

that they must:

- Have motion pointing towards the average

direction of locally adjacent components

(alignment rules),

- Avoid the crowding of locally adjacent

components (separation rules) and

- Point towards the average position of locally

adjacent components (cohesion rules).

There are many varieties of modalities by which such

constraints may be respected (allowing quasiness)

that further facilitate coherence and emergence.

However, this configuration of constraints (having

whatever formalizations) may be further quasified

when such binding rules apply in different ways

deterministic chaotic systems and quasi Lotka–

Volterra systems applied in a specific way. In the

same way, we may quasify systems of inferred rules

such as interactive behavioural models of

pedestrians, crowd formation, vehicle traffic and

shoaling fish. Of course, we may consider the reverse

processes of ‘undoing’ quasification by reducing the

considered sequences of options until they adopt a

single fixed configuration. This is in conceptual

alignment with the processes that transform a set into

a fuzzy set (and vice versa).

**4.2.5 A general view**

Multiple interpolations and systems of ordinary

differential equations of type (eqs.10) conceptually

correspond to the usage of multiple modelling of

phenomena of emergence. This is established by

multiple interaction mechanisms that are non-

completely analytically representable modellable.

Their modelling requires simultaneous multiple non-

equivalent models as considered by the DYnamic

uSAge of Models (DYSAM). For example, we

mention simulations requiring multiple usage of

different ANN, considered in [46, p. 76-85]. Here

these models are realistic, either DYSAM-like or not

(when the number of ANN used is just one). For the

latter, the modelling is quasi-DYSAM.

In collective behaviours they are not properly

reducible, but primarily not understandable when

considered being due to parametrical changes in the

fixed model of equations used as a general model of

collective behaviours (cases a and b in Section 3).

While partial simulations may be implemented with

such reductions, i.e., the use of single fixed generic

models, simulations of experimental interventions

require more proper modelling that considers not

only approximate structural dynamics.

The cases mentioned for system (eqs.10), of Section

4.2.2, are considered to be examples of models of

structural changes in the interaction mechanisms. In

collective behaviours, they are irreducible and

primarily not understandable as due to parametrical

changes in the fixed model of equations used as a

general model of collective behaviours (cases a and

b, in Section 3). While partial simulations may be

implemented with such reductions, using single fixed

generic models, simulations of experimental

interventions require proper modelling beyond

approximate structural dynamics.

We should use proper modelling when considering

flocks or swarms under attack from a predator and

under sudden environmental perturbations. A

tentative example amenable to this approach is

available on-line [89], see also [90]. This is related to

a flock simulator designed on the basis of a specific

generative interaction mechanism. In this case, the

well-known Reynold’s model, (see Section 4.2.4), for

implementing simulations where at each instant all

microscopic spatial information related to each single

boid is available.

Multiple systems establishing coherent collective

behaviours represent cases modelled as

superimposed quasi-simultaneous systems. As in the

cases of multiple systems of ordinary differential

equations (eqs.10), in Section 4.2.2, and multiple

linkages in networks, in Section 4.2.3.

In models of collective behaviours we deal with the

establishment of coherence and quasicoherences

represented by the occurrence of various phenomena.

This includes scale-free correlations among measures

of various properties that occur at similar times.

Moreover, for significant percentages of components

such as directional, metrical, topological, and

mediated information transfer [91, 48].

The conceptual symbolic case consisting of multiple

simultaneous and possibly crossing systems of

ordinary differential equations (eqs.10) and networks

may have a variety of different versions. This

includes the use of*sub-symbolic* [9] ANN (the

networked, weighted, occurring at different levels,

computational processing of ANN is considered non-

explicit and non-analytically represented. For this

reason, it is called sub-symbolic, whereas the ANN

program is an explicit algorithm, see Fig. 2), nature-

inspired [87, 92, 93] computational approaches and

their combinational change over time. This is

expected when multiplicity relates to the effective

generative interaction mechanisms. The multiple

interaction mechanisms, such as given by*fn,t* in

systems (eqs.9) and (eqs.10), (in Section 4.2.2), and

their quasiness are considered conceptually

equivalent to the inferred generative interaction

mechanisms (see Table 1 for a concise view).

