展示一个新的无穷构造集：无量纲圆对数

---无量纲圆对数”揭示了宇宙偶数性随机的平衡交换组合机制

汪一平

中国圆对数团队第一作者

通信联系：中国浙江省衢州市柯城区新新街道杨家田舖 45 号，324000

电话（微信）：中国-13285707958

提要：该文在实数集与自然数集之间，首次发现一个新的无穷构造集：无量纲圆对数和“偶数性不对称、随机与不随机的‘无穷公理’平衡交换组合机制”。提出圆对数公理化：群组合自身除自身不一定是 1，化解了宏观与微观共有的“乘组合-交集与加组合-并集”不能平衡交换的困难。在代数-几何-数论-群论等多学科领域，就传统数学(微积分、路径积分、三维复分析)、公理化、连续统、四色定理、范畴论、黎曼零点猜想、朗兰兹纲领等敏感课题，以一个简单圆对数公式在无量纲{0，±1}分析解决，试图解决外尔所说的数学中“最终基础和最终意义”的问题。

关键词：基础数学；传统数学；连续统；零点猜想；朗兰兹纲领；无量纲圆对数构造

作者介绍：汪一平， 浙江省海宁人 1937 年 12 月 4 日生 1961 年浙江大学本科毕业，浙江衢州市老科技工作者协会高级工程师 从事建筑设计、数学基础理论、旋转机械工程研究。首次发现新的无穷构造集：无量纲圆对数和“偶数性不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换机制”，提出圆对数公理化假设，建立无量纲圆对数构造体系。发表论文 50 多篇，获得《三维涡旋航空发动机》、《三维涡旋内燃机》等 9 个国家发明专利。2021-2024 连续四年获得中国人工智能学会大赛（理论创新组）“大奖”。著作：汪一平、李小坚、何华灿、郑智捷《群组合-圆对数无穷构造集原理及应用——数学大统一的探讨》。

[图例：展示一个新的无穷构造集：无量纲圆对数---无量纲圆对数”揭示了宇宙偶数性不对称的平衡交换机制. *Academ Arena* 2024;16(10):5-145]. ISSN 1553-992X (print); ISSN 2158-771X (online). http://www.sciencepub.net/academia. 02. doi:10.7537/marsaaj161024.02.

图案寓意：上中下三个“偶数性不对称的太极圆”为 4000 年前中国哲学数学《易经》八卦圆符号。红点与黑点为芯片架构对应各个宇宙层次的点，中心浅灰色代表‘无穷公理’，随机进行着“真命题（正向圆）↔中心零点（临界点）↔逆命题（反向圆）”循环转换。展示了“无量纲圆对数构造”最深刻、最抽象、最基本的描述宇宙的数学构造与空间。（图案设计：何华灿 汪一平）。

1.1、 无量纲圆对数数学构造集

1.1.1、“无量纲圆对数构造”的时代背景

公前 4000 年前古中国数学-哲学的《易经》、《道德经》、《太玄经》、《孙子算经》中记载着“数字有数值与位值”，其筹算记数法则说：“**凡算之法，先识其位。一纵十横，百立千僵。千十相望，百万相当**”。还记载了“**道生一、一生二、二生三、三生万物**”。在世界上最早的指出了数学与哲学的建立与发展方向。

17-19 世纪欧洲数学建立以二元论为中心的“数值分析”体系，有对数、最小二乘法、方程论、二项式定理、相对论，笛卡尔坐标使得代数与几何有了联系。后来，出现一些新的思想和观点：“关于一个数学对象从一个形状连续变化到另外一个形状”的拓扑思想，这个数学对象就是代数模式-几何拓扑形成的。由几何图形为中心的欧几里得、非欧几里得、几何黎曼几何创建了代数与几何结合的时候，因凯莱和克莱因的工作而连接起来，出现代数不变量、双有理变换概念、代数几何的函数-理论法、算术法、曲面的代数几何等等许多数学成果。

19 世纪代数受到伽罗瓦的群集合概念全新刺激，康托尔提出集合论，数学发展建立解析数论、解析代数、解析几何等分析学，由于复变函数论的引进，常微分方程和偏微分方程的发展，无可估量地扩大了，19 世纪末，数学家康托尔（Georg Cantor 1845-1918）集合论，开启了近代数学历史时期，数学普遍采用逻辑语言定义的分析。数学大爆炸地出现许多数学分支，都集中于严格地研究对称性二元论的"圆"带来的 n 维几何-代数概念；研究了大量的函数及其性质、导数、积分、无穷级数、代数数与超越数、有理数与无理数理论、无穷集合、出现了希尔伯特空间、欧几里得空间、逻辑分析、范畴论，到最近出现的几何朗兰兹纲领研究成果。这一系列成果，组成了传统数学体系。

1931 年哥德尔以不完备定理指出：任何无矛盾的公理体系，只要包含初等算术的陈述，则必定存在一个不可判定命题，用这组公理不能判定其真伪。这个定理颠覆了当时的数学基础研究，特别是对大卫·希尔伯特提出的"希尔伯特纲领"构成了挑战。希尔伯特纲领旨在证明数学的完备性和一致性，但哥德尔的不完备定理证明了这一点是不可能的。其中第一条定理指出： 任何相容的形式系统，只要蕴涵皮亚诺算术公理， 就可以在其中构造在体系中不能被证明的真命题。柯恩进一步证明：本系统不能自证"真伪"，希尔伯特说：哥德尔不完备定理打破了数学分析的宁静。

如：初等数论：（皮亚诺公理）：3+4=7，3 • 4=12，

集合论：（ZFC 公理系统）交集 A∩B=｛x|x∈A 且 x∈B｝；并集 A∪B={x|x∈A，或 x∈B}。

范畴论：（公理集合论）：X∈C, F(idx) =idF(x)；A→B,

1931 年哥德尔"不完备性定理"，批判了 17 世纪以来欧洲所建立的数学体系，如："集合论公理系统和希尔伯特的数论公理化"的"不完整性"，几乎全盘否定了其数学基础，出现"数学大统一"的矛盾。称"第四次数学危机"。

本文对上述当前（指哥德尔不完备性定理针对的"对象"）的数学基础理论提出如下质疑：

（1）、凭什么公理说它们成立？

（2）、成立的依据是什么基础？

（3）、这些依据是否已经完整？

中国圆对数团队发现当前所有的数学分析，仍然没有摆脱"困境"。存在新的数学危机，表现为康托尔的"自然数集与实数集之间"有没有第三个无穷构造集？一旦解决这个危机，数学又开启了一个新的时代。

如；当前的数学困境，表现为：

（1）、逻辑分析最新的成果是《范畴论》。范畴论所说的"对象"之间"态射、函子"；集合论称"元素"与"映射"（统一称"交换"体系）是不完整、不充分的。表现为"元素-对象与交换"之间没有满足"平衡"条件，不能直接交换。

（2）、数值分析最新的成果是《数值分析：微积分、泛函分析、李代数、……》以希尔伯特为代表的形式主义学派。这些成果强调的是"如何实现'平衡'？"。统一称"平衡"体系）是不完整、不充分的。表现为"平衡"之间没有满足"交换"条件，不能直接平衡。

如何找到第三方构造集，满足"共轭互逆中心零点对称性进行随机的'平衡与交换"，如果能证明成功，那么这个系统的数学基础是牢固的。

本文阐述内容：提出"一种新的无穷构造集：无量纲圆对数和特有的偶数性对称与不对称、随机与不随机的'无穷公理'的平衡交换机制"，随机验证对象外部与外部、内部与内部、外部与内部之间的"平衡与交换的统一"、"完备性与相容性的统一"、"宏观与微观的统一"。解决了新的数学危机。

在形式逻辑中数学命题及其证明都是用一种符号语言描述的，在这里我们可以机械地检查每个证明的合法性，于是便可以从一组公理开始无可辩驳地证明一条定理理论上，这样的证明可以在电脑上检查，事实上这样的合法性检查程序也已经有了。

哥德尔的揭示在多数情况下，例如在数论或者实分析中，你永远不能找出公理的完整集合，每一次你将一个命题作为公理加入，将总有另一个命题出现在你的研究范围之外。那么，"语言描述"或者说"检查程序"凭什么建立去检查它们的真伪？通俗地说"系统本身存在不完整性，不能证明自身的完整性"。有人说计算机有"自我监督"功能，由于前提是"离散-对称"假设，事实普适性存在的是"不对称性"，应用受到了限制。

为了这个过程得以进行，我们需要知道手头有什么样的公理，我们可以从一组有限的公理集开始，例如欧几里德几何，或者更一般地可以允许无穷的公理列表，只要能机械地判断给定的命题是否一条公理就行，在计算机科学里面这被称为公理的递归集。尽管无穷的公理列表听起来有些奇怪，实际上自然数的通常理论中，称

为皮亚诺公理的就是这么一样东西。现在看来公理没有数学证明还是不严谨的。

20 世纪大部分时间，数学家们热衷于近代数学，以近代定义的逻辑语言以“离散与对称”假设的“群理论”的逻辑符号为主题的运算、语言、程序为中心，制作了计算机替代人类体力劳动。

另一方面是数学的发展又带来了代数方程、张量分析、微分几何等，被称为“积函数（乘组合）”与“和函数（加组合）”构造集概念。它们的不完整性表现为“相容性与完备性”、“宏观与微观”存在尖锐的矛盾，许多世纪性数学基础性难题都卡在这里无法解决。

当前，数学基础都是从“数值分析”为落脚点，忽略了“位值分析”（即无量纲圆对数构造），使得 400 年来欧洲欧洲建立的数学体系，从“一元三次方程”开始就存在难以克服的先天性缺陷，整体数学体系具有不完整性，计算方法越来越多、越来越复杂，而且不能实现数学应有的“零误差”精确度。正如 1931 年哥德尔所说的：系统（指希尔伯特数论数值分析和集合公理化系统逻辑分析）不能证明自身的“真伪”。

缺陷具体表现为：

（1）、数学最基础的数值分析的加组合∑(3+4=7)，乘组合∏(3・4・8=96)；

逻辑分析的(并集 A∪B∪C)、(交集 A∩B∩C)，范畴论的“$A^n \to B^m$”,以及一系列(平衡、态射、交换、投影、组合、解析、集合)的函数数值分析的“平衡、等号(→=)”与逻辑规则“当且仅当”，包括“选择公理”。

凭什么说它们能够成立？

事实：传统数学依赖直观的“公理化”（不证自明）没有数学证明，其数学基础是不牢固的。也就是说，“公理”看似“合理”，实际是“不合理”，它们需要数学证明。

数学和哲学的逻辑分析（内外部）都强调“二元”下的“对称性-离散性”，事实二元的数值或逻辑对象本身就是不对称性的，遇到三元数没有办法说“没有三元数”，误导了数百年来数学体系的发展。

他们没有注意中国古数学的“**凡算之法，先识其位**”。也就是说，建立数学体系必须先从“位值”开始，限于历史条件，这个“无量纲”机制没能发现以致没有发现数值-函数里面隐藏着无量纲构造特有的“偶数性对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换机制”，造成所有的现行“元素-对象的平衡不能交换”，“逻辑的态射不能平衡”。也不能证明它们的“真伪”。

表现为：

$$\{N\}^a(\to=)\{N\}^P(\to=)\{N\}^b;\ \{N\}^a(\to=)\{N\}^b;$$

其中：符号(→=)被称为“平衡与交换组合机制”。发现了‘无穷公理’的完整性，激发了数值分析与逻辑分析，在无量纲圆对数环境里获得实现。

（2）、17-19 世纪欧洲数学发展达到了高峰，如康托尔集合论、希尔伯特空间、范畴论空间等都在向无穷方向发展，已经达到了天花板级别。

事实证明：数学不是那么复杂，它们有严格的数学规则必须遵循。数学搞得那么复杂，离不开“逼近计算”，失去了数学的“简洁化、零误差”计算的真正内涵。这样传统数学那种（依序排列的证明）不能实现随机互逆证明的数学基础能乐观吗？

19 世纪末，美国数学家克莱茵说，“1930 年以后全部数学的发展还留下了两个没有解决的大问题：去证明不加限制的经典分析与集合论的相容性，以及在严格直观的根基上去建立数学，或者去确定这种途径的限度。在这两个问题中，，困难的根源都在于无穷集合和无限程序中所用到的无限（infinity）。

所以说：哥德尔不完备性定理以后，数学没有实则性进展”。困难在哪里？克莱茵说是“infinity(无穷)”，历史条件限制，没有说明真正的内涵。这就是本文章将要阐述的“无穷构造集”。试图解决外尔所说的“最终基础和最终意义”的问题。

这是涉及数学基础里最根本的争议：“自然数集与实数集”之间，倒底有没有其它第三种无穷构造集？康托尔说“没有”。哥德尔说：“有”。谁对？都没有证明。

爱因斯坦说：“上帝不会掷骰子”，（笔者注：如狭义相对论就有无量纲的萌芽，后来借鉴成为无量纲圆对数），意思是说“自然界可能有个潜在性的规则”。数学家们、科学家们纷纷猜想，或许存在一个人类没有发现的一个自然规则，成为世纪数学基础最大悬案。

当前数学的数值分析和逻辑分析都涉及数学基础问题，如果得不到合理的证明或解决，那么 400 年来欧洲引以为傲的数学体系是不乐观的。近代数学和经典数学的发展可能功亏一篑。数学家们期望早日出现“新的构造集体系”解决当前“第四次数学危机”的数学困境。

1905 年，爱因斯坦根据洛仑兹观点，首次提出“速度与不变光速之比”的无量纲形式，适应引力的相对论，成为 20 世纪二大物理支柱之一。由于历史条件限制许多人看不懂、不能理解“无量纲”内在的奥密，以致相对论没

有获得深入到数学领域的应用。也就是说，“无量纲语言定义的体系”，爱因斯坦在这里灵光一现，没有了下文，可是相对论恰成了 20 世纪物理学的二大支柱之一。

迄今为止，全部体数学体系还没有跳出二元论对称性的框架适应$\{2\}^{2n}$的分析，至于三元论的对称与不对称性分析适应$\{3\}^{2n}$的分析，一直没有满意的进展。

如果没有触犯数学基础的根本——如公元前 3000 年中国古数学《道德经》提出“道生一，一生二、二生三、三生万物”、汉朝的扬雄撰《太玄经》在精研《周易》的二进制后演绎而出的三进制体系。充分地诠释了“天，地，人 ”的互动理念。是世界中最早的三进制体系著作。1899 年，“皮亚诺公理”定义为“不证自明”。如果不能采用一种“新的构造集随机可互逆自证”，或者至少是“突破希尔伯特元数学范围”，这个统一猜想也是很难破解。

1967 年美国数学家朗兰兹：提出了一组意义深远的猜想 。这些猜想指出了三个相对独立发展起来的数学分支：数论、代数几何和群表示论，指出它们是密切相关的，但是，有怎么样的关系？没有说。这些猜想现在被称为朗兰兹互反猜想，提出由一系列猜想组成的思想，而后演变成朗兰兹纲领，被称为数学界的"大统一理论"。

按照朗兰兹纲领设想的意思：数学分析的最后结果可能是：“几个数学整体性形式，用一个简单的公式，把代数-几何-数论-群组合统一起来”。它们在哪里？

中国学者汪一平领衔的圆对数团队，传承古今中外数学家成果，从中国“改革开放”以来，有记载的 1982 年 5 月 25 日起历经 40 多年探索，克服了许多难以想象的困难，探索中不断扩大队伍，吸引了一批专家、学者、老师自发组成 30 多人团队，提出了无量纲语言定义的第三种“无穷构造集”和无量纲特有的“偶数性”的对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换机制，在无量纲$\{0,\pm1\}$的零误差分析。成为无量纲语言定义描述的“无关数学模型，没有具体（质量）元素”逻辑化的零误差算术分析，体现了“无量纲构造”的分析、破解、包容、平衡、交换与统一的功能。在这样的历史条件和大时代背景下，产生了无量纲圆对数。其中：

（1）、发现：自然数集与实数集之间，无量纲语言定义的“无穷构造集-圆对数”和无量纲特有的‘无穷公理’随机平衡交换与互逆性自证，以第三方构造集身份证明现有“公理化”的数学基础存在缺陷。提出以数学完整性，包含无穷公理、兼顾“平衡与交换”、“完备性与相容性”的统一，以一个简单的圆对数公式，几乎统揽当前数学“数值分析和逻辑分析”所有的分析方法。

（2）、证明：数值分析的平衡计算不能解决交换；逻辑分析的态射交换不能平衡计算。如皮亚诺公理“1+1=2，1+2=3 的序列证明缺陷，在第三方数学构造集条件下，才能实现平衡与交换”。进一步以新的无量纲圆对数的第三种构造集来描述或证明：任意（包括皮亚诺公理）产生的“函数-群组合-空间-可数字化对象”，都可以转换为数值特征模（正中反均值函数）和位值圆对数和中心零点（临界线、临界点），及共享的性质属性 K 控制它们的收敛性、稳定性唯一性分析，进行无量纲语言定义的数学体系进行分析。

（3）、建立：完整、统一的“无量纲圆对数”理论，实现任意函数的对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换机制，以及具有“离散性与相容性”兼容性，整合为一体化的“圆对数空间”。开启了一个新颖的无量纲体系的“数值-位值分析”进行“无关数学模型，没有具体（质量）元素内容”的零误差逻辑化算术计算，统一包揽了整个数学世界在无量纲的$\{0,\pm1\}$的零误差分析，成为最深刻、最抽象、最基本的无量纲“圆对数空间”，开启了“数学大统一”的历史时期。

从数学发展史来看，“无量纲构造”是 1931 年哥德尔不完备性定理近 100 年来，实质性的进步和根本性的突破。展示了“无量纲圆对数”分析与应用的新时期到来！展示了中国对世界数学与科学发展的新贡献！

1.1.2、无量纲圆对数构造集的数学的哲学基础

1931 年哥德尔提出：哥德尔不完全性定理包含两个主要的部分：

第一不完全性定理：对于任意的数学系统，如果其中包含了算术系统的话，那么这个系统不可能同时满足完备性和一致性。也就是说，要是我们能在一个数学系统中做算术的话，要么这个系统是自相矛盾的，要么有一些结论，即使它们是真的，我们也无法证明。

第二不完全性定理：对于任意的数学系统，如果其中包含了算术系统的话，那么我们不能在这个系统的内部来证明它的一致性。称“不可判定”。

不可判定是现有的逻辑规则，包括亚里士多德语言逻辑，及弗雷格-罗素的数理逻辑，即使在（包含自然数论）的形式系统中，也并非总是在完备意义上（排中律适用）适用的。

形式系统可能具有的性质如下，完备性、一致性和有效公理化的存在性。不完备性定理则表明任何蕴含皮

亚诺算术公理的形式系统不能同时具有这三个性质。

在数学中，完备性的概念与空间的性质紧密相关。例如，在一个拓扑向量空间中，一个子集被认为是完全的，如果它的扩张（即所有可能线性组合的集合）在整体空间中是稠密的。这意味着该子集包含了足够多的元素，使得任何其他元素都可以被该子集中的元素线性组合而成。在实数理论中，实数的完备性体现在闭区间套定理上。这个定理表明，对于任何一组逐渐缩小的闭区间，最终会存在一个公共点，这证明了实数集是一个完备的系统。

在数学中，一致性指的是从根基开始建立，沿着定理与推论的枝叶发展，从头到尾都是一致的。用正确的结论之间加以推导，一定得到的是正确的结论。例如：数学从根基开始建立，沿着定理与推论的枝叶发展，从头到尾都是一致的，我们将与这棵参天巨树一致的东西称作“正确”。

有效公理化是数学和逻辑学中的一个概念，它指的是形式系统中的定理集是递归可列举的集合。这意味着，在理论上，可以通过计算机程序来列举出系统中的所有定理，而不会列出任何非定理的陈述。

自洽性和矛盾性是判断理论和命题有效性的两个不同方面。自洽性保证了理论内部的逻辑一致性，而矛盾性则揭示了理论与事实之间的不一致。一个既自洽又与事实相符合的理论才是可信的。

后来传统逻辑的发展，与其说被"形式"主义化了，还不如说是被歪曲化了。因为，根据恩格斯的传统逻辑和辩证逻辑的关系是初等数学和高等数学的关系的比喻，可以认为辩证逻辑是研究人的认识的理性阶段的规律，传统逻辑则研究人的认识的知性阶段的规律。超出了传统逻辑的适用范围，把传统逻辑应用到整个人类认识的过程，使它成为诡辩的工具并陷入悖论是并不奇怪的。

黑格尔之所以认为传统逻辑可以成为诡辩工具，是因为黑格尔把传统逻辑和形而上学混为一谈，从而把传统逻辑的局限性绝对化了。但正好像超出了真理的应用范围，把真理变成谬误并不等于真理本身就是谬误一样，超出了传统逻辑的适用范围，把传统逻辑变成诡辩的工具也不等于传统逻辑本身就是纯"形式"的东西。以上内容摘自:陈世清著:《经济学的形而上学》中国时代经济出版社 2011.2 第 2 版。

最近的学术研究经常将数理逻辑技术应用到亚里士多德的理论中。在许多人看来，揭示了亚里士多德与现代逻辑学家之间在方法和兴趣上的许多相似之处。传统逻辑内容的具体化和形式的抽象化、数学化、符号化是对称的双向同步过程。符号化不等于形式化。

对称逻辑是以对称规律为基本的思维规律，是天与人、思维与存在、思维内容与思维形式、思维主体与思维客体、思维层次与思维对象、科学本质与客观本质对称的逻辑。对称逻辑使形式逻辑本身所蕴涵的思维内容与思维形式的统一得以展示。提供了足以研究复杂系统论的思维方式。普通逻辑是传统逻辑主体内容的扩充，其中贯穿着兼容并蓄的大逻辑观。

数学的发展到了 20 世纪初，成为数学基础的讨论，产生了三大数学流派是围绕数学的哲学基础问题进行的不同探讨而形成的三大学派，主要指逻辑主义、形式主义和直觉主义三大学派。其形成主要是在 1900 年到 1930 年这三十年间。代表人物有罗素、希尔伯特、布劳威尔。

归纳起来，现有数学逻辑的哲学基础：任意自然的探索对象（包括皮亚诺公理）进行的“数值分析、逻辑分析”的结果，都具有“偶数性”的“对称与不对称”条件，都不能直接平衡与交换（态射、映射、投影、组合、分解）。称“不可判定”。怎么办？

中国圆对数团队首次发现在“实数与自然数之间”存在一种新的：无穷构造集，提出“无量纲圆对数公理化假设”：“乘组合单元体(几何平均值)/加组合单元体(算术平均值)≤1”，成为“无关数学模型，没有具体（质量）元素内容”干扰，的无量纲圆对数空间。解决“不对称性”转换为无量纲圆对数对称性的“偶数性”（指共轭互逆平衡对称性）特征，具有“‘无穷公理’随机平衡交换机制”的关键问题。限于历史条件，他们没能看到“无量纲的‘无穷公理’可以随机平衡交换与随机可以互逆自证的完整性公理”。

基于无穷集的不重复组合，集合为无限子项，每个子项都具有无量纲圆对数形式的“整数性、互逆性、同构性、同态性”，以及满足“完备性、一致性和有效公理化”和稳定性的圆对数中心零点（极限）的存在性，包含了递归可列举、可判定的无穷集合。在相同无量纲圆对数相同因子的“偶数性”的对称条件，称“对称逻辑”。成为“随机与不随机的平衡交换与互逆性自证”，定义为‘无穷公理’。

其中：“无量纲圆对数公理化”不限于自然数，实数，可以包含有理数、无理数，以及任意逻辑代数，任意可数学化的统一称“元素-对象”，它只表达其“位置-序列”，与

原来的数学模型和数字内容没有直接的联系，也称“位值圆对数”，成功避免了“具体元素的干扰”，确保精确性的零误差分析。

1.1.3、无量纲圆对数构造集与公理化

皮亚诺自然数公理体系是数学中一个非常重要的概念,无量纲圆对数把实数集与自然数集的比较，转换为无量纲语言定义的“位置-序列”体系，按照对自然数进行严谨的定义和构建，确保了在数学中“元素-对象”的基本运算和性质属性的有效控制和可靠性。

所说的无量纲语言定义的自然语言的公理化事情，皮亚诺确实没解决这个问题。目前，皮亚诺公理采用了逻辑语言定义的形式表述：（引自网络）：

P(0)→(∀n.P(n)→P(n+1))→∀n.P(n)P(0)\to(\foralln. P(n) \to P(n+1)) \to \forall n.P(n)

如果没有公理化系统，就没有现代集合论、序数分析、模型论等等。

但是，皮亚诺公理采用了把“自然数语言定义和逻辑语言定义的形式”，统一转换为“无量纲语言定义的‘无穷公理’对应的无穷位值圆对数$(1-\eta^2)^K$”模式，描述“元素-对象”的真命题 W 和可以转换为逆命题 W_0。

$$W=(1-\eta^2)^K W_0;$$

$$(1-\eta^2)^K=(1-\eta_1{}^2)^K+(1-\eta_2{}^2)^K+\ldots+(1-\eta_n{}^2)^K=\{0,\pm1\};$$

其中：这里$(1-\eta^2)^K$仅仅表示“元素-对象”的序列，通过圆对数把任意高阶低阶序列转换为同构性的无量纲圆对数，及幂函数的“一阶序列”。{0,±1}表示无没有具体对象内容的无量纲圆对数逻辑应用范围或区域以及中心零点。

这样，“离散性与连续性”统一转换无量纲圆对数的兼容完备性与相容性的统一。这个正是“连续统问题”的验证与解释。

无量纲圆对数构造集特有的“无穷公理”随机平衡交换组合，能够随机“自证真伪”，满足克莱因所说的：“证明不加限制的经典分析与集合论的相容性，以及在严格直观的根基上去建立数学”。

✷定义无穷“元素对象”集(乘组合)单元体：

$$\{X\}^Z=\prod\{\sqrt[Z]{(x_1x_2\cdots x_S\cdots x_Z)}\};$$

✷定义无穷“元素对象”集(加组合)单元体：

$$\{X_0\}^Z=\sum[(P-1)!/(S-0)]\{(x_1+\cdots+x_S+\cdots+x_Z)\};$$

✷定义位值圆对数：位值圆对数等于“乘组合特征模”除“加组合特征模”获得无量纲圆对数，

$$(1-\eta^2)^{K(Z)}=[\{X\}/\{X_0\}]^{(Z)};$$

其中：（Z）表示无穷集合以及无限程序展开。本文在后面阐述与证明在，采用无穷中任意有限（Z'S）替代。

此时圆对数因子仅仅表示它们的位值-位置以及幂函数，是没有具体数字内容，称第三方构造集。

证明中“无关数学模型、没有具体数字元素内容”，以及无量纲自身系统不干扰自身（即没有数值意义的因子具有可序性，无法干扰没有数值意义的因子）的演绎。

而无量纲构造本身的演绎逻辑基于“无穷公理”随机与不随机的平衡交换组合，及具有随机“自证真伪”功能。

无量纲数列的紧致性、同构性、互逆对称性，在递归原理中，对应当前数学体系（指经典数学自然数、初等数学、高等数学的数值分析（元素平衡不能交换）和逻辑数学、集合论、范畴论的对象态射不能平衡）二大类型的不可判定“真伪”，转换为第三方无量纲圆对数的演绎逻辑证明。

其无关数学模型，没有系统外具体元素的干扰，以及系统内本身的无量纲圆对数因子具有“偶数性”的（对称与不对称）的相同因子之间平衡可以交换，具有稳定性和可判定性，无量纲构造集下，没有其它“元素-对象”干扰，“系统本身随机自证真伪”，成为完整性“公理化”。

提出圆对数公理化假设及建立自身的公理化系统。实现了高算法、高算力的零误差达到 10^{200} 以上的精确度，确保‘无穷公理’具有公正性、合理性、权威性，以及如同人们所说的“真理性”问题。

1.1.4、初等数学二元数的平衡交换公理化（1）

基于乘组合的“不对称性(a≠b)(3≠4)”不能直接平衡交换，称“不可判定”。物理学家海森堡称“不确定性”即二个元数乘组合为一个常数，因(a 与 b)互逆性关系不可确定。

(a 与 b),（3 与 4）如何平衡平衡交换？在不变原来的命题，在相同的无量纲圆对数因子(η^2)下，通过性质属性的正向、圆对数中心零点，转换为反向，体现了圆对数的交换，带动了“(a 与 b),（3 与 4）”的平衡交换，才可以进行“组合”（乘组合，加组合），

如：二元数的不可判定的自然数（a 与 b）(3 与 4) 有：

加组合特征模： 3+4=7，(1/2)(3+4)=3.5”，

乘组合特征模： 3・4=12，单元体√12”，

无量纲圆对数： $(1-\eta^2)^{(K=+1)}=\sqrt{12}/3.5\le1$;

获得根解析：

二元数加组合以圆对数因子表示正反向：

$$3\cdot 4=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\cdot(1-\eta^2)^{(K=-1)}](3.5)^{(2)};$$

$$3+4=[(1-\eta^2)^K+(1+\eta^2)]^K(2)\cdot(3.5)^{(1)};$$

二元数乘组合以圆对数因子表示正反向：

$3=(1-\eta^2)^{(K=+1)}(3.5)$；$4=(1-\eta^2)^{(K=-1)}(3.5)$；

二元数的交换基础：

相同圆对数因子(η^2)条件下，偶数性的对称性进行随机与不随机的平衡交换，带动了数值平衡交换。

$(1-\eta^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}$带动 3/(3.5)

$\leftrightarrow$4/(3.5)实现 3↔4（称映射、态射）；

特别的，由于无量纲圆对数平衡交换的带动下，实现 3↔4“乘组合、加组合”的数学基础。第三方的无量纲身份验证了二个元数“组合”3+4=7，3·4=12 是建立于无量纲构造特有的偶数性平衡交换机制上。

因为是“无关数学模型”不分组合形式，即“加组合，乘组合”都是组合，称组合“自身不变性组合”，并且“自身除自身不一定是“1”成为无量纲圆对数公理化假设的基础。解释了“3+4=7，3・4=12”以；无穷公理随机组合的原因。成为不需要依靠皮亚诺公理自然数公理化以及集合论、范畴论（有序集）对应的偶数$\{2\}^{2n}$数学基础。

1.1.5、高等数学三元数的平衡交换公理化（2）

三元数是一个难解的数学问题，在中国古数学《道德经》记载“二生三，三生万物”，至今“二生三”难题，几个世纪来许多著名数学家都束手无策，有人把它划归为“高等数学”是有一定道理。困难在于：习惯了二元数对称性分析，遇到了三元数不对称性分析，指：三元数中心点分解为一个元数概率组合与二个元数乘组合的拓扑组合组成的不对称性。如亚里斯多德的逻辑的三段论理论，哈密顿、高斯等不少数学家不能解决，否定“三元数”存在。迄今“三元数复分析仍然空白”。

尤其是亚里斯多德逻辑的三段论理论“如：A∈B∈C”,若 B 不存在，则 C 也不存在”，由此证明“三元数”不成立。亚里士多德在其著作中提供了大量的关于实践三段论的实例，但未能对这种推理做形式化的研究。直到现在围绕这种推理能否形式化的问题仍有大量的争论，反映了三元数分析的复杂性和深刻性和基本性。

当：“实数与自然数以一一对应”方式组成无量纲圆对数构造集，并且可以成为幂函数的一阶/二阶基数时，不对称条件下，无穷集合中心零点的“偶数性”能否继续发挥幂函数和中心零点的对称性作用？如果解决，那么亚里斯多德逻辑的三段论理论的认识必将发生改变，影响了整个数学-哲学基础。这是一个数学家非常关注的数学难题。