1) Ideal fixed models acquire characterizing

properties of complex systems. For example,

attractors, behavioural, coherences,

correlation and power laws.

2) Ideal fixed models on multiply interpolated

real data and constraints.

3) Ideal fixed models of inferred interaction

mechanisms, constraints suitable to simulate

crucial features and properties of complex

systems.

4) Ideal and quasified fixed models acquiring

characterizing properties in quasi ways. That

is, changes in number, type and applicability

of equations. This occurs in multiple,

simultaneous, possibly overlapping systems

of ordinary differential equation (9) and in a

sequence of partial networks. Changing the

rules, their domain of application and

succeeding each other is considered to

correspond to the structural dynamics and

quasiness of the phenomenological generative

interaction mechanisms. An example is the

quasification of simulation models, e.g.,

agent-based models.

5) Ideal  and quasified fixed models on

interpolations of real data; designed, detected,

inferred constraints. It is a matter of ideal

models of the generative interaction

mechanisms where the focus is on the

designed, detected, or inferred multiple

interaction mechanisms and constraints.

6) Non-ideal models as a mixture of general

principles and of specific choices. For instance

data-driven and based on artificial learning,

properties of interpolations, Big Data

approaches and constraints to the interaction

mechanisms detected from real data of

different nature. Examples are found in 3D

data collected using GPS, stereo-metric and

computer-vision applications and economic

datasets. Typical examples are profiles,

behavioural standards, models as

formalisations of phenomenological

constraints to the interaction mechanisms

(inferred rules of interaction for vehicular

traffic) and shoaling fish. Such non-ideal

models are characterized by quasiness

representing their structural,

phenomenological, and (irregularly) coherent

dynamics.

**Table 1**  Ideal fixed models; ideal quasified fixed

models; non-ideal models.

**5 Final summary**

Standard research and simulation approaches aim to

identify the better fitting interpolative model.

Generating the acquired properties that are supposed

to approximate to the best the phenomenological real

mechanism. Under certain conditions, the

Phenomena of quasiness and quasicoherence, if

applicable, are assumed to be negligible as

microscopically irrelevant on the macroscopic best-

fitting model. These conditions apply when dealing

with populations of generative interaction

mechanisms that are intractable by their

inhomogeneity, limited period of validity,

irregularities and non-repeatability in the application.

This situation corresponds to the microscopic

intractability of components when suitable strategies

are designed to look for statistical properties. (Such

as molecules of a gas, for which statistical

thermodynamics considers only systems of very large

numbers of molecules and neglects details of

individual behaviours).

We assume such omissions are admissible when

considering microscopic data values for components

and their acquired properties. This approach,

nevertheless, hides the structural dynamics of

fundamental importance to the design and execution

of interventions to modify an emergent complex

system hence, permitting the interpretation of

structural interventions on the interaction

mechanisms. While reductionist assumptions, such

as the admissibility of separability, completeness and

finiteness may be contextually effective, they cannot

be generalized, thus, making emergent properties and

mechanisms of emergence*theoretically invisible* [8,

p. 359].

In the absence of hypotheses about, or knowledge of,

the structural dynamics phenomena modifying

interventions are reduced to non-structural,

*symptomatic*, interventions on properties of the

components and on the parameters of the

interpolative models. It is also a matter of reducing

complex systems to non-complex systems and

assuming a suitable simplified approach, which is

often self-defeating [94]. This coincides with the

inability to represent and manage complex

phenomena such as those that occur in economic,

environment (e.g., climate and territorial safety),

medical (e.g., pandemics and migratory capacity and

resistance in collective aggregations of tumour cells

leading to metastases), and social (e.g., criminality)

settings.

Other approaches consist of collecting data from real

phenomena such as using stereo-metric digital

photogrammetry data related to real flocks [48], data

provided by GPS systems, data from ad hoc

electronic devices of coupled oscillators generating

emergence [95, 96], and data of different natures,

such as collective phenomena in economics and of

signals. Such data are usually interpolated, and their

collective properties are assumed to be validating

properties of the interpolative models.