选择三个数以无量纲圆对数验证其“三元数”组合的公理化。其中的难点是：三元数“不对称性分布”（指三个元数中心点分解为一个元数概率组合与二个元数乘组合的拓扑组合）具有强烈的不对称性。

三元数核心是：满足以无量纲构造特有的“偶数性”的中心零线（临界线）和中心零点（临界点），进行“对称与不对称的”平衡与交换。这个“对称”称“偶数性”指三元数个数的不均匀对称分布和不对称性数值。

基于三元数的不对称性分布：

(a≠b≠c)，(ab≠bc≠ca)，(ab≠c，bc≠a，ca≠b)，

不能直接平衡交换，有称“不可判定”。关键是三元数“乘组合”出现了新的三元数“不对称性分布”状态，出乎数学家们习惯的二元数“对称性分布”，其破解的困难出于意料之外。

（1）、集合论创建者康托尔,（Cantor1 845-1918）惊人的创造了超限基数与超限序数。对于有限集合来说,基数就是这集合中元素的个数。对于无穷的集合,要引进新的基数。自然数集合的基数用（阿列夫(alf) 0）表示。基数有时也称为集合的势或集合的蕴度，成为自然数 N 与实数集 R 对等的基数，可列集的称超穷基数或超穷序列（连续势）。

（2）、无量纲圆对数把它们称任意函数(指自然数 N 与实数集 R，以及可以数字化的对象)提取二个类型：数值特征模（具体数值的组合集合）和无量纲位值圆对数（表示数值所在地的位置和序列）和一个中心零点为转换点。

其一：无穷数值特征模(正中反均值函数)，分别有“加组合与乘组合”，通过性质属性 K=(+1,±0,-1,±1)控制其构造集的收敛性和稳定性。

其二：无穷序列的无量纲位值圆对数，无量纲的建立具有“无关数学模型”，“没有具体（质量）元素内容”的特征。特征模与圆对数有共享的幂函数，避免了具体元数的干扰，有序展开。有效地防止模式混淆和模式坍塌，确保零误差的高精确分析。

其三：无穷序列位值圆对数，在“自身除自身不一定是 1”概念下，收敛与扩展中必然出现正向反向转换之间出现中心零点，其功能与重要性一直没有合理解决。无量纲圆对数发挥无量纲特有的“偶数性对称与不对称平衡交换机制”，充分展示了中心零点不可或缺的重要作用，解决数值平衡不能交换，逻辑态射不能平衡的难题。

（3）、集合论的“自身除自身一定是 1”，提出“离散与对称假设”，它们的中心零点在哪里很难“可判定”。提出无量纲圆对数公理化假设“自身除自身不一定是 1”，无量纲的“不一定是 1”表现为判别式圆对数因子的绝对值“小于等于≤1”，具备了无量纲特有的“完备性和相容性”和完整性的“偶数性”（即偶数性存在对称与不对称二个概念）特征。性质属性控制它们的正向与反向之间的“交点”事实。无量纲圆对数定义它们为“中心零点”，具有无量纲构造特有的“偶数性”共轭互逆不对称性机制，这个机制以不变命题、不变特征模、不变同构圆对数形式，以性质属性“正中反改变”，控制着真命题与逆命题的平衡与交换功能。

如：几何空间中心零点进行正向（K=+1）（椭圆型）与中性（K=±1）（抛物线型）和反向（K=-1）（双曲线型）状态之间的交换，表示为共轭不对称性的相交的二条直线（曲线、平面、曲面）相交点（线、面），在无量纲圆对数和性质属性控制下的{0,±1}范围内转换为无量纲位值对称性，才能实现对称与不对称的平衡交换问题。也就是说，先满足无量纲特有的“平衡”，才能发生无量纲特有的“交换”。解决了传统的数理逻辑所没有的这个不对称性条件下的“中心零点与平衡交换问题”。

也就是说，连续统假设的互逆性是存在的，如：欧几里得第一条的“平行”公理化被非欧几里得“不平行”相交曲线取代；集合论离散-对称的“一定是 1”被圆对数连续-不对称的“不一定是 1”取代。它们的“交点”再一次转换为“中心零点公理化”。即：“交点”在三元数转换为圆对数中心零点共轭互逆平衡对称性的三维空间中心零线，中心零点。

1.1.6、无量纲构造以特有的“偶数性平衡交换机制”。

无量纲圆对数具有永恒的、特有的“偶数性平衡交换机制”。目前，哲学家、数学家们有称：“共轭对称”、“对称逻辑”，往往片面关注其“对称、平衡、映射”（没有数学证明的公理化）。殊不知完整性的“偶数性”应该是具有完整性的“对称与不对称的平衡与交换机制”，解决对称与不对称性的平衡与交换问题，证明传统数理逻辑存在“三元数”问题，以及“偶数性”中心零点在平衡交换中的重要作用，成为“无量纲圆对数公理化”。证明了“三元数”存在性，同时调整了数学、哲学有关不完整性的“对称性”概念。

其中偶数性的完整性表现：

（1）、偶数性的中心零线对称性，处理特征模（外部）的“特征模中心零线与周围元数的同步变化”关系。

（2）、偶数性的中心零点对称性，处理特征模（内部）的“特征模中心零点与周围元数的位置-位值”关系。

解决这二个关系，体现了无量纲构造特有的完整性“偶数性对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换机制”，以及“没有具体元素干扰”的随机自动证明互逆性的“真伪”。同时，又以无量纲构造集第三方身份带动“元素-对象”的平衡交换机制，成为验证其它任意构造集的试金石。

【数字例】

基于已知“乘组合”单元体和“加组合”单元体二个变量函数，就可以进行分析。这样一来，不可判定的自然数(abc)=(8·3·4)=96，通过无量纲圆对数成为可判定的公理化。

“一阶/二阶加组合特征模”，

已知：三元数：“一阶/二阶/三阶/零阶乘组合

乘特征模：$(8\cdot3\cdot4)=96$，$\{^{(3)}\sqrt{96}\}^{(n=3,2,1,0)}$。

加特征模：$\{D_0\}^{(1)}=(1/3)(3+4+8)=5^{(1)}$ ；

$\{D_0\}^{(2)}=(1/3)(3\cdot4+4\cdot8+8\cdot3)=5^{(2)}$；

无量纲圆对数： $(1-\eta^2)^{(K=+1)}=\sqrt{12}/3.5\leq1$;

如：三元数（ABC）的中心零线（对应特征模序列 ABC）对称性$(1-\eta_A^2)^{(K=+1)},(1-\eta_{BC}^2)^{(K=-1)}$

三元数（abc）的中心零点（对应特征模内部元数关系 abc）对称性$(1-\eta_a^2)^{(Kw=+1)},(1-\eta_{bc}^2)^{(Kw=-1)}$

基于已知$\{^{(3)}\sqrt{96}\}$和$\{D_0\}^{(1)}=5$ 的圆对数数值因子对称性：

圆对数中心零线：$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm1)}=1$，对应特征模$\{D_0\}^{(2)}$

圆对数中心零点：$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}=0$，对应特征模$\{D_0\}^{(1)}$，

如，概率有圆对数数值因子对称性：（注意：圆对数数值因子不等于位值因子）。

数值因子的平衡对称性

$(5+3)=(5-2)+(5-1)=0$;

获得三个根元数：

加（概率）组合元数：

$\mathbf{j}a=\mathbf{j}8=(1-\eta_{[a]}^2)^{(Kw=+1)}\{D_0\}^{(1)}=(1+3/5)^K\{5\}^{(1)}$;

$\mathbf{i}b=\mathbf{i}3=(1-\eta_{[b]}^2)^{(Kw=-1)}\{D_0\}^{(1)}=(1-2/5)^K\{5\}^{(1)}$;

$\mathbf{k}c=\mathbf{k}4=(1-\eta_{[c]}^2)^{(Kw=-1)}\{D_0\}^{(1)}=(1-1/5)^K\{5\}^{(1)}$;

乘（拓扑）组合元数：

$\mathbf{ji}ab=\mathbf{ji}(8\cdot3)=(1-\eta_{[ab]}^2)^{(K=-1)}(3.5)^{(2)}$;

$\mathbf{ji}ab(1-\eta^2)^{(K=-1)}$对应平衡 $\mathbf{k}c(1-\eta^2)^{(K=+1)}$;

$\mathbf{ik}bc=\mathbf{ik}(3\cdot4)=(1-\eta_{[bc]}^2)^{(K=-1)}(3.5)^{(2)}$;

$\mathbf{ik}bc(1-\eta^2)^{(K=-1)}$对应平衡 $\mathbf{j}a(1-\eta^2)^{(K=+1)}$;

$\mathbf{kj}ca=\mathbf{ji}(4\cdot 8)=(1-\eta_{[ca]}^2)^{(K=-1)}(3.5)^{(2)}$；

$\mathbf{kj}ca(1-\eta^2)^{(K=-1)}$对应平衡 $\mathbf{i}b(1-\eta^2)^{(K=+1)}$；

无量纲圆对数(加与乘相同)结合律：

三元数 ABC 系列线：

$(1-\eta_{[\mathbf{jik}]}^2)^K=(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=+1)}$

$+(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=\pm1)}+(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=-1)}=\{0,2\}$；

三元数 ABC 中心零线（临界线）概率对称性：

$(1-\eta_{[\mathbf{jik}]}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}$

$+(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=+1)}=\{0,1\}$；

三元数 ABC 中心零线（临界线）拓扑对称性：

$(1-\eta_{[\mathbf{jik}]}^2)^{(K=\pm0)}=(1-\eta_{[AB]}^2)^{(K=+1)}$

$+(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[CA]}^2)^{(K=+1)}=\{0,1\}$；

三元数 abc 中心零点（临界点）拓扑对称性：

$(1-\eta_{[\mathbf{jik}]}^2)^{(Kw=\pm1)}=(1-\eta_{[ab]}^2)^{(Kw=+1)}$

$+(1-\eta_{[bc]}^2)^{(Kw=-1)}+(1-\eta_{[ca]}^2)^{(Kw=-1)}=\{0,1\}$；

圆对数三维空间复分析，满足三维哈密顿-汪一平四元数交换规则，组成三维八象限空间。

三维空间的对称性平衡交换：

$(1-\eta_{[\mathbf{j}]}{}^{2)(K=+1)}=(1-\eta_{[\mathbf{ik}]}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[\mathbf{i}]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[\mathbf{k}]}^2)^{(K=-1)}$；

$(1-\eta_{[\mathbf{i}]}^2)^{(K=+1)}=(1-\eta_{[\mathbf{kj}]}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[\mathbf{k}]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[\mathbf{j}]}^2)^{(K=-1)}$；

$(1-\eta_{[\mathbf{k}]}^2)^{(K=+1)}=(1-\eta_{[\mathbf{ji}]}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[\mathbf{j}]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[\mathbf{i}]}^2)^{(K=-1)}$；

其中：三维空间直角坐标系，

概率为“1-1 组合”($_{\mathbf{j}}a$， $_{\mathbf{i}}b$， $_{\mathbf{k}}c$)在(XYZ)轴线投影。

拓扑为“2-2 组合”($_{\mathbf{ik}}bc$， $_{\mathbf{kj}}ca$， $_{\mathbf{ji}}ab$)在(XOY,YOZ,ZOX)平面投影。平面的垂直法向线与轴线平行，成为偶数性共轭互逆平衡对称性，实现‘无穷公理’随机的平衡与交换。

平衡与交换规则：不变命题，不变特征模，不变同构圆对数，称“三个不变”，通过圆对数的性质属性正中反的平衡转换，真命题转换为逆命题，满足中国数学家徐利治提出的“RMI 法则”转换为无量纲圆对数的平衡交换规则，称“无量纲 RMI 法则”。更确切的说是无量纲 RMI 法则包含在“圆对数空间”。

三维空间复分析对称性，满足公理化的结合律、交换律特征：乘组合通过圆对数转换为圆对数的加组合，元数下标字母交换按照左手法则。

不对称三元数通过转换为无量纲圆对数，成为对应的三个圆对数之间的加法交换。并且数值乘组合转换为一个乘组合圆对数，再转换为二个加圆对数，三个加元数进行交换，解释奇数“1+2=3”公理化和三元数复分析的数学基础。（上述另有专题阐述，略）

1.1.7、无量纲圆对数的“偶数性平衡交换机制”随机的自证“真伪”

在无量纲圆对数公理体系下，以第三方的无量纲语言定义的身份，对传统数学（指：自然语言数值分析和逻辑语言分析）“元素-对象”的验证其可靠性，以及传统数学不能或不能精确分析的“元素-对象”，都可以转换为无量纲圆对数分析成为新的数学基础，具有“零误差、权威性、真理性”。

引用哥德尔-柯恩所说的：

（一）、任何一个相容的数学形式化理论中，只要它强到足以蕴涵皮亚诺算术公理，就可以在其中构造在体系中既不能证明也不能否证的命题。

这条定理是在数学界以外最著名的定理之一，也是误解最多的定理之一。形式逻辑中有一条定理也同样容易被错误表述，有许多命题听起来很像是哥德尔不完备定理，但事实上是错误的。

哥德尔的第一条不完备定理表明：任何一个强到足以蕴涵这个“皮亚诺算术公理”表现为自然数-实数的体系。注意，所指的“自然数-实数体系”，是“数字形式化”（有具体数字一一对应的有形或无形的具体对象），所采用公理化对应系统。“公理”的“不证自明”，没有数学证明，又没有其它方法证明，必定是不完全的。它包含了既不能证明为真，也不能证明为假的命题。

如所说的皮亚诺算术公理：皮亚诺自然数公理体系是数字中一个非常重要的概念，通过对自然数进行严谨的定义和构建，形成自然数公理体系，确保了在数学中自然数的基本运算和性质的有效性和正确性。

皮亚诺的这五条公理用非形式化的方法叙述如下；

(1)、1 是自然数（后来增加了 0）；

(2)、每一个确定的自然数 a，都有一个确定的后继数 a' ，a' 也是自然数(数 a 的后继数 a' 就是紧接在这个数后面的数(a+1)，例如，1'=2，2'=3 等等)；

(3)、0 不是自然数的后继数；

(4)、不同的自然数有不同的后继数，如果自然数 b、c 的后继数都是自然数 a，那么 b=c；

(5)、如果 1 不是任何自然数的后继数；任意关于自然数的命题，如果证明了它对自然数 1 是对的，又假定它对自然数 n 为真时，可以证明它对 n' 也真，那么，命题对所有自然数都真。

这条公理也叫“归纳公设”，保证了数学归纳法的正确性。“归纳公理”可以用来证明 0 是唯一不是后继

数的自然数，因为令命题为“n=0 或 n 为其它数的后继数”，那么满足归纳公设的条件。若将只考虑正整数，则公理中的 0 要换成 1，自然数要换成正整数。

以后定理更正式的定义如下：

其一：由：戴德金-皮亚诺结构为一满足下列条件的三元组(X, x,f)：

(1), X 是一集合，x 为 X 中一元素，f 是 X 到自身的映射：

(2), X 不在 f 的值域内；(3), f 为单射；(4),若 A 为 X 的子集并满足: x 属于 A, 且若 a 属于 A, 则 f(a) 亦属于 A，则 A =X.

其二：由：皮阿罗公理引出的关于自然数集合的基本假设:(1), P(自然数集)不是空集:(2),P 到 P 内存在 a→a 直接后继元察杇素的一一映射；(3),后继元素映射像的集合是 P 的真子集:(4),若 P 任意子集既含有非后继元素的元素,又有道胶罪含有子集中每个元素的后继元素,则此子集与 P 重合。这四个假设能用来论证许多平时常见又不知其来源的定理！例如:其中第(4),个假设即为应用极其广泛的归纳法第一原理(数学归纳法)的理论依据。

所说的自然数（有量纲体系），自然数由 0 开始，一个接一个，组成一个无穷的集体。自然数即用以计量事物的件数或表示事物次序的数，是用数字 0，1，2，3，4，…所表示的无穷数集。自然数集有加(减)法和乘(除)法运算，有结合律、分配律、交换律在公理化条件下成立。两个自然数相加或相乘的结果仍为自然数；也可以作减法或除法，但相减和相除的结果未必都是自然数，所以减法和除法运算在自然数集中并不是总能成立的。自然数包括非负整数，包括正整数，现在也包括 0。自然数引入皮亚诺算术公理，最简单的是：

“1+1=2”、“1+2=3”、“$a^{(1)}\cdot a^{(1)}=a^{(2)}$”，“$a^{(1)}\cdot a^{(2)}=a^{(3)}$”，……。

如“数学形式的“偶数性”包含偶数（对称分布）和奇数（不对称分布）”,“形式逻辑中“对称逻辑”的“偶数性”完整性理解应当包含对称$\{2\}^{2n}$与不对称$\{3\}^{2n}$”。

目前，数学或哲学的“公理”都没有严格指出数学的“偶数性和奇数性”、对称分布$\{2\}^{2n}$ 与不对称分布$\{3\}^{2n}$”以及任意不对称性对象之间有没有“平衡与交换”机制？

也就是说，公理“不证自明”建立的“数学形式化”或“形式逻辑化”是不完整的。一定要严格的数学证明，才能发现它们完整性“偶数性”的对称与不对称的‘无穷公理’随机与不随机平衡与交换机制。由此，必须要解决如下关键性问题：

（1）、传统数学各种分析模型的“公理化”的自身为什么不能自证，这种建立的体系是否牢固？

（2）、$+\sum(1-\eta_{[b]}{}^2)^{(Kw=-1)}$各个分析模型依靠公理是怎样体现（内部、外部）“平衡与交换机制”？

（3）、$+\sum(1-\eta_{[b]}{}^2)^{(Kw=-1)}$各个分析模型（指内部与外部的交换律、结合律、分配律、排中律）的组合可行性的依据在哪里？

“公理”必须有数学证明， 这是个涉及基础构造性的稳定性、精确性、可行性数学基础问题。如果不能证明，那么欧洲 400 年来自以为傲所建立的：数学、哲学、物理、经济和各种分析体系和计算方法是不乐观的。至少是“数学基础不牢固的”。

所以，传统数学体系存在不完备的体系，这一事实本身并不使人感到特别惊讶，例如：在欧几里德几何中如果把平行公设去掉就得到一个不完备的相容性体系。经典数学的相容性没有完整性证明其“中心零点及随机平衡交换机制”,逻辑数学的集合论-范畴论以“离散-对称”或“拓扑的映射态射”假设，没有中心零点的随机平衡交换机制，这种数学系统都不具备完备性。不完备的体系意味着尚未找出所有必须的公理而已。

把第一条定理的证明过程在体系内部形式化后，哥德尔证明了他的第二条定理该定理指出

（二）、任何相容的形式体系不能用于证明它本身的相容性。

这个结果破坏了数学中一个称为“希尔伯特计划”的哲学企图大卫·希尔伯特 David Hilbert 提出象实分析那样较为复杂的体系的相容性，可以用较为简单的体系中的手段来证明，最终全部数学的相容性可以归结为基本算术的相容性。哥德尔的第二条定理证明了基本算术的相容性不能在自身内部证明，因此就不能用来证明比它更强的系统的相容性。

所以说：皮亚诺公理必须遵守，但是需要数学证明其公理的可靠性。证明“传统数学模型”（自然数与实数以及逻辑分析、任意可以具有数字化的有量纲数值）之间，存在不完整的“偶数性”的对称与不对称性（即共轭互逆对称与不对称性）的相容性都不能直接交换。当然“不能用于证明它本身的相容性”。

这里，皮亚诺公理通过数学证明是通过无量纲圆对数第三方构造集——一种无关数学模型，没有具体（质量）元素内容，仅仅表明具体（质量）元素内容所在地的位置与序列，有效排除了具体元素的干扰，和保持共

性的“偶数性”，数学称“位值圆对数”，哲学称“共轭对称”，事实“偶数性”包括“对称性和不对称性”。但是传统数学哲学回避了“共轭不对称性”。

特别的，这个“偶数性”对称性，有许多叫法如“共轭对称”，“偶对集”，……等，强调“对称性一面”。有些哲学家称“共轭对称”是辩证逻辑发展的高级阶段，是最高级的哲学概念。但是，事实表明：完整的“共轭对称”，是“偶数性”具有“对称与不对称性”（即共轭互逆对称与不对称性），还要有完备性（外部）与相容性（内部）一体化条件。

目前，哲学家、数学家们都没有注意或阐明“共轭对称、偶对集、完备性、相容性，……”等里面还有“不对称性一面”，没有看到或没有办法解决关键性的“偶数性”中包括数值和位值的“不对称性”如何转换为“对称性”，实现随机平衡与衔接问题。

其中：偶数性的“二元数”对称性是没有异议，“三元数”应用“卡尔丹公式”解析对称性也是没有异议，但属于特例不完整的“相容性体系”，对于“三元数”不对称解，一直没有办法解析，反映了各种哲学学派-数学学派，各种数学计算方法，都存在难以克服的先天性缺陷，称不完整的“相容性”。

因此，哥德尔的第二条定理是指当前不完整的“相容性”来证明完整的“相容性；不完整的完备性证明完备性”是不可行的。同理，哲学的不完整性“共轭对称”来证明完整性“共轭对称（还应当具备完备性证明）”同样也是不可行的。

如：中国古数学《道德经》记载的“道生一、一生二”，发展了“数学分析”的（不完整的）对称性之后，没有解决“二生三，三生万物”的：哲学、数学、物理学、经济学、生物学、人工智能算法，……等关键性问题。意味着，后人必须考虑采用目前没有的新数学方法，解决完整性的“共轭对称-偶数性”的“二生三”问题。即“偶数性的对称与不对称性“相容性-完备性”整合为“一体化”问题。

事实：“无量纲体系”是：无穷构造集特有的‘无穷公理’，以及“无关数学模型，没有具体（质量）元素内容的”优越性。彻底解决：有量纲体系（指哥德尔定理所有的元素-对象，以下同）的“偶数性（内部、外部）”不完整性，转换为“无量纲体系”的“偶数性（内部、外部）”完整性机制，满足“相容性-完备性一体化”，组成了完整性“共轭对称-偶数性”的平衡交换机制，这是当前传统数学和哲学所没有的。

圆对数构造集在把“元素-对象”转换为无量纲圆对数，以无量纲构造集特有的“偶数性”（即共轭平衡互逆对称性），具有随机与不随机可确定性的对称与不对称的平衡交换机制，属于逻辑上无量纲‘无穷公理’的“没有具体元素干扰”的自证“真伪”的优势，并且以第三方身份带动验证其它系统“元素-对象”真伪。

1.1.8、无量纲构造集偶数性的平衡交换与真理性

今天的认知与事实：所说的“系统”的“偶数性-共同对称性”存在“对称与不对称性”二种抽象内容。“（有量纲）系统是不具备完整的相容性。都不能直接平衡与交换”。（无量纲）系统通过圆对数及性质属性，把“（有量纲）偶数性不对称性”转换为“（无量纲）偶数性的对称性”以及圆对数中心零线（临界线）、中心零点（临界点），带动（有量纲）“系统”的“元素-对象”随机平衡与交换机制，证明了（有量纲）公理化“系统”自身的不完整性不能平衡与交换，只能在“无量纲圆对数系统”的‘无穷公理’机制带动下”进行。这就是集合公理化和希尔伯特数论公理化“系统”为什么需要通过第三方构造“无量纲“系统”证明的原因。

连续统假设问题还提出了超穷基数(2ω)，即中心零线（临界线）-中心零点（临界点）对应的“特征模”其特有的“偶数性”对称性中心零点（临界线）为最大超穷基数(2ω)，对应最大的、最稳定性“平衡基点中心”的特征模，即“圆对数中心零点为最大“等于 1”，左右二侧分别小于1”，证明了“连续与离散可以一体化”描述，即离散型与连续型的“连续统假设”问题。

这里，第三方无量纲构造通过“无量纲圆对数公理化”，包含了递归法集合，无穷公理的紧致性、同构性、同态性、同调性、同伦性、紧致性对应的中心零线（临界线）中心零点（临界点）成为包括对称与不对称以及随机与不随机定义的完整性“偶数性”平衡与交换。而且无量纲系统的“偶数性”完整对称性和完备性，反过来证明无量纲系统的“自身”是确定性的与可判定性的。

无量纲完整性，还可以验证哥德尔的不完备定理指出的传统数学“有量纲”体系的不完整性是正确的，而且还具有“充分性”的证明。

无量纲体系具有高强度的“偶数性、稳定性、零误差性、可靠性，最高算法、最高算力的零误差精确度达到了 10^{222} 次方宇宙级别。这个级别下宇宙世界成为物理学家们所说的的“高混沌汤堡”来形容。

（1）、成为无量纲圆对数带动世界对称与不对称的

平衡与转换的新公理。

（2）、成为新的哲学和数学公理化的完整性的新数学基础。

（3）、成为完整性对称逻辑形式和辩证逻辑发展的“对称逻辑”为真正的最高级阶段。

可见，无量纲圆对数“真理性”，真理性的集合才能成为“真理”，真理性是客观公理经过验证，存在的永远性进步。包括自身与自身内外部环境的自动的、自觉的、随机与不随机的改造、改革、改变。不因“没有发现、没有理解”和人的主观意志而转移。

1.2、无量纲圆对数构造与哲学空间

传统的空间概念（space concept）是指人脑对物体在空间内的存在形式产生的间接的、概括的反映。涉及形状、大小、远近、深度、方位，以及无量纲语言定义的抽象圆对数等。在空间知觉的基础上建立起来的，是对空间知觉的抽象与概括。它不但依赖群体与个体从生活经验中获得的各种空间（内外部）表象，同时也依赖各种表示空间关系的词语。

无量纲空间，从哲学角度来讲，是具体事物的组成部分的“空间”，一般是指包含数学、哲学、物理、精神世界建立的数学模型、人工智能算法的“程序语言”，是人们从具体事物中分解和抽象出来的认识对象，是绝对抽象事物和相对抽象事物、元本体和元实体等等，对应由无量纲语言定义的“一一对应”的“对象（含数字分析和逻辑分析）”组成的偶数性共轭对称与不对称的互逆转换的平衡交换统一抽象体，是存在于世界宏观与微观集体之中的，不可被人感到但可被人知道的普通群体和个体（内外部）成员，是人体感观可以直接感受或仪器观察、测定到的具体事物，都可以转换为处在大自然规则中，一定心态与形态的“无关数学模型，没有具体（质量）元素内容”的，具有无量纲形式的位置-序列中的具体事物，都具有无量纲“空间”的具体性规定，没有“空间”规定的具体或抽象事物的描述是根本不存在的。空间与时间是对立统一体；空间有宇宙空间、信息空间、网络空间、思维空间、物理三维空间、人类大脑的抽象分析，以及数学-物理-思维上的有量纲转换（平衡交换）为无量纲圆对数空间等，都属空间的范畴，都有其内在与外在的特定含义，统一称呼为无量纲语言定义的数学-哲学的“圆对数构造与空间”。

所说的哲学，哲学的逻辑有形式逻辑和辩证逻辑。形式逻辑即关于定义、分类、判断和推理的一套规则。辩证逻辑则是指一种哲学，即辩证法的别称，其主要内容为黑格尔的三大哲学命题：对立统一，量变质变，否定之否定。所说的形式逻辑，"形式逻辑"就是指传统逻辑，狭义指演绎逻辑，广义还包括归纳逻辑。由于本质上"形式逻辑"是知性逻辑，所以现代数理逻辑没有超出"形式逻辑"即传统逻辑的范畴。亚里士多德的工具论是形式逻辑发展的基础，可以说没有工具论就没有形式逻辑。

传统的哲学逻辑往往讲究“二元”的对称性，没有哪个哲学家提出“三元”存在的“对称与不对称”，以及如何转换为对称性的展开。也就是说，传统哲学依赖于传统数学的不完整体系建立的，同样存在“不完整性”。

限于历史条件，不能或没有看到无量纲特有的“‘无穷公理’对称与不对称、随机与不随机的平衡交换机制”，遇到了“三元”不对称分布，进行“回避”，还说“没有三元数”，可是“回避”解决不了现实问题。有人提出“神”的作用以蒙圈“信徒”。有些哲学家，数学家说什么“物理后面是数学、数学后面是哲学，哲学后面是神”。如牛顿等数学家后来进入修道院，这样的方式能“回避”世界发展前进的规律吗？

现在我们以实事求是的观点大胆地说：“物理后面是数学、数学后面是哲学，哲学后面是无量纲构造”看起来无量纲圆对数构造是“虚无渺茫”，其实它们严格地“一一对应”大自然的现实世界和精神世界。

这个大自然规则具有无量纲特有的“‘无穷公理’偶数性对称与不对称、随机与不随机的正中反互逆性的平衡交换机制”，保持着宇宙世界万物永恒的“平衡转换”。

但是，整个宇宙世界是在无量纲圆对数带动下“元素-对象”进行随机与不随机的“平衡交换”。

这才是大自然界的魅力，也是自然界最抽象、最深刻、最基本的规则。也就是说，哲学与数学一样都存在着“与时俱进”，不断发展真理性的数学-哲学问题，反馈物理和现实世界。

1.2.1、三段论法。

三段论(syllogism)的基础是亚里士多德在《分析前篇》中奠定的。他专门研究了所谓的直言三段论，即由简单陈述句及其包含必然和可能这类模态词的变体所构成的三段论。后来斯多葛派的逻辑学家研究了三段论推理的其他形式，特别是属于命题逻辑的那些形式。成为西方逻辑的推理式，逻辑演算的一种，用形式化方法处理逻辑推理，特别是哲学、数学中所用推理，由于形式化了的推理过程与代数演算具有相似性，这类推理的正确性

仅依赖于它们的形式，而与内容无关。在这里，概念、推理等被分解为最基本的元素，推理过程被表示为由开始公式出发根据某些具体规则而做的形式变形。其目的在于成就一向前的推理，或由因以成果。

由于在传统公理化的三段论系统中的推导完全依赖于符号联结的操作原则，而不依赖任何直观或对这些符号意义的理解，因此在现代技术的意义上，可以把它看作一个形式的演绎系统。这样一个系统应具有内部一致性、独立性和完备性。

亚里斯多德的逻辑和他的三段论理论，对西方思想史产生了无与伦比的影响。它并不一直保持这种地位。康德(Kant)认为亚里士多德发现了关于逻辑的一切知识，逻辑史学家潘特尔(Prantl)得出了这样的推论，即亚里士多德之后的任何逻辑学家所提出的新事物，实际是困惑，愚蠢或不正当的。

所说的，三段论,是指大前提，小前提和结论。逻辑学上严谨的反驳必须要经过这三步。其符式为：大前提：凡 M 是 P 小前提：凡 S 是 M。

结论：凡 S 是 P。通俗地说，如 M 包含 P，P 包含 S，P 不存在，则 S 也不存在。

无量纲圆对数验证：可以发现亚里斯多德的逻辑和他的三段论理论存在重大缺陷——没有发现三段元素内部之间存在"偶数性"的对称与不对称的平衡与转换机制。

如，亚里斯多德三段元素{M,P,S}，内部之间存在"偶数性"的对称与不对称，在某个特定条件下，可以产生随机的平衡与转换关系。如 M 包含 P，那么 P 不存在，则 S 也可以是存在的。表现为数学采用无量纲圆对数的三维复分析，揭示了这个三段论系统中（内部和外部存在不对称性）的推导完全依赖于符号联结的操作原则，仍然必须遵守哲学对象内部存在的平衡与交换机制。

以无量纲第三方身份，发现三段元素{M,P,S}有内在的相互作用关系，推翻了传统数学哲学应用的亚里斯多德的不完整性逻辑的亚里斯多德三段论关系：

$$\mathbf{P(S)\ (\rightarrow=)\leftrightarrow M\leftrightarrow (\rightarrow=)\ S(P)};$$