Real, phenomenological interactive mechanisms,

such as for living beings [97, 98] are not intrinsically,

formally, representable and analytically intractable if

not simplified and idealized. However, the non-

explicit phenomenological interaction mechanisms

may be represented by some of their supposed

dominant critical features. In this regard, we

considered approaches such as systems of differential

equations as in (eqs.10) and quasi-networks that can

represent the quasiness of structural dynamics,

supposed as critical systemic feature of

phenomenological interactive mechanisms

supporting emergence of collective systems. This

approach may be applied in reverse to quasify

phenomenological interactions.

We considered here the property of quasiness as

systems of inferred analytical models of

critical feature, as item of an ideal list to be extended

by future research since phenomenological

coherence remains a matter of research, because:

“*Whatever the origin of the scale-free behaviour is,*

*..., the fact that the correlation is almost not decaying*

*with the distance, is by far the most surprising and*

*exotic feature of bird flocks. How starlings achieve*

*such a strong correlation remains a mystery to us.”*

[48] (Cavagna et al., 2010).

**6 Further research**

Research should focus on developing approaches for

multiple modelling using multiple crossed systems of

type (eqs.10) integrated with other sub-symbolic

approaches. This includes ANN with variable, hidden

layers, number of neurons, networks with variable

linkage and nature-inspired computations. We have

introduced conceptual approaches and lines of

research to be implemented by corresponding models

and simulations for experimentation.

It may be fruitful to consider approaches based on

identifying explicit and equivalent possible functions

*fn,t*, based on machine-learning techniques, game

theory, optimization techniques, analogue

processing, and clustering techniques allowing to

consider clusters [8, p. 102-116] rather than

microscopic entities.

The challenge is to develop suitable approaches to

model generative interaction mechanisms that fit the

quasiness of phenomenological data. Such methods

facilitate appropriate structural interventions on

complex systems. The focus should be on ideal or

inferred models of effective generative interaction

mechanisms and their quasiness. However, it might

possibly also proceed by identifying categories of

phenomenological interaction mechanisms of

complex systems. Furthermore, as has happens in

physics, a long-term research perspective might be to

reconceptualize systems as fields rather than as

interacting entities [8, p. 231–233]. The problems

considered here would then be completely redefined.

**7 Conclusions**

Highly complex systems in which multiple processes

of emergence occur, acquiring coherent properties

over time, should not be modelled by adopting the

same approaches used for other systems that possess

stable temporal properties. Consequently, in

modelling complex systems, it is not sufficient just

modelling some crucial properties. Rather, we should

focus on their acquisition processes and their

features. Giving up, the search for the unique and

optimal model constituted of fixed and iterated rules

such as equations and structures of networks.

Dealing with complex systems, modelling and

simulation of specific properties does not correspond

to the simulation of the underlying structural

dynamics of the system and its quasiness. The

quasiness, the opportune incompleteness -allowing

compatibility with processes of emergence of the

models, is intended to constitute the crucial feature of

multiple phenomenological interaction mechanisms.

They are applied in an irregular and inhomogeneous

way in the dynamics of loss, recovery and acquisition

of properties. This occurs in variable ways, for which

a complex system is not always a system, the same

system and not just a system.

In this study, we have introduced mathematical

approaches to represent such theoretical

incompleteness. The quasiness of ideal and non-ideal

models for detected, inferred or represented

phenomenological interaction mechanisms

generative of emergence of complex systems.

Importantly, as we have elaborated in this study,

neglecting the quasiness of complex systems leads to

the adoption of fixed, simplified, optimized ideal

models suitable for non-complex systems or, at most,

for specific properties. This omission involves taking

approaches that are, at the very least, inadequate to

act on the emergence of complex systems. This

includes:

 Changing, regulating and maintaining acquired

properties of emergent phenomena,

 Recognizing phenomena as emergent,

•  Inducing phenomena of emergence in

populations that are collectively interacting,

•  Merging emergent phenomena,

•  Inhibiting or accelerating the establishment

of processes of emergence,

•  Managing the compatibility between

processes of emergence, and

•  Varying the levels and type of quasiness.

These concerns relate to the ability to represent and

manage complex phenomena that occur in examples

of climatic, economic, medical and social settings.

We have presented some possible approaches for

appropriate modelling with attention to structural

dynamics.