以及
$$\mathbf{P(S)\ (\rightarrow=)\ S(P)};$$

其中：（→=）（↔）表示称态射、映射、投影、转换的偶数性对称与不对称的"平衡交换"机制。

推论【1】："对称逻辑"，对称逻辑以对称规律为基本的思维规律，是思维内容与思维形式、思维主体与思维客体、科学本质与客观本质对称的逻辑。无量纲圆对数发现：对称逻辑（称偶数性）里面包含对称与不对称性的平衡交换机制，现有哲学的对称逻辑往往强调"偶数性"的对称性，没有发现"偶数性"的不对称性，并且更没有发现无量纲圆对数里面的"偶数性的不对称性转换为对称性"的平衡与交换的机制。如果在"对称逻辑"中发现"偶数性的对称与不对称"，以及偶数性的"不对称转换为对称"，那么这个辩证逻辑的"对称逻辑"，是具象逻辑与抽象逻辑相统一的，这个才是完整、严谨的逻辑发展的最高阶段。

推论【2】：经典物理与量子物理的解释：宇宙中物质实体之外的部分称为空间；航天术语：外层空间简称空间、外空或太空。。互联网上：指盛放文件或者日志的地方。以及可以数字化的任意对象，其中包括宏观世界的空间和微观世界的空间。所有的"空间"是指一种具有特殊性质及一些额外结构的集合，这里，所有的（宏观与微观）物理空间，统一解释为转换为无量纲圆对数抽象空间的三段形式的圆对数表示：

$$\mathbf{(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)(Kw=+1)}}$$
$$\mathbf{\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm1)(Kw=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm1)(K=-1)}};$$

在相同或偶数对称性圆对数因子条件下，它们之间出现随机与不随机的平衡交换，这是无量纲构造集特有的机制。

其中：(K=+1)表示宏观世界，(K=-1)表示微观世界，(K=±1)表示平衡，(Kw=±0)表示交换，

无量纲圆对数空间都在无量纲的$\{0,1\}^K$（是指位置--序列的相对关系，不是自然数的 0,1），在范畴或数域的（内外部）进行平衡与交换，无量纲带动了"对象（数值与逻辑）"的分析（组合与分解）。

其中：(K=+1（真命题），-1（逆命题）,±1（空间的平衡或中心零线）,±0（转换的中心零点）为真实空间对应抽象无量纲圆对数空间的性质属性，控制着无量纲圆对数空间的正中反向的平衡与转换)。

推论【3】：物理学有宇宙的"暗物质、暗能量、黑洞"，可以解释无量纲的"偶数性"的不对称性系统转换为对称性随机与不随机转换系统。无量纲圆对数对应转换为二种（概率性"暗质量"与拓扑性"暗能量"，以无量纲圆对数对应的各个层次中心零点组成的"黑洞（临界线、临界点）"，在无量纲偶数性对称性条件下，带动了永恒宇宙世界的正中反向体系的平衡（宇称平衡）与交换（宇称演变），以及局部的宇称才守恒现象。

无量纲圆对数以新的无穷构造集，带动了整个世界的平衡与交换。这个无量纲构造体系不仅仅对应数学、

哲学、物理、经济、人工智能、宇宙等科学领域，还对于事实存在的完整性认知，提出合理的解决（系统内部、外部）平衡与交换的“真理性”，世界或将开启“无量纲”的分析与探索时代。

1.2.2、 无量纲圆对数与数学分析

迄今，400 年来欧洲建立的数学体系有各种学派和计算理论，归纳起来主要是“有量纲”的自然语言（包含质量）定义的“数值分析”体系和近代逻辑语言定义的“逻辑分析”二种传统数学体系。

（1）、数值分析基于自然语言定义的有限元素的函数分析，从一元二次方程（含一元三次的对称性特例）对称解开始，建立于对称性分析数学基础，数值计算符号用（+、-、×、÷、√、∫、=、⋯）等运算进行加、减、乘、除、乘方、开方、微积分的分析与平衡计算。出现空间定义，有希尔伯特空间、欧几里得空间、巴拿赫空间、酉空间、辛空间、⋯⋯等分析方法。可是，基于不完整的相容性系统，不能证明相容性自身（哥德尔第二定理），根源在于“不对称性不能转换为对称性的随机平衡与交换环境”，反映数学基础不牢固性。甚至二元素之间的关系也没有搞清楚，即二元数个体数对称分布存在“数值、颜色等”不对称性。至于三次方程一般解以上方程一般解都不能零误差地处理。

（2）、逻辑分析以逻辑基于逻辑语言定义的无穷分析，运算符号（∈，∩、∪、→、⋯）等，（属于、并集、交集、合集、态射、⋯⋯）等进行数学分析。逻辑语言没有严格的平衡分析。如传统数学的“态射、映射、平衡”怎么证明它们成立？

根源在于“偶数性的不对称性，不能转换为偶数性的对称性的随机平衡与交换环境”，反映了逻辑数学基础不完整性。目前，离散型对称性假设的公理性基础，主题任务是概率性的统计工作量采用计算机，替代人类体力劳动。同样二次以上拓扑方程的函子，顾了外部态射，没有解决内部的平衡，都不能零误差地处理平衡。

（3）、众所周知，算术-代数的“四则运算”里没有“乘（除）与加（减）”的互逆性转换；逻辑代数没有“交集与并集”的互逆性平衡。这种至关紧要的（数值-位值）“偶数性”的共轭互逆不对称性，不能解决随机的平衡与交换，造成数学体系本身先天性缺陷。许多世纪性数学难题都被这种广泛、普通的、缺一不可的数学本身的“乘组合与加组合”、“平衡与交换”互逆性关系所难倒。

传统的数学体系，普适性存在不对称互逆性的“偶数性”的转换为对称体系。虽然它们各种学派、计算方法都有各自的优越性和局限性，不能满足日益发展的科学计算需求，以及传统数学本身自己都不能满足关联性（物理学称纠缠相互作用）的分析困难。特别是面临着如何模仿人类大脑（解析、组合、判断、评估、⋯⋯）分析的困难。

在康托尔的“实数集与自然数集”，或“几何平均值与算术平均值”，用“相对性原理”发现一个新的无量纲定义语言的第三种“无穷圆对数构造集”；提出“（群组合）圆对数公理化假设“自身除自身不一定是 1”，区别于集合论的公理化假设“自身除自身一定是 1”；所说的“自身”是指“不完全是考虑符号的元素”之间的关系。

所说的，算术平均值是全部数据的算术平均，又称“均值函数”，符号为 M（Mean）。算术平均数是集中趋势作主要的测度值，在统计学中具有重要地位，使进行统计分析和统计推断的基础。它主要适用于“加组合”（并集）总和时数值型数据，但不适用品质数据，表现为“概率和拓扑”加特征模单元体，以及不同“元素-对象”的加组合。

所说的，几何平均值是对各变量值的连乘积开项数次方根，求几何平均值的方法叫做几何平均法。如“元素-对象”总水平、总成果等于所有阶段、所有环节水平、成果为“乘组合”总和时，求各阶段、各环节的一般水平、一般成果，要使用几何平均法计算几何平均数），表现为“乘特征模”单元体，不同元素的乘组合（交集）。

数学分析的内涵有“数值-位值”二大重要部分。目前表现的成果是：“数值”解决数字具体的平衡计算，不能交换，“逻辑”解决交换关系，不能数字平衡计算。也就是说，数学分析有数值分析与逻辑分析二个不可分割的部分，仅仅单一方面分析是不够的，必须实现数值与位值以及完备性与相容性的一体化统一分析。

圆对数对数百年的传统数学进行了重整、重验、重塑、归纳，把传统数学的“数值分析与逻辑分析”整合为简单整体的无量纲语言定义的一个圆对数公式，进行逻辑化算术零误差的分析。

无量纲圆对数巧妙地、也有运气的成分，应用无量纲语言体系，破解了当前一大批世纪性遗留下来的数学困难和难题，以第三方构造集身份成为一种新的数学体系“圆对数空间”，可以验证其它系统的数学体系。

无量纲圆对数数学体系特征：完美的阐释了古中国数学的“道生一，一生二，二生三，三生万物”哲学原理。

证明了“皮亚诺公理、集合论公理化”，把各种“对称与不对称、均匀与不均匀、等式与不等式、离散与连续，概率与拓扑空间，分别提取不变的“数值特征模”（正中反均值函数）和计算时间同构一致的“位值圆对数”，实现零误差的逻辑化算术零误差计算。

也就是说，圆对数传承了古今中外数学经典，把现有不完整的“数值-逻辑”分析，进步到完整的、整体性的（群体与个体）“无量纲”圆对数分析。统揽现有数学分析领域的“算术（数论）-代数-几何-群组合”整合为一个整体，用无量纲一个简单公式实现数学大统一。

1.2.3、 无量纲圆对数数学计算与逻辑

圆对数数学体系：是“自然是与实数之间”存在的一种新的无量纲无穷圆对数构造集，证明无穷集的任意二个（多个）不同的，或不对称、不均匀的“数字、函数、空间、群组合”都存在“偶数性”（即共轭互逆对称与不对称性），转换为数值特征模和位值圆对数和共享幂函数及正中反性质属性，通过圆对数中心零线（临界线）、中心零点（临界点）对称性，描述其特征模外部之间完备性跳跃过渡方式，以及特征模内部相容性的连续过渡方式的平衡与转换关系。在第三方无量纲圆对数带动、控制下，实现“随机的平衡与交换”的统一。

具体计算方法：以无量纲语言定义的（+、-、×、÷、√、∫ 、=、…）等运算进行加、减、乘、除、乘方、开方、微积分的分析与平衡计算。分别有“元素-对象、特征模”外部与内部二种关系的不同内容的计算步骤：

（1）、位值中心零点与周围独立元素的同步变化，进行整体性的无量纲圆对数中心零线计算。

（2）、数值中心零点与周围独立元素之间关系，以无量纲圆对数中心零点对称性精确解析各个元素。

也就是说，圆对数整合了所有群组合-函数-空间分析，以无量纲语言的（数值-位值）圆对数一体化，在{0,1}数域内，进行逻辑化算术的零误差运算。

目前，任意函数以解析度为“2”（即“偶数性”），分解（或组合）成为二个$\{2\}^{(2n)}$互逆不对称性群组合-函数（空间、数值、子集合群）”运算。其前提是（人为假设的公理、没有数学可靠证明）。

对称性-离散型假设进行二元论（二维）复分析，相当于圆对数的“自身除自身等于 1”。遇到元素-对象-特征模（外部、内部）的不对称性分析，产生很大的误差，

对于三元数不对称性复分析，仍然以行列式迭代法形式的$\{2\}^{(2n)}$为基础的互逆对称性近似计算，不能适应$\{3\}^{(2n)}$为基础的三维不对称性的计算。

圆对数在三维复分析中，以“自身除自身不一定等于1”的无量纲圆对数空间进行直接分析。也就是说，任意群组合-函数以无量纲定义语言、符号的分解（或组合），把“共轭偶数性”互逆不对称性，转换为圆对数“共轭偶数性”对称性的中心零线（临界线）、中心零点（临界点）为中心的共轭对称性，实现‘无穷公理’的随机与不随机平衡与交换。一旦撤销圆对数，恢复原命题的不对称性，不能平衡与交换。

所说的“三元数不对称性”是解决“二生三”困难，从$\{2\}^{(2n)}$拓展获得$\{3\}^{(2n)}$。三元数不对称性表现为“不同数值组合的一个元素与一个元素的加组合”与“二个元素与二个元素的乘组合”之间平衡交换的困难。

无穷中任意有限的元素-对象可以提取不变性的数值特征模和不变的同构的位值圆对数，通过中心零线（临界线）、中心零点（临界点）的对称性，处理“不对称性转换为对称性”关系，成为无量纲圆对数带动“元素-对象”的加组合，满足结合律、交换律、排中律，进行三维共轭互逆对称性的随机平衡与交换。一旦撤销圆对数，立刻会自动恢复原来不对称性、不能平衡交换的特征。

特别的，任意群组合-函数的数值都不能直接进行平衡交换。逻辑代数著名的范畴论也仅是群组合离散型外部的同步交换，没有解决连续型内部交换的数学问题。困难在于：群组合多变量元素存在“乘组合函数（几何平均值）与加组合函数（算术平均值）之间的一一对应比较小于或等于 1”，以及“群组合特征模不仅有外部的同步变化，还有内部的中心点与周围元素-对象解析”没有解决，反映了传统数学基础体系的先天性不足。

这些，本来属于 18-20 世纪的数学问题，看起来好像初等数学问题，被拖延到 20 世纪末-21 世纪初，由于中国圆对数团队发现了“无量纲圆对数构造集”，完整性描述了“无关数学模型、没有具体数值元素内容”的分析，对应传统数学所说的：距离、程度、差距、测度、误差，位值、位置、序列、相对论、量子论，……，以及以圆对数中心零线（临界线）、中心零点（临界点）的共轭对称互逆性的“平衡与交换”关系。

圆对数数学基础阐述中，经常反复用到一些无量纲圆对数语言和概念，这些语言和概念成为理解、分析、拓展、应用圆对数的工具箱。

1.3、 群组合-函数与集合

集合，简称集，是数学中一个基本概念，也是集合

论的主要研究对象。集合论的基本理论创立于 19 世纪，关于集合的最简单的说法就是在朴素集合论（最原始的集合论）中的定义，即集合是“确定的一堆东西”，集合里的“东西”则称为元素。现代的集合一般被定义为：由一个或多个确定的元素所构成的整体，经典数学表现为“乘组合（拓扑、映射）与加组合（概率）的互逆性不对称性的平衡与交换”。

圆对数在集合论中表现元素-对象的集合：

（1）、确定性：多个元素给定一个集合，称群组合“自身”，任给一个元素属于该集合，自身表示与计算符号无关的数学模型。如三元数乘组合{abc}对应“2-2 组合”不重复排列$\{ab\}^K$，$\{ba\}^K$；$\{ac\}^K$，$\{a\}^K$，$\{b\}^K$；$\{c\}^K$，不重复的 6 种排列方式(K=+1,`0,-1)具有确定性。

（2）、互逆性：一个圆对数集合中，“子项”每个元素在组合中不重复地出现一次。任何两个（多个）元素组合都认为是不对称性的，有圆对数互逆定理证明。如：二元素的乘组合，可以是二个共轭不对称性，如乘组合与加组合具有互异性：三元数乘组合{abc}对应不重复排列{ab}与{ba}；{ac}与{ca}；{bc}={cb}不重复的 3 种排列方式数值都不相同。

例：{3・4・8}对应“2-2 组合”不重复排列

{3・8=48}+{4・8=32}+{4・3=12}=68；

各个组合子项数值不相同。

（3）、封闭性：圆对数的群组合空间的不重复排列的多项式乘组合子项或者几何空间的总边界函数不变的不同变形的拓扑条件下，组成数值特征模（正中反平均值），具有严格的封闭性，（即组合或拓扑）变化中，不能改变其总元素，否则圆对数的概率“1-1 组合”拓扑“2-2 组合”的圆对数展开得不到平衡，计算机中通过“自动监督”发现，进行“自动调整”的“深度学习”具有更封闭的抽象性，位值分析可靠地排除内部、外部具体元素、信号的干扰。

（4）、无序与有序性：一个集合中每个元素地位都是相同的，其元素的“乘组合与加组合”是无序的。“除组合与减组合”是有序的。特别是复分析则有严格的定义为有“序关系”，定义了“序关系”后，元素之间就可以按照“序关系”排序。如复分析三维哈密顿-汪一平四元数的“左手法则”规定了虚数{**JIK**}的安排规则。

（5）、唯一性：基于解析方程式，只要已知“边界函数 **D**、特征模 $\mathbf{D_0}$、无量纲圆对数$(1-\eta^2)^K$”三个要素中的任意二个，就可以进行无量纲圆对数分析。如根据“乘组合，加组合”对应的边界函数和特征模，获得唯一性的圆对数和通过中心零点获得唯一性的解。也就是说，计算中根据已知的二个变量函数，确定了各个项序（内部、外部）“一一对应”的圆对数中心零点，获得唯一性解。

✸定义 1.1 群组合-函数的集合，集合是一堆元素的的集体，包含无穷多元素的集合，称群组合-函数集。或无穷中任意有限的群组合-函数-空间。其中元素可以是自然数、整数、分数、有理数、实数、无理数、复数，以及所有可数字化的对象。

定义无穷数(群组合)集合：

$$\{\cdots(a_1a_2a_3\cdots a_S)\cdots\}^{K(Z)}=\{A^{K(Z)}\};$$

其中：选择数$\{\ldots(a_1a_2a_3\cdots a_S)\cdots\}^{K(Z\pm S)}=\{A^{K(Z\pm S)}\}$的集合的元素，即{A}为 A 数值的集合。

无穷数中任意有限(群组合)的集合在三维空间的微积分动态展开：

$$\{a_1a_2a_3\cdots a_S\}^{K(Z\pm S)}=\{A_{[jik]}\}^{K(Z\pm S\pm(Q=3)\pm(N=0,1,2)\pm(q=0,1,2,3,\cdots\text{整数})/t};$$

其中：幂函数：

$n=K(Z\pm S\pm(Q=3)\pm(N=0,1,2)\pm(q=0,1,2,3,\cdots)/t$ 依序列分别表示:性质属性(K=+1,-1,±1,±0)；(Z±S)无穷数中任意有限(群组合)的集合；(Q=3)与$\{A_{[jik]}\}$表示三维空间展开；(N=0,1,2)微积分的零阶、一阶、二阶；(q=0,1,2,3,…无穷自然数整数)元素组合形式，/t 为一维时间。

✸定义 1.2 群组合-函数的子集，一堆元素的不重复组合，集合成为子项，称群组合-函数。

如，集合{B}中的每个元素也都是集合{A}的元素，那么集合{A}就是集合{B}的子集，记作{B}就是集合{A}超集。如：数$\{A\}^{K(Z\pm S)}=\{1,2,3\cdots S\}^{K(Z\pm S)}$的集合，数 1 属于{A}={1,2,3,4…}表示 1 是{A}的元素。

✸定义 1.3 群组合-函数组合集合（包含乘组合与加组合的集合），

✸定义无穷数中任意有限数(群组合)S 个数乘组合：

$$\cap\{a_1,a_2,a_3,\cdots,a_S\}=\prod_{j=S}\{a_1a_2a_3\cdots a_S\}=\{A^{(Z\pm S)}\};$$

如：无穷数中任意有限数字 S 个数乘组合：

$$\cap\{1,2,3,4\cdots\}=\prod_{j=S}\{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdots\}=\{D^{(Z\pm S)}\};$$

✸定义(群组合-函数)概率集合：表示“1-1 组合”加组合形式：

$$\cup\{a_1,a_2,a_3,\cdots,a_S\}=\sum_{j=S}\{a_1+a_2+a_3+\cdots+a_S\};$$

如：概率集合：表示“1-1 组合”加组合形式：

$$\cup\{1,2,3\cdots a_S\}=\sum_{j=S}\{1+2+3+\cdots+a_S\};$$

✸定义(群组合-函数)拓扑集合：表示“2-2 组合”加组合形式：

$\cup\{\cap(a_1a_2),\cap(a_2a_3),\cdots,\cap(a_sa_1)\}$

$=\sum_{j=S}\prod_{i=2}\{a_1a_2+a_2a_3+\cdots+a_sa_1\}$；

如：拓扑集合：表示"2-2 组合"加组合形式：

$\cup\{\cap(1,2),\cap(2,3),\cdots,\cap(S,1)\}=\sum_{j=S}\prod_{i=2}\{1\cdot2+2\cdot3+\cdots+S\cdot1\}$；

定义(群组合-函数)超拓扑集合：表示"P-P 组合"加组合形式：

$\cup\{\cap(a_1a_2\cdots a_p),\cap(a_2a_3\cdots a_p),\cdots\}$

$=\sum_{j=S}\prod_{i=P}\{1\cdot2\cdot\cdots P+2\cdot3\cdot\cdots P+\cdots+P\cdot\cdots S\cdot1\}$；

✷定义 1.4 特征模：(群组合-函数)单元体$\{X_0^{(S)}\}^K$：为不重复组合形式与组合系数建立关系，成为正中反平均值。组合系数分别：

(A=1)，(B=1/S)，(C=2/(S-0)(S-1)，…，(P=(P-1)!/(S-0)!，

其中：定义包含逻辑代数语言与经典代数语言：（以下同）

1、逻辑语言：把 A 与 B 合并在一起组成的集合，没有平均值。并集：记作 A∪B，读作 A 并 B。交集：记作 A∩B，读作"A 与 B 的交集"。逻辑语言∩(并集)与(交集)强调"交换","交换"缺少可解释性，分母不可以是零，很难精确计算数值。

2、经典代数语言：为"加、减、乘、除"、乘方、开方、平均"。强调(乘组合)、(加组合)，分母可以是零，通过性质属性控制收敛性，但是数值不能交换。

它们分别对应的特征模：

如："1-1"(群组合)组合平均值$\{X_0^{(1)}\}^K$：

∩(并集)对应：

$\{a_1,a_2,\cdots,a_S\}=\sum_{j=S}(1/S)^K\{a_1+a_2+\cdots+a_S\}=\{X_0^{(1)}\}^K$；

如：(群组合)全体乘组合单元体$\{X_0^{(S)}\}^K$：

$\{^{(S)}\sqrt{(a_1a_2\cdots a_S)}\}^{K(Z\pm S\pm(q=S)}=\{^{(S)}\sqrt{X^{(S)}}\}^{K(Z\pm S\pm(q=S)}$； （A=1）

如："2-2"组合：(B=1/S)

∩(交集)对应

$\{a_1a_2,\cdots,a_Sa_1\}=\sum_{j=S}[(2!/(S-0)(S-1)]^K\prod_{i=p}\{a_1a_2+a_2a_3+\cdots+a_Sa_1\}$

$=\{X_0^{(2)}\}^K$；

如："3-3"组合：(C=2/(S-0)(S-1)

∪(交集)对应

$\{a_1a_2a_3,\cdots,a_Sa_1a_2\}=\sum_{j=S}[(3!/(S-0)(S-1)(S-2)]^K\prod_{i=p}\{a_1a_2a_3+\cdots+a_Sa_1a_2\}$

$=\{X_0^{(3)}\}^K$；

如："P-P"组合：(P=(P-1)!/(S-0)!，

∪(交集)对应

$\{a_1a_2a_3a_P,\cdots,a_Sa_1a_2a_P\}=\sum_{j=S}[(P-1)!/(S-0)!]^K\prod_{i=p}\{a_1a_2a_2a_P+\cdots+a_Sa_1a_P\}=\{X_0^{(P)}\}^K$；

如：数$\{^{(S)}\sqrt{(1,2,3\cdots10)}\}^{K(Z\pm S\pm q=S)}$的全体集合的元素，

"1-1"组合平均值：

$\sum_{j=S}[1/10]^K\prod_{i=2}\{(1+2+\cdots+10)\}^{K(Z\pm S\pm(q=S)}=\{55\}^{K(Z\pm S\pm(q=1)}$；

如：数$\{^{(S)}\sqrt{(3\cdot4\cdot8)}\}^{K(Z\pm S\pm q=S)}$的全体集合的元素，

"0-0"组合平均值：

$\sum_{j=S}(1)^K\prod_{i=3}\{(3\cdot4\cdot8)\}^{K(Z\pm S\pm(q=0)}=\{(^{(3)}\sqrt{96})\}^{K(Z\pm S\pm(q=0)}$；

"1-1"组合平均值：

$\sum_{j=S}(1/3)^K\{(3+4+8)\}^{K(Z\pm S\pm(q=S)}=\{5\}^{K(Z\pm S\pm(q=1)}$；

"2-2"组合平均值：

$\sum_{j=S}(1/3)^K\{(3\cdot4+4\cdot8+8\cdot3)\}^{K(Z\pm S\pm(q=S)}=\{22.67\}^{K(Z\pm S\pm(q=2)}$；

其中：多项式第一项(P=1)组合系数 A=1,…，第(P-1)项的"P-P 组合"组合系数[(P-1)!/(S-0)!]，引入性质属性 K 控制函数的收敛性。

这二种数学体系数学语言形式不同，基本的加减乘除原则是一样的。由于各自不同的优缺点很难统一，数学的发展和应用都受得了限制。数学家们猜想能否出现第三种数学构造集，把它们统一起来，充分发挥数学的功能。这就是本文讨论的对象。

✷定义 1.5 群组合-函数的性质属性，K 表示数-群组合-函数的性质属性，控制数-群组合-函数收敛、扩散、平衡、转换。分别称正向-幂群组合-函数。

性质属性：

$K=[K=(+1,-1,\pm1,\pm0)]\cdot[Kw=(+1,-1,\pm1,\pm0)]=(+1,-1,\pm1,\pm0)$，

控制群组合-函数的正向、反向、平衡、转换；

如：外部 K=(+1)正幂函数：（适应群组合-函数外部之间关系）

$(a^{(S)})^{(K=+1)}\cdot(a^{(Q)})^{(K=+1)}\cdot\cdots=\{a^{(S)}\}^{(K=+1)(Z\pm S\pm Q\pm\ldots)}$；

外部 K=(-1)反（负）幂函数：（适应群组合-函数外部之间关系）

$(a^{(S)})^{(K=-1)}\cdot(a^{(Q)})^{(K=-1)}\cdot=\{a^{(M)}\}^{(K=-1)(Z\pm S\pm Q\pm\ldots)}$；

内部 Kw=(+1)正向幂函数：（适应函数内部元素之间关系）

$(a^{(S)})^{(KW=+1)}\cdot(a^{(Q)})^{(KW=+1)}\cdot\cdots=\{a^{(S)}\}^{(KW=+1)(Z\pm S\pm Q\pm\ldots)}$；

内部 Kw=(-1)反（负）向函数：（适应函数内部子项之间关系）

$(a^{(S)})^{(KW=-1)}\cdot(a^{(Q)})^{(KW=-1)}\cdot\cdots=\{a^{(M)}\}^{(KW=-1)(Z\pm S\pm Q\pm\ldots)}$；

群组合-函数外部/内部之间的平衡：

$(a^{(S)})^{(K=\pm1)}\cdot(a^{(Q)})^{(K=\pm1)}\cdot\cdots=\{a^{(M)}\}^{(K=\pm1)(Z\pm S\pm Q\pm\ldots)}$；

适应群组合-函数外部/内部之间的转换、交换、态射、映射：

$(a^{(S)})^{(K=\pm0)}\cdot(a^{(Q)})^{(K=\pm0)}\cdot\cdots=\{a^{(M)}\}^{(K=\pm0)(Z\pm S\pm Q\pm\ldots)}$；

统一写成群组合-函数集合形式：$K=K\cdot Kw=(-1,\pm0,\pm1,+1)$

$$\{(a)^{K(S)},\ (a)^{K(Q)},\ \cdots\}^{K}\in\{a^{(M)}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm\cdots)};$$

其中：性质属性(K=+1)一般不标注。如果进行对比，则分别标注(K=+1)（正向幂函数）；(K=±0)（中性、转换、平衡幂函数）；(K=-1)（反向幂函数）；(K=±1)（平衡幂函数）。

✷定义 1.6 无量纲位值圆对数$(1-\eta^2)^K$：圆对数以一种群组合"自身除自身不一定是 1"的"自然数 N 离散型加组合（算术平均值）与实数 R 连续型乘组合（几何平均值）"之间一一对应比较，以及各种不等式之间的比较关系、距离、差距、……产生无量纲位值圆对数。无量纲圆对数构造为特有的、完整性的同构、同调、同态、同伦的"偶数性对称与不对称、随机与不随机控制的平衡交换机制"称"偶数性机制"。无量纲没有具有元素内容干扰，成为能够自证真伪的无量纲圆对数公理化。

$$(1-\eta^2)^K=[{}^{(S)}\sqrt{\{a_1,a_2,\cdots,a_S\}}/\{D_0\}]$$
$$=[{}^{(S)}\sqrt{\{a_1,a_2,\cdots,a_S\}}//\{D_0\}]^{(q=1)}$$
$$=[{}^{(S)}\sqrt{\{a_1,a_2,\cdots,a_S\}}//\{D_0\}]^{(q=2)}$$
$$=[{}^{(S)}\sqrt{\{a_1,a_2,\cdots,a_S\}}//\{D_0\}]^{(q=p\cdots)};$$

✷定义 1.7 无量纲圆对数中心零线（临界线）、中心零点（临界点）平衡对称性：

$$(1-\eta_C{}^2)^K=\sum(1-\eta^2)^{(K=-1)}+\sum(1-\eta^2)^{(K=+1)}=\{0,1\};$$

✷定义 1.8 无量纲平衡交换规则：命题不变、特征模不变、同构圆对数不变，同构圆对数以及幂函数性质属性正中反的改变，实现平衡交换。前提是：无量纲的"平衡"，才有无量纲的"交换"。

特别的，传统数学没有"偶数性机制"，不能直接交换（包括应用皮亚诺公理的如：经典数学的加减乘除开方、乘方、投影…等；近代数学：并集、交集、映射、态射…等），必须在圆对数带动下才能进行平衡交换。

$\sum(1-\eta^2)^{(K=-1)}+\sum(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm0)}+\sum(1-\eta^2)^{(K=+1)}=0$;

（幂函数性质属性变化适应乘组合）

$\sum(1+\eta^2)^K+\sum(1\pm\eta_C{}^2)^K+\sum(1-\eta^2)^K=0$;

（圆对数因子性质属性变化适应加组合）

其中：幂函数性质属性变化与圆对数因子性质属性变化同步，可以相互混用，也就是说，目前传统数学所有的计算符号对应无量纲圆对数没有区别，全部概念为性质属性正中反向的变化。

✷定义 1.9 平衡交换过程：数值本身不能直接交换，必须通过无量纲圆对数中心零点偶数性平衡交换机制，首先要求平衡，在对称相同的总圆对数才能交换。

$$\sum(1-\eta^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow\sum(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow\sum(1-\eta^2)^{(K=+1)};$$

（圆对数因子性质属性不变），

$$\sum(-\eta^2)^K\leftrightarrow\sum(\pm\eta_C{}^2)^K\leftrightarrow\sum(+\eta^2)^K;$$

（幂函数因子性质属性不变），

无量纲圆对数平衡交换结果：使得真命题通过中心零点成为逆命题。包含了经典数学平衡符号和逻辑代数、范畴论等等所有的运算符号。也就是说，传统数学（包括经典数学、近代数学）所有的运算符号，全部转换为无量纲性质属性正中反的改变，采用最原始的算术数值范围的运算符号"加减乘除乘方开方"，同样转换为无量纲构造集的运算"加减乘除乘方开方，以及{±0，±1}"。它们算术符号形式相同，但是，应用范围的"有量纲与无量纲"体系的内涵不一样。

如二元论：

$$\Delta=(\eta^2)^K=[{}^{(2)}\sqrt{\{a_1,a_2\}}/\textstyle\sum_{j=1}(1/2)\{a_1+a_2\}]^{(q=0,1,2)};$$

(泛指元素分布对称性，数值不对称)。

其中：一元二次方程的韦达定理"b^2-4Ac",写成

$$\text{"}[\sqrt{\{a_1,a_2\}}/(1/2)b]^2\text{"},c=\{a_1,a_2\},A=1。$$

如三元论：

$$\Delta=(\eta^2)^K=[{}^{(3)}\sqrt{\{a_1,a_2,a_3\}}/\textstyle\sum_{j=1}(1/3)\{a_1+a_2+a_3\}]^{(q=0,1,2,3)}$$