The present research article is dedicated to the

memory of Professor Eliano Pessa with whom we

were studying these issues and to celebrate his

valuable interdisciplinary contribution and expertise

in the science of complexity.

*References:*

[1] Minati, G.*Knowledge to Manage the Knowledge*

*Society: The Concept of Theoretical*

*Incompleteness*. Systems 2016. 4(3),

doi:10.3390/systems4030026.

[2] Minati, G.*Non-classical Systemics of quasi-*

*coherence: From formal properties to*

*representations of generative mechanisms. A*

*conceptual introduction to a paradigm-shift*.

Systems 2019. 7(51),

doi:10.3390/systems7040051.

[3] Calude, C.S., Longo, G.*The deluge of spurious*

*correlations in big data*. Found. Sci*.* 2016. 22: p.

595–612.

[4] Von Bertalanffy, L. General System Theory.

Development, Applications, George Braziller:

New York, NY, USA, 1968.

[5] Maynard-Smith, J., Evolution and the Theory of

Games, Cambridge University Press: Cambridge,

UK, 1982.

[6] Vincent, T.L., Evolutionary Game Theory,

Natural Selection, and Darwinian Dynamics,

Cambridge University Press: Cambridge, UK,

2012.

[7] Weibull, J.W. Evolutionary Game Theory, MIT

Press: Cambridge, MA, USA, 1995.

[8] Minati, G., Pessa, E., From Collective Beings to

Quasi-Systems, Springer: New York, NY, USA,

2018.

[9] Licata, I., Minati, G.*Emergence, Computation*

*and the Freedom Degree Loss Information*

*Principle in Complex Systems*. Foundations of

Science 2016. 21(3), 1-19.

[10] Minati, G., Licata, I.*Emergence as Mesoscopic*

*Coherence*. Systems 2013. 1(4),

doi:10.3390/systems1040050.

[11] Boccaletti, S., Kurths, J., Osipov, G.,

Valladares, D.L., Zhouc, C.S.*The*

*synchronization of chaotic systems*. Phys.

Rep. 2002. 366: p. 1–98.

[12] Nagaev, R.F., Dynamics of Synchronising

Systems, Springer: Berlin, Germany, 2002.

[13] Nicolis, G., Prigogine, I., Self-Organization in

Nonequilibrium Systems: From Dissipative

Structures to Order through Fluctuations,

Wiley: New York, NY, USA, 1977.

[14] Pessa, E.*Self-Organization and Emergence in*

*Neural Networks*.*Electron.* J. Theor. Phys.

2009. 6: p. 269–306.

[15] Paperin, G., Green, D. G., Sadedin, S.*Dual-*

*phase evolution in complex adaptive systems*.

Interface 2011. 8: p. 609–629,

doi:10.1098/rsif.2010.0719.

[16] Anderson, P. W., Stein, D. L. Broken

Symmetry, Emergent Properties, Dissipative

Structures, Life. Are they related? In*Self-*

*Organizing Systems: The Emergence of*

*Order*, Yates, F.E., Ed., Plenum: New York,

NY, USA, 1985, pp. 445–457.

[17] Cruchtfield, J.P.*The calculi of emergence:*

*Computation, dynamics and induction*. Phys.

D 1994. 75: p. 11–54.

[18] Johnson, S., Emergence: The Connected Lives

of Ants, Brains, Cities and Software,

Touchstone: New York, NY, USA, 2002.

[19] De Wolf, T., Holvoet, T. Emergence Versus

Self Organisation: Different Concepts but

Promising when Combined. In*Engineering*

*Self-Organising Systems: Methodologies and*

*Applications*, Brueckner, S.A., Di Marzo

Serugendo, G., Karageorgos, A., Eds.,

Springer: New York, NY, USA, 2005, pp. 1–

15.

[20] Scott, A., Nonlinear Science: Emergence and

Dynamics of Coherent Structures, Oxford

University Press: Oxford, UK, 2003.

[21] Javanmardi, E., Liu, S., Xie, N.*Exploring the*

*Philosophical Paradigm of Grey Systems*

*Theory as a Postmodern Theory*. Found. Sci.

2020. 25: p. 905 –925, doi:10.1007/s10699-

019-09640-5.