(泛指元素分布不对称性，数值不对称)。

✷定义 1.10 无量纲圆对数判别式确定数值性质属性：

无量纲圆对数判别式：

$\Delta^K=(\eta^2)^K\le1$，性质属性：(K=+1)，函数收敛：

$\Delta^K=(\eta^2)^K=1$，性质属性：(K=±1)，函数平衡：

$\Delta^K=(\eta^2)^K\ge1$，性质属性：(K= -1)，函数扩展：

$\Delta^K=(\eta^2)^K=0$，性质属性：(K=±0)，函数转换：

其中：判别式与圆对数Δ^K与$(1-\eta^2)^K$等价，仅表示坐标中心点的移动，不影响无量纲圆对数具体位值数。

[数字例 1]：

已知：三元数方程：乘组合为边界函数 D=180，

特征模 $D_0=(1/3)(5+4+9)=6$,

要求进行三维复分析：

$$\Delta=(\eta^2)^K={}^{(3)}\sqrt{\{a_1,a_2,a_3\}^{(q=1)}}/\textstyle\sum_{j=S}(1/3)\{a_1+a_2+a_3\}$$
$$={}^{(3)}\sqrt{180^{(q=1)}}/6=180/6^3=180/216=0.8;$$

无量纲数值因子对称性：$\sum(\eta_\Delta{}^2)^K=0$,

圆对数中心零点对应圆对数数值因子$\sum_{j=1}\eta_{\Delta1}=0$满足对称性。

无量纲圆对数中心零点数值因子：$(\eta_\Delta)\approx\pm3/D_0$；（数值中心点与位值圆对数中心零点都在一个元素与二个乘元素之间，不一定重合）。

无量纲数值因子对称性：表示圆对数数值中心点"D_0"的二侧受到圆对数控制对称性展开实现交换：

$$[(1-\eta_{\Delta 12}\cdot D_0)+(1-\eta_{\Delta 2}\cdot D_0)]+(1+\eta_{\Delta 3}\cdot D_0)=0;$$

无量纲数值因子满足对称性：

$$(6-1)/D_0+(6-2)/D_0+(6-3)/D_0=0;$$

获；$a_1=(1-\eta_{\Delta 1}/D_0)\cdot D_0=(6-1)=5$,

$a_2=(1-\eta_{\Delta 2}/D_0)\cdot D_0=(6-2)=4$,

$a_3=(1+\eta_{\Delta 3}/D_0)\cdot D_0=(6+3)=9$,

三元数复分析：

通过三维圆对数和中心零点的对称平衡实现对应平衡交换。

概率（投影轴线）分布：j5+i4+k9,

拓扑（投影平面）分布：j5 对应(ik4·9=36);

i4 对应(kj9·5=45), k9 对应(ji5·4=20);

验证：(5 • 4 • 9)=180，结合左手法则对应三维八象限空间满足题目要求。

平衡交换条件：数值本身不能直接交换，必须通过相同圆对数才能交换。有：

$(1-\eta_{\Delta 1}/D_0)+(1-\eta_{\Delta 2}/D_0)=(1+\eta_{\Delta 3}/D_0)$；对应$(1-\eta_{12}^2)=(1-\eta_3^2)$

或：$(1-\eta_{xy}^2)=(1-\eta_z^2)$；

$(1-\eta_{\Delta 3}/D_0)-(1-\eta_{\Delta 2}/D_0)=(1-\eta_{\Delta 1}/D_0)$；对应$(1-\eta_{32}^2)=(1-\eta_1^2)$；

或：$(1-\eta_{zy}^2)=(1-\eta_x^2)$；

$(1-\eta_{\Delta 3}/D_0)-(1-\eta_{\Delta 1}/D_0)=(1-\eta_{\Delta 2}/D_0)$；对应 $1-\eta_{31}^2)=(1-\eta_2^2)$；

或：$(1-\eta_{zx}^2)=(1-\eta_y^2)$；

三维直角坐标系表示：平面拓扑投影与概率轴线投影具有共轭互逆对称性。

其中：圆对数结合律、交换律满足哈密顿-汪一平三维四元数(八象限)交换律：

（**jik**=-1)，**ik**=-1(**j**)；**kj**=-1(**i**)；**ji**=-1(**k**)。

即：平面拓扑投影（态射）法向线与轴线投影（态射）概率平行。

也就是说，三元数数值具有不对称性，对于圆对数则具有共轭互逆对称性，可以交换。（解析方法已经有证明，以下同，略）

[数字例 2]：

已知：三元数乘组合：D=160，

特征模:$D_0=(1/3)(4+5+8)=5.66$,

要求：进行三维复分析：

$$\Delta=(\eta^2)^K={}^{(3)}\sqrt{\{a_1,a_2,a_3\}^{(q=1)}}/\textstyle\sum_{j=S}(1/S)\{a_1+a_2+a_3\}$$

$$={}^{(3)}\sqrt{160^{(q=1)}}/5.66=160/181.32=0.8;$$

$(1-\eta_C^2)^K=0$；称中心零点对应特征模 5.66。

数值因子对称性：$\sum(\eta_\Delta^2)^K=0$，受到圆对数控制对称性展开，实现交换：

$$(1-\eta_{\Delta 1}/D_0)+(1-\eta_{\Delta 2}/D_0)+(1+\eta_{\Delta 3}/D_0)$$

$$=[(1-1.66/D_0)+(1-0.67/D_0)+(1+2.33/D_0)]\cdot D_0=0;$$

圆对数中心零点数值因子的平衡对称性

$$\sum(\eta^2)^K=0，(\eta_\Delta)\approx\pm 2.33/D_0,$$

三元数三个根数值，中心零点满足对称性，

有；$a_1=(1-\eta_{\Delta 1}/D_0)\cdot D_0=(5.66-1.66)\cdot 5.66=4$,

$a_2=(1-\eta_{\Delta 2}/D_0)\cdot D_0=(5.66-0.67)\cdot 5.66=5$,

$a_3=(1+\eta_{\Delta 3}/D_0)\cdot D_0=(5.66+2.33)\cdot 5.66=8$,

三元数复分析：通过圆对数和中心零点的对称平衡实现对应交换。

概率（轴线）分布：**j**4+**i**5+**k**8,

拓扑（平面）分布：**j**4 对应（**ik**5 • 8=40)；

i5 对应（**kj**8 • 5=40)；**k**8 对应（**ji**4 • 5=20)；

验证：(4 • 5 • 8)=160，满足题目要求。

[数字例 3]

已知：三元数乘组合 D=120，

特征模：$D_0=(1/3)(3+5+8)=5.33$,

要求：进行三维复分析：

$$\Delta=(\eta^2)^K={}^{(3)}\sqrt{\{a_1,a_2,a_3\}^{(q=1)}}/\textstyle\sum_{j=S}(1/S)\{a_1+a_2+a_3\}$$

$$={}^{(3)}\sqrt{120^{(q=1)}}/5.33=120/151.4=0.78;$$

圆对数中心零点数值因子的平衡对称性

$\sum(\eta_\Delta^2)^K=0$，$(\eta_\Delta)\approx\pm 2.67/D_0$

数值因子对称性：表示特征模为中心"5.33"的二侧受到圆对数控制对称性展开，实现交换：

$$(1-\eta_{\Delta 1}/D_0)+(1-\eta_{\Delta 2}/D_0)+(1+\eta_{\Delta 3}/D_0)$$

$$=[(1-2.33/D_0)+(1-0.33/D_0)+(1+2.67/D_0)]/D_0=0;$$

有；$a_1=(1-\eta_{\Delta 1}/D_0)\cdot D_0=(5.33-2.33)\cdot 5.33=3$,

$a_2=(1-\eta_{\Delta 2}/D_0)\cdot D_0=(5.33-0.33)\cdot 5.33=5$,

$a_3=(1+\eta_{\Delta 3}/D_0)\cdot D_0=(5.33+2.67)\cdot 5.33=8$,

三元数复分析：通过圆对数和中心零点的对称平衡实现对应交换。

概率（轴线）分布：**j**3+**i**5+**k**8,

拓扑（平面）分布：**j**3 对应（**ik**5 • 8=40)；

i5 对应（**kj**3 • 8=24)；**k**8 对应（**ji**3 • 5=15)；

验证：(3 • 5 • 8)=120，满足题目要求。

特别的，据圆对数中心零点的对称性分布特征，编制中国古数学的《999 乘法口诀与圆对数关系表》简称或查《999 表格》。可以建立新的芯片架构排列，以位值计算方法解决三元数以及高幂方程式的对称与不对称性解

析，进行$\{3\}^{2n}$范围的无穷分析。

✸定义 1.11 概率圆对数集合：表示“1-1 组合”一个元素与一个元素的组合形式的单元体：几何空间表现为集合体外部边界或内部中心点的”对应概率变形体的位置与数值。

$$(1-\eta_H{}^2)^K=\cap(交集)^{(S)}\sqrt{\{a_1,a_2,a_3,\ldots,a_S\}}/\cup(并集)\{a^{(1)}\}$$
$$=\sum_{j=S}\{a_1+a_2+a_3+\ldots+a_S\}/\{a^{(1)}\}=1;$$

其中：∩(交集)，∪(并集)借用逻辑语言符号，表示“乘组合”、“加组合”与之连接。（以下同）

✸定义 1.12 拓扑圆对数集合：表示“2-2 组合”二个元素与二个元素的组合形式的单元体：几何空间表现为集合体外部边界或内部中心点的”对应拓扑变形体的位置与数值。

$$(1-\eta_T{}^2)^K=\cap(交集)^{(S)}\sqrt{\{a_1,a_2,a_3,\ldots,a_S\}}/\cup(并集)\{a^{(2)}\}$$
$$=\sum_{j=S}\{a_1a_2+a_2a_3+\ldots+a_Sa_1\}/\{a^{(2)}\}=\{0,\pm1\},$$

✸定义 1.13 超拓扑圆对数集合：表示“P-P 组合”P 个元素与 P 个元素的组合形式的单元体：几何空间表现为集合体外部边界或内部中心点的”对应拓扑变形体的位置与数值。

$$(1-\eta_T{}^2)^K=\cap(交集)^{(S)}\sqrt{\{a_1,a_2,a_3,\ldots,a_S\}}/\cup(并集)\{a^{(P)}\}$$
$$=\sum_{j=S}\{a_1a_2+a_2a_3+\ldots+a_Sa_1\}/\{a^{(2)}\}=\{0,\pm1\},$$

✸定义 1.14 概率圆对数中心零线（临界线）：$(1-\eta^2)^K=\{1，0\}$对应“1-1 组合”特征模临界线$\{a_0{}^{(1)}\}$外部的位置，表示“1-1 组合”单元体（外部）之间的中心零线的对称性：对称性位置为中心零线数值为{2 或 0}对应二侧特征模$\{a_0{}^{(1)}\}=\{\pm1\}$对应特征模{+1,(2,0),-1}对称性展开。

$$(1-\eta_H{}^2)^K=[\cap(交集)^{(S)}\sqrt{\{a_1,a_2,a_3,\ldots,a_S\}}/\cup(并集)\{a\}]^{(1)}$$
$$=\sum_{j=S}[\{a_1+a_2+a_3+\ldots+a_S\}/\{a_0\}]^{(1)}=\{\pm1,0\},$$

✸定义 1.15 拓扑圆对数中心零线（临界线）：$(1-\eta^2)^K=\{1，0\}$对应“2-2 组合”特征模临界线$\{a_0\}^{(2)}$外部的位置，表示“2-2 组合”单元体（外部）之间的中心零线的对称性：对称性位置为中心零线数值为{2 或 0}对应二侧特征模$\{a_0{}^{(2)}\}=\{\pm1\}$对应特征模{+1,(2,0),-1}对称性展开。

$$(1-\eta_T{}^2)^K=[\cap(交集)^{(S)}\sqrt{\{a_1,a_2,a_3,\ldots,a_S\}}/\cup(并集)\{a\}]^{(2)}$$
$$=\sum_{j=S}[\{\{a_1a_2+a_2a_3+\ldots+a_Sa_1\}/\{a\}]^{(2)}=\{0,\pm1\},$$

✸定义 1.16 超拓扑圆对数中心零线（临界线）：$(1-\eta^2)^K=\{1,0\}$对应“P-P 组合”特征模临界线$\{a_0{}^{(P)}\}$外部的位置，表示“P-P 组合”单元体（外部）之间的中心零线的对称性：对称性位置为中心零线数值为{2 或 0}对应二侧特征模$\{a_0\}^{(P)}=\{\pm1\}$对应特征模{+1,(2,0),-1}对称性展开。

$$(1-\eta_T{}^2)^K=[\cap(交集)^{(S)}\sqrt{\{a_1,a_2,a_3,\ldots,a_S\}}/\cup(并集)\{a\}]^{(p)}$$
$$=\sum_{j=S}[\{(a_1a_2\ldots+a_P)+\ldots\}/\{a_0\}]^{(P)}=\{0,\pm1\};$$

✸定义 1.17 概率圆对数中心零点（临界点）在圆对数中心零线上的点：$(1-\eta_C{}^2)^K=\{0\}$对应{0,±1}二侧特征模$\{a_0{}^{(1)}\}$,表示“1-1 组合”单元体（内部）{0,±1}之间的中心零点{0,(±1/2),±1}的(±1/2)对称性：对称性位置表现为以中心零点数值为{2,0}中心对应二侧特征模内部$\{a_0\}^{(1)}=\{0,(\pm1/2),\pm1\}$对称性展开。

✸定义 1.18 拓扑圆对数中心零点（临界点）在圆对数中心零线上的点：$(1-\eta_C{}^2)^K=\{0\}$对应{0,±1}二侧特征模$\{a_0{}^{(2)}\}$,表示“2-2 组合”单元体（内部）{0,±1}之间的中心零点{0,(±1/2),±1}的(±1/2)对称性：对称性位置表现为以中心零点数值为{2,0}中心对应二侧特征模内部$\{a_0{}^{(2)}\}=\{0,(\pm1/2),\pm1\}$对称性展开。

✸定义 1.19 超拓扑圆对数中心零点（临界点）在圆对数中心零线上的点：$(1-\eta_C{}^2)^K=\{0\}$对应{0,±1}二侧特征模$\{a_0{}^{(P)}\}$,表示“P-P 组合”单元体（内部）{0,±1}之间的中心零点{0,(±1/2),±1}的(±1/2)对称性：对称性位置表现为以中心零点数值为{2,0}中心对应二侧特征模内部$\{a_0{}^{(P)}\}=\{0,(\pm1/2),\pm1\}$对称性展开。

[数字例 4]：

已知：三元数数值 168，三维空间一个矢量点$\{X\}^{(3)}$，数值因子有不对称性分布组合系数(B=1/3)，

$$\{D_0\}^{(1)}=(1/3)(a+b+c)=18/3=6,$$
$$\{D_0\}^{(2)}=(1/3)(ab+bc+ca)=37,$$

其中：幂指数(3,2,1)表示三元数的不同组合。

解析或组合是以多项式第二个项序概率组合最方便：

通过圆对数中心零线对称性(±1)+(±2)+(-3)={0,2}获得三个根：

a=(6-3)=3，b=(6+1)=7，c=(6+2)=8;

三元数复分析：

在三维空间矢量的组合“3-3 组合”：

$\{X\}^{(3)}=\mathbf{jik}(3\cdot7\cdot8)=168$,

空间位置的数值：$\{D_0{}^{(3)}\}=168$.

在轴线上投影的概率“1-1 组合”：

$\{X\}^{(1)}=(\mathbf{j}3+\mathbf{i}7+\mathbf{k}8)$,

临界线位置的数值：$\{D_0\}^{(1)}=6$.