[22] Liu, S., Yang, Y.*A brief introduction to grey*

*systems theory*. Grey Syst. Theory Appl.

2012. 2: p. 89–104,

doi:10.1108/20439371211260081.

[23] Klir, G.J., Yuan, B., Fuzzy Sets and Fuzzy

Logic: Theory and Applications, Prentice

Hall: Englewood Cliffs, NJ, USA, 1995.

[24] Tettamanzi, A., Tomassini, M., Soft

Computing: Integrating Evolutionary, Neural,

and Fuzzy Systems, Springer: Berlin,

Germany, 2010.

[25] Zadeh, L. A.*Fuzzy logic, neural networks, and*

*soft computing*. Commun. ACM 1994. 37: p.

77–84, doi:10.1145/175247.175255.

[26] Zadeh, L.A., Klir, G.J., Yuan, B. (Eds.)*Fuzzy*

*Sets, Fuzzy Logic, and Fuzzy Systems:*

*Selected Papers by Lotfi A. Zadeh*, World

Scientific: Singapore, 1996.

[27] Nicosia, V., Bianconi, G., Latora, V.,

Barthelemy, M.*Growing multiplex networks*.

Phys. Rev. Lett. 2013. 111: p. 058701,

doi:10.1103/physrevlett.111.058701.

[28] Janot, C., Quasicrystals: A Primer, Oxford

University Press: Oxford, UK, 2012.

[29] Pessa, E., The concept of particle in quantum

field theory. In*Vision of Oneness*, Licata, I.,

Sakaji, A., Eds., Aracne: Rome, Italy, 2011,

pp. 13–40.

[30] Minati, G.*A Note on the Reality of*

*Incomputable Real Numbers and Its Systemic*

*Significance*.*Systems 2021. 9*(44),

doi: 10.3390/systems9020044

[31] Gambuzza, L.V., Cardillo, A., Fiasconaro, A.,

Fortuna, L., Gómez-Gardenes, J., Frasca, M.

*Analysis of remote synchronization in*

*complex networks*. Chaos Interdiscip. J.

Nonlinear Sci. 2013. 23: p. 043103,

doi:10.1063/1.4824312.

[32] Nicosia, V., Valencia, M., Chavez, M., Diaz-

Guilera, A., Latora, V.*Remote*

*synchronization reveals network symmetries*

*and functional modules*.*Phys. Rev. Lett.*

2013,*110*, 174102,

doi:10.1103/physrevlett.110.174102.

[33] Minati, L.*Remote synchronization of*

*amplitudes across an experimental ring of*

*non-linear oscillators*. Chaos Interdiscip. J.

Nonlinear Sci. 2015. 25: p. 123107,

doi:10.1063/1.4936791.

[34] Coudène, Y. Ergodic Theory and Dynamical

Systems, Springer-Verlag: London, 2016.

[35] Minati, G. Emergence and Ergodicity: A Line

of Research. In*Emergence in Complex,*

*Cognitive, Social and Biological Systems*, G.

Minati and E. Pessa, E. (Eds.), Springer: New

York: Springer, 2002, pp. 85-102.

[36] Haken, H., Information and Self-Organization.

A Macroscopic Approach to Complex

Systems, Springer: Berlin, Germany, 1988.

[37] Hooker, C. (Ed.),*Philosophy of Complex*

*Systems*, Elsevier: Oxford, UK, 2011.

[38] Manrubia, S. C., Mikhailov, A. S., Emergence

of Dynamical Order: Synchronization

Phenomena in Complex Systems, World

Scientific: Singapore, 2004.

[39] Yang-Yu Liua, Y.-Y., Slotine, J.-J., Baraba’si,

A. L.*Observability of complex systems*. Proc.

Natl. Acad Sci. USA 2013. 110: p. 2460–

2465, doi:10.1073/pnas.1215508110.

[40] Liu, B. Uncertainty Theory, Springer-Verlag:

Berlin, 2014.

[41] Longo, G. Interfaces of Incompleteness. In

*Systemics of Incompleteness and Quasi-*

*Systems*, Minati, G., Abram, M.R., Pessa, E.,

Eds., Springer: New York, NY, USA, 2019,

pp. 3–55.

[42] Longo, G.*Reflections on concrete*

*incompleteness*. Philos. Math. 2011. 19: p.

255–280.

[43] Minati, G. Phenomenological structural

dynamics of emergence: An overview of how

emergence emerges. In*The Systemic Turn in*

*Human and Natural Sciences. A Rock in the*

*Pond*, Urbani, U.L., Ed., Springer: New York,

NY, USA, 2019, pp. 1–39.

[44] De Finetti, B., Theory of Probability—A

Critical Introductory Treatment, John Wiley

and Sons: London, 1975.

[45] Galavotti, M.C. (Ed.),*Bruno de Finetti Radical*

*Probabilist*, College Publications: London,

2008.

[46] Minati, G., Pessa, E., Collective Beings,

Springer: New York, NY, USA, 2006.

[47] Bajec, I. L., Zimic, N., Mraz, M.*Simulating*

*flocks on the wing: The fuzzy approach*. J

Theor. Biol. 2005. 233: p. 199–220

doi:10.1016/j.jtbi.2004.10.003,

doi:10.1016/j.jtbi.2004.10.003.

[48] Cavagna, A., Cimarelli, A., Giardina, I., Parisi,

G., Santagati, R., Stefanini, F., Viale, M.

*Scale-free correlations in starling flocks*.

Proc. Natl. Acad. Sci. USA 2010. 107,

11865–11870, doi:10.1073/pnas.1005766107.

[49] Hoekstra, A. G., Kroc, J., Sloot, P. M. A.

Simulating Complex Systems by Cellular

Automata, Springer-Verlag: Berlin

Heidelberg, 2010.

[50] Kunz, H., Hemelrijk, C. K.*Artificial fish*

*schools: Collective effects of school size, body*

*size, and body form*.*Artif. Life* 2003. 9: p.

237–253, doi:10.1162/106454603322392451.

[51] Aoki, I.*A simulation study on the schooling*

*mechanism in fish*. Bull. Japan. Soc. Sci. Fish

1982. 48: p. 1081–1088,

doi:10.2331/suisan.48.1081.

[52] Cucker, G., Dong, J.-G.*Avoiding collisions in*

*flocks*. IEEE Trans. Autom. Control. 2010.

55: p. 1238–1243.

[53] Huth, A., Wissel, C.,*The simulation of the*

*movement of fish schools*. J. Theor. Biol.

1992. 156: p. 365 – 385, doi:10.1016/s0022-

5193(05)80681-2.

[54] Reynolds, C.W. Flocks, herds and schools: A

distributed behavioral model. In Proceedings

of the 14th Annual Conference on Computer

Graphics and Interactive Techniques,

SIGGRAPH ’87, Anaheim, California, USA,

July 27-31, 1987, ACM: New York, NY,

USA, 1987, pp. 25–34.

[55] Herbert-Read, J. E., Perna, A., Mann, R. P.,

Schaerf, T. M., Sumpter, D. J. T., Ward, A. J.

W.*Inferring the rules of interaction of*

*shoaling fish*. Proc. Natl. Acad. Sci. USA

2011.*108*, 18726–18731,

doi:10.1073/pnas.1109355108.

[56] Jadbabaie, A., Lin, J., Morse, A. S.

*Coordination of groups of mobile*

*autonomous agents using nearest neighbor*

*rules*. IEEE Trans. Autom. Control. 2003. 48:

p. 988–1001, doi:10.1109/tac.2003.812781.

[57] Joo, J., Kim, N., Wysk, R.A., Rothrock, L.,

Son, Y.-J., Oh, Y.-G., Lee, S.*Agent-based*

*simulation of affordance-based human*

*behaviors in emergency evacuation*. Simul.

Model. Pract. Theory 2013. 32: p. 99 –115,

doi:10.1016/j.simpat.2012.12.007.

[58] Katz, Y., Tunstrøm, K., Ioannou, C.C., Huepe,

C., Couzin, I.D.*Inferring the structure and*

*dynamics of interactions in schooling fish*.

Proc. Natl. Acad. Sci. USA 2011. 108: p.

18720–18725, doi:10.1073/pnas.1107583108.

[59] Nagatani, T. (2012).*Four species CA model for*

*facing pedestrian traffic at rush hour*.

Applied Mathematical Modelling, 36(2): p.

702-711.

[60] Xi, H., Son, Y.-J.,*Two-level modeling*

*framework for pedestrian route choice and*

*walking behaviors*. Simul. Model. Pract.

Theory 2012. 22: p. 28–46,

doi:10.1016/j.simpat.2011.11.002.

[61] Schroeder, M., Fractals, Chaos, Power Laws:

Minutes from an Infinite Paradise, Dover

Publications Inc.: New York, NY, USA,

2009.

[62] Boccaletti, S., The Synchronized Dynamics of

Complex Systems, Elsevier: Oxford, UK,

2008.

[63] Ciszak, M., Euzzor, S., Geltrude, A., Arecchi,

F. T., Meucci, R.*Noise and coupling induced*

*synchronization in a network of chaotic*

*neurons*. Commun. Nonlinear Sci. Numer.

Simul. 2013. 18: p. 938 –945,

doi:10.1016/j.cnsns.2012.08.038.

[64] Kaneko, K.*Clustering, coding, switching,*

*hierarchical ordering, and control in a*

*network of chaotic elements*. Physica D

*Nonlinear Phenom.* 1990.*41*: p. 137 –172,

doi:10.1016/0167-2789(90)90119-a.

[65] Mikhailov, A.S., Calenbuhr, V., From Cells to

Societies. Models of Complex Coherent

Actions, Springer: Berlin, 2002.

[66] Osipov, G. V., Kurths, J.*Regular and chaotic*

*phase synchronization of coupled circle*

*maps*. Phys. Rev. E 2001. 65: p. 016216–

016213, doi:10.1103/physreve.65.016216.

[67] Drouetm, D., Kotz, S., Correlation and

Dependence, Imperial College Press: London,

2001.

[68] Kreuz, T.*Measures of neuronal signal*

*synchrony*. Scholarpedia 2011. 6: p. 11922,

doi:10.4249/scholarpedia.11922.

[69] Pourahmadi, M., High-Dimensional

Covariance Estimation, Wiley: Hoboken, NJ,

USA, 2013.

[70] Dauwels, J., Vialatte, F., Musha, T., Cichocki,

A.*A comparative study of synchrony*

*measures for the early diagnosis of*

*Alzheimer’s disease based on EEG*.

NeuroImage 2010. 49: p. 668–693.

[71] Kantz, H., Schreiber, T., Nonlinear Time Series

Analysis, Cambridge University Press:

Cambridge, UK, 1997.

[72] Pereda, E., Quiroga, R. Q., Bhattacharya, J.

*Nonlinear multivariate analysis of*

*neurophysiological signals*. Prog. Neurobiol.

2005. 77: p. 1–37,

doi:10.1016/j.pneurobio.2005.10.003.

[73] Lotka, A. J.*Undamped Oscillations derived*

*from the law of mass action*. J. Am. Chem.

Soc. 1920. 42: p. 1595– 1599,

doi:10.1021/ja01453a010.

[74] Lorenz, E.*Deterministic Non Period Flow*. J.

Atmos. Sci. 1963, 20: p. 130–141.

[75] Baglietto, G., Albano, E. V.*Computer*

*simulations of the collective displacement of*

*self-propelled agents*. Comput. Phys.

Commun. 2009. 180: p. 527 –531,

doi:10.1016/j.cpc.2008.12.026.

[76] Helbing, D., Farkas, I., Vicsek, T.*Simulating*

*dynamical features of escape panic*. Nature

2000. 407: p. 487–490,

doi:10.1038/35035023.

[77] Quera, V., Beltran, F. S., Dolado, R. Flocking

behaviour:*Agent-based simulation and*

*hierarchical leadership*.*J. Artif. Soc. Soc.*

*Simul.* 2010, 13(8), doi:10.18564/jasss.1609.

[78] Olfati-Saber, R.*Flocking for multi-agent*

*dynamic systems: Algorithms and theory*.

IEEE Trans. Autom. Control. 2006. 51: p.

401– 420, doi:10.1109/tac.2005.864190.

[79] Takagi, T., Moritomi, Y., Iwata, J., Nakamine,

J., Sannomiya, N.*Mathematical model of fish*

*schooling behaviour in a set-net*. ICES J.

Mar. Sci. 2004. 61: p. 1214– 1223,

doi:10.1016/j.icesjms.2004.07.009.

[80] Vicsek, T., Zafeiris, A.*Collective motion*.

Phys. Rep. 2012. 517: p. 71–140,

doi:10.1016/j.physrep.2012.03.004.

[81] Bianchi, F.M., Maiorino, E., Kamp\_meyer,

M.C., Rizzi, A., and Jenssen, R.,*Recurrent*

*Neural Networks for Short-Term Load*

*Forecasting: An Overview and Comparative*

*Analysis*. Springer: New York, NY, USA,

2017.

[82] Barabási, A.L., Linked: The New Science of

Networks, Perseus Publishing: Cambridge,

MA, USA, 2002.

[83] Estrada, E., The Structure of Complex

Networks: Theory and Applications, Oxford

University Press: Oxford, UK, 2016.

[84] Lewis, T.G., Network Science: Theory and

Applications, Wiley: Hoboken, NJ, USA,

2009.

[85] Newman, M., Barabasi, A.-L., Watts, D.J., The

Structure and Dynamics of Networks,

Princeton University Press: Princeton, NJ,

USA, 2006.

[86] Minati, G.*Meta-rules for Networks*. Journal on

Systemics, Cybernetics and Informatics

(JSCI) 2020. 18(6): p. 37-40,

http://www.iiisci.org/journal/sci/FullText.asp

?var=&id=IP097LL20

[87] Yang, X.-S., Cui, Z., Xiao, R., Gandomi, A.H.,

Karamanoglu, M., Eds.*Swarm Intelligence*

*and Bio-Inspired Computation*, Elsevier:

London, UK, 2013.

[88] Wolfram, S., A new kind of science. Wolfram

Media Inc.: Champaign (IL), 2002.

[89] Available online:

https://sourceforge.net/projects/msp3dfbsimul

ator/?source=directory (accessed on 15 July

2021).

[90] Minati, G.*Tentative guidelines for the*

*implementation of meta-structural and*

*network software models of collective*

*behaviours*. 2017. pp. 16–22. Available

online: http://arxiv.org/abs/1603.07174

(accessed on 9 December 2021).

[91] Ballerini, M., Cabibbo, N., Candelier, R.,

Cavagna, A., Cisbani, E., Giardina, I.,

Lecomte, V., Orlandi, A., Parisi, G.,

Procaccini, A., et al.*Interaction ruling*

*animal collective behavior depends on*

*topological rather than metric distance:*

*Evidence from a field study*. Proc. Natl. Acad.

Sci. USA 2008. 105: p. 1232 –1237,

doi:10.1073/pnas.0711437105.

[92] Brabazon, A., O’Neill, M., McGarraghy, S.

Natural Computing Algorithms, Springer:

New York, NY, USA, 2015.

[93] Mac Lennan, B.J.*Natural computation and*

*non-Turing models of computation*. Theor.

Comput. Sci. 2004. 317: p. 115–145,

doi:10.1016/s0304-3975(03)00635-2.

[94] Minati, G.,*The non-systemic usages of systems*

*as reductionism. Quasi-systems and Quasi-*

*Systemics*, Systems 2018, 6(3),

http://www.mdpi.com/2079-8954/6/3/28

[95] Hong, H., Park, H., Choi, M. Y.*Collective*

*synchronization in spatially extended systems*

*of coupled oscillators with random*

*frequencies*. Phys. Rev. E 2005. 72: p.

036217, doi:10.1103/physreve.72.036217.

[96] Minati, L.,*Experimental dynamical*

*characterization of five autonomous chaotic*

*oscillators with tunable series resistance*.

Chaos 2014 24(4): p. 043108–043114.

[97] Krause, J., Ruxton, G.D. Living in Groups,

Oxford University Press: New York, NY,

USA, 2002.

[98] Lesley, J., Morrell, R.J.*Mechanisms for*

*aggregation in animals: Rule success depends*

*on ecological variables*. Behav. Ecol. 2008.

19: p. 193–201.

12/19/2021