在平面上投影的拓扑“2-2 组合”：

$\{X\}^{(2)}=\mathbf{ji}(3\cdot7=21)+\mathbf{ik}(7\cdot9=63)+\mathbf{kJ}(9\cdot3=27))$,

临界点位置的数值：$\{D_0\}^{(2)}=37$。

特别的，三维空间投影，平面拓扑的法向线数值与概率轴线数值组成“偶数性”的共轭互逆不对称性，不能

直接平衡与交换，转换为圆对数偶数性对称性条件下才能实现“偶数性‘无穷公理’的圆对数带动下平衡与交换。

（1）、中心零线“偶数性”对应特征模，对称性等价于$(\pm1)+(\pm2)+(+3)=\{0,2\}\cdot\{D_0\}^{(1)}$，

其中：{0}表示中心零线零平衡、减平衡、旋转平衡，{2}表示中心零线偶平衡、加平衡、进动平衡；位置对应{+1,2,-1}圆对数中心零线位置二侧的数值。

（2）、中心零点“偶数性”对应特征模，在中心零线的对称性等价于$(\pm1)+(\pm2)+(+3)=\{0,2\}\cdot\{D_0^{(1)}\}$；

其中：{0}表示中心零点的零平衡、减平衡、旋转平衡，{1}表示中心零点的偶平衡、加平衡、进动平衡；对应于{+1,0,-1}圆对数中心零线位置的数值上“三个方向”{0,(±1/2),1}圆对数中心零线位置的数值。（图 1.1）

其中：偶数性≠偶数，三元数不对称性分布与所在位置（方向）组成“偶数性”的“不对称性分布”，

如：$(+1)+(+2)+(-3)=\{0\}\cdot\{D_0^{(1)}\}$；

$(+1)+(+2)+(+3)=\{2\}\cdot\{D_0^{(1)}\}$；

1.4、无量纲圆对数及中心零线（临界线）中心零点（临界点、极限）

圆对数是“实数与自然数之间”的“一一对应”比较，产生的无量纲语言定义的“无穷构造集”。那么，“实数与自然数是不是一样多？”从数论研究整数的角度来说“若限制于整数特例的实数：实数与自然数一样多”。

从数学分析与逻辑来说：“实数 R（连续过渡方式、相容性）比自然数 N（跳跃过渡方式、完备性）“点”多。无量纲圆对数在这里表现为：边界函数（±1）与中心零点（±0）相同：“实数集 R 对应实心圆”“自然数集 N 对应空心圆”，满足自然数集与事数集的相同单元体的无量纲构造确保圆对数整数性、零误差展开，成为同构、同调、同态、同伦，随机平衡交换的无穷公理。

但是，“自然数整数是最小的构造集，自然数的整数之间空隙包着：有理数、无理数、超越数、复数、……，以及可以数字化的任意对象”与实数一起组成最大数集，通过共享幂函数性质属性（K=+1,-1,±0,±1）的控制，与实数集组成更广泛的、互逆性无量纲圆对数。

圆对数以“乘组合与加组合”、“并集与交集”的互逆性集合为基本单元体，任意数值分析-逻辑分析的对象，具有“偶数性”的共轭互逆不对称性，不能平衡与交换，转换为圆对数中心零点控制“偶数性”的共轭互逆对称性，成为“无关数学模型，没有具体（质量）内容”的无穷构造集，以位值-位置方式在{0，1}的数域分析，具有自然数内部相容性与外部完备性，包含“无穷公理”的无穷构造集的“平衡与交换”。

基于任意群组合-函数都可以分别提取数值特征模和位值圆对数，其中特征模为总元素不变的组合，位值圆对数反映各个组合项序的无量纲距离、测度、位置、位值，与具体元素无关的变量函数的无量纲分析，这样，数学分析将进入“数值-位值一体化”分析的历史阶段。

下面的分析除注明外，一律以圆对数$(1-\eta^2)^K$作为变量单元体为载体进行的分析。表示任意群组合-函数集合{X},通过数值特征模$\{X_0\}$与位值圆对数“$(1-\eta^2)^K$、$(\eta^2)^K$、$(\eta)^K$、$((d\eta)^2)^K$、$((d^2\eta)^2)^K$、$(\int(\eta^2)dx)^K$、$(\iint(\eta^2)dx^2)^K$”的分析，反映数学整体性的群组合-圆对数集合

$\{X\}\}^{(K=-1)(Z\pm S)}$(真命题)$=(1-\eta^2)^K\{D_0\}^{(K=+1)(Z\pm S)}$(逆命题)

之间包括微积分状态的分析，都是在圆对数控制带动下的平衡与交换（态射、映射）。

有关于数的一些事实将派上用场。

事实 **1**：任何群组合-函数 m/n 都可以化简为 m 和 n 不同的偶对序列(K=+1,0,-1)正中反形式转换。

事实 **2**：任何群组合-函数在解析度$\{2\}^{2(n)}$，都可以分解为以{2}为底 2(n)个（偶数）共轭互逆不对称性二个子项组合，或分解为以{3}（奇数）为底 2(n)个$\{3\}^{2(n)}$，共轭互逆不对称性三个子项组合。

圆对数以第三方构造集身份证明：所有的数值是不能直接交换，通过转换为圆对数控制其圆对数的“偶数性”的对称平衡共轭互逆对称性子项，才能交换。

其中：

（1）、二元数对称性各项对象，通过同构圆对数因子$(\eta^2)^K=(1-\eta^2)^K=(1+\eta^2)^K$的偶数性平衡与交换。

（2）、三元数不对称性各项对象，圆对数因子相同$(1-\eta^2)^K=(1+\eta_A{}^2)^{(K=+1)}=[(1-\eta_B{}^2)+(1-\eta_C{}^2)]^{(K=-1)}$的奇函数，在无量纲‘无穷公理’随机平衡与交换。

（3）、自然数（包含可数字化的任意对象）的不对称性，产生组合的奇数组合、偶数组合，其内部、外部皆存在“偶数性”的不对称性分布，统一转换为圆对数因子对称性的“偶数性”。

$$(1-\eta^2)^K=\sum(1+\eta^2)^K+\sum(1-\eta^2)^K;$$

$$(1-\eta^2)^K=\sum(1+\eta^2)^{(K=+1)}+\sum(1-\eta^2)^{(K=+1)};$$

$$(1-\eta^2)^K=\prod(1+\eta^2)^{(K=+1)}+\prod(1-\eta^2)^{(K=+1)};$$

的控制与带动“对象实现‘无穷公理’随机与不随机的平衡与交换。

✷定义 1.20 群组合-函数的圆对数中心零线（称极

限线、临界线）对称性，在圆对数$(1-\eta^2)^K=\{0,2\}$条件下：$(1-\eta^2)^K=\{1\}$（临界线）。圆对数中心零线（称极限线、临界线）对称性，在圆对数$(1-\eta_C^2)^K=\{0,1\}$条件下：$(1-\eta_C^2)^K=\{1/2\}$（临界点）对应外部、内部的最大理想、特征模（正中反均值函数）的分析。

证

根据传统数学熟悉的极限理论，没有区别群组合-函数外部、内部的极限，定义为：limf(x)=q,或者是当且仅当对于任意 ε≥0，存在：

$$\delta\geq 0，\lim f(x)=\lim(1-\eta^2)=q,$$

使得: $|x-q|\leq\delta \Rightarrow |f(x)-q|\leq\varepsilon$；

这个群组合-函数外部、内部不分的计算环境，没有确定的或不稳定的中心零点，容易产生模式坍塌和模式混淆，得不到零误差的分析结果。

这里以二元论的圆对数，检查中心零点的重要性。

已知：**D**=ab，**D₀**=(1/2)(a+b)；

判别式：$\Delta=(\eta^2)^{(K=\pm1)}=\sqrt{AB}/\mathbf{D_0}=\{0,1\}$；

建立一元二次方程式，

$$\mathbf{X^2+BX+D=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}[(0,2)\cdot D_0]^2}$$

获得根：

$$\mathbf{a=(1-\eta^2)^{(K=-1)}D_0，b=(1-\eta^2)^{(K=+1)}D_0;}$$

此时圆对数对应 $\mathbf{D_0}$ 的对称性：

（1）、$(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}=1$；‖$(1-\eta^2)^{(K=-1)}$‖与‖$(1-\eta^2)^{(K=+1)}$‖为 $\mathbf{D_0}=\{\pm1\}$ 二条边界线，称为中心零线（临界线）。

（2）、$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}=0$,在临界线$(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}=1$ 的中心零线直线上的数值中心零点：

$|(1-\eta_\Delta^2)^K|$ 与 $|(1+\eta_\Delta^2)^K|$ 为$(1-\eta_\Delta^2)^K=\{\pm1/2\}$对应中心零线到二条边界特征模线上。

整个圆对数对称性：

$$\sum(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=\sum(1+\eta^2)^{(K=+1)}+\sum(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}+\sum(1+\eta^2)^{(K=-1)}=\{0，\pm1\};$$

$$\sum(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=\sum(1+\eta^2)^{(K=+1)}+\sum(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}+\sum(1+\eta^2)^{(K=-1)}=\{0，\pm2\};$$

整个圆对数位值中心零线（临界线）：

$$\sum(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}=\sum(1+\eta^2)^{(K=+1)}+\sum(1+\eta^2)^{(K=-1)}=\{0，2\},$$

对应特征模 **D₀**:

整个圆对数数值中心零点（临界点）：

$$\sum(1-\eta_\Delta^2)^{(K=\pm0)}=\sum(1+\eta_\Delta^2)^{(K=+1)}+\sum(1+\eta_\Delta^2)^{(K=-1)}=\{\pm1/2\}$$

对应特征模 **D₀**:

中心零点（临界点）上建立圆对数联立方程：

$$\sum(1-\eta_\Delta^2)^{(K=+1)}+\sum(1+\eta_\Delta^2)^{(K=-1)}=\{0，\pm1\};$$

$$\sum(1-\eta_\Delta^2)^{(K=+1)}-\sum(1-\eta_\Delta^2)^{(K=-1)}=\{0，\pm1\};$$

获得圆对数数值中心零点：

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm0)(Z\pm S)}=\{\pm1/2\}^{(Z\pm S)}。$$

对照：微积分中心零点（极限）证明：在微积分中，函数 y=f(x)在某一点 x_0 处连续,其实就是把图像从 x_0 处分成左右两段，左边段 x 趋近与 x_0，右边段 x 也趋近与 x_0，左右两段图像都会在 x_0 点处有极限（左极限和右极限）且极限值就是函数值 $f(x_0)$，

所以有右极限[lim+f(x)]=[左极限 lim-f(x)]=[$f(x_0)$]时就说明函数 f(x)在 x_0 处连续。

这个“极限、映射、态射、箭头、→”，在数值分析与逻辑分析都应用到。基于二侧数值以及分布的不对称性是“不能直接交换”，正式的随机平衡与交换应该是”通过圆对数中心零线（临界线）和中心零点（临界点）的“偶数性”随机带动了“元素对象”的平衡与交换：

圆对数中心零线(临界线)对应特征模{0，2}，

$$[x\to(1-\eta^2)x_0]^{(K=+1)}映射\to[\lim+(1-\eta_C^2)f(x)]^{(Kw=+1)}=(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}=(+1);$$

$$[x\to(1-\eta^2)x_0]^{(K=-1)}映射、态射\to\lim-(1-\eta_C^2)f(x)]^{(Kw=-1)}=(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}映射、态射\to[x\to(1-\eta^2)x_0]^{(K=-1)}=(-1);$$

圆对数数值中心零点(临界点){0}对应特征模{D₀}：

$$(1-\eta_C^2)^{Kw=\pm0)}=\sum(1-\eta_\Delta^2)^{(Kw=+1)}+\sum(1-\eta_\Delta^2)^{(Kw=+1)}=0;$$

圆对数中心零线(临界线)在$(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}=1$ 处，$(1-\eta_\Delta^2)^{(K=\pm0)}=C=\delta=0$ 中心零点(临界点)处连续（也可以不连续）。

其中：性质属性：(K=±1)表示特征模外部完备性；(Kw=±1)表示特征模内部相容性。

特别的，方程式计算中获得的不对称性的数值 A≠B 不能直接平衡交换（映射、态射）。（逻辑代数的人为假设离散型、对称性的态射缺乏可解释性）。

当离散型不对称性分布，同样不能直接平衡交换（映射、态射）。在‘无穷公理’的相同圆对数因子条件下，任意不对称性数值、函数、群组合称“命题”，通过圆对数中心零点$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}$实现随机平衡交换。

平衡交换（映射、态射）规则：原命题群组合不变 **D**，特征模不变 **D₀**，圆对数$(1-\eta^2)$形式不变，仅仅改变圆对数中心零点$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}$对应幂函数的（正中反）性质属性改变，实现 A↔B。即假设 A 为真，然后通过逻辑步骤推出 B 为真。

A↔B 交换过程通过无量纲圆对数描述：

$$(1-\eta^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=+1)};$$

$$(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_C{}^2)^{(Kw=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(Kw=+1)};$$

也就是说，有量纲不对称的“A 命题为真”不能直接平衡交换值，通过相同圆对数自身偶数性‘无穷公理’的随机平衡交换，带动了“B 命题为真”交换。具体的说成是相互之间具有互逆性的以“平衡”为前提的“交换（态射、映射、投影、运算）等”。一旦撤销圆对数，恢复“命题”不对称性数值（如 A≠B）。

上述证明还附加获得证明：

（1）、$(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}$是圆对数中心零线（临界线）对称性$\sum(1-\eta_i{}^2)^{(K=\pm0)}=1$ 对应最大理想、数值特征模 **D_0**。描述了特征模为中心点与周围元素的同步变化。

（2）、$\sum(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm1)}=0$ 或$\sum(\eta_C)^{(K=\pm1)}=0$，表示圆对数中心零点（临界点）对称性，描述了特征模中心点 **D_0** 与周围独立元素之间的距离关系，解析根元素。

（3）、$\sum(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm1)}\neq0$ 或$\sum(\eta_C)^{(K=\pm1)}\neq0$，表示这个新的层次圆对数中心零点不对称性。通过建立新的层次圆对数中心零点和层次特征模，继续上述（1）、（2）进行解析。包括新的层次特征模中心点 **$D_{0(层次)}$**解析及周围个体元素与动态关系。

上述（1）-（2）二个问题具有不可或缺的（包括动态表现的微积分）分析环境，反映了传统微积分单变量，或泛函分析的多变量，以及逻辑代数范畴论，强调的是群组合-函数外部的连续性和完备性，但是，没有解决内部的中心点与周围元素的平衡与交换关系，造成了困境。

这个无量纲圆对数通过‘无穷公理’的随机平衡交换，改革并拓展了传统微积分，同样需要通过无量纲圆对数衔接的‘无穷公理’的随机平衡交换。

特别的，上述证明过程中还揭示了：“零点猜想”很难破解的根源所在：现在的（有量纲）数学构造体系的对称性公理化假设，即“数值分析或逻辑对象存在“偶数性的不完整性”，数值分析不能直接交换；逻辑分析不能直接平衡”，只有采用新的数学无量纲构造体系，圆对数带动“元素-对象”的“对称与不对称的平衡与交换”，才能获得稳定、可靠的交换（转换、态射、映射、平衡等）的中心点，称黎曼函数中心零点（临界线、临界点、传统数学的极限）。

2、无量纲圆对数与连续统及应用例

2. 1、无量纲圆对数无穷构造集与连续统问题的衔接

1874 年格奥尔格·康托尔猜测在可列集基数和实数基数之间没有别的基数，这就是著名的连续统假设。它又被称为希尔伯特第一问题。在 1900 年第二届国际数学家大会上，大卫·希尔伯特把康托尔的连续统假设列入 20 世纪有待解决的 23 个重要数学问题之首。

逻辑分析的集合论-范畴论以及传统的数值分析都不能离开连续统问题：连续统是自然数集是最小的无穷集合，自然数集的势记作“阿列夫零”。康托尔证明连续统势等于自然数集的幂集的势。是否存在另外一个无穷集合，它的势比自然数集的势大，比连续统势小?

康托尔认为在 N 和 R 之间不存在其他无穷集合，但不能给出证明。

1938 年，K.哥德尔证明了 CH 对 ZFC 公理系统(见公理集合论)是协调的。1963 年，P.J.科恩证明 CH 对 ZFC 公理系统是独立的，是不可能判定真假的。哥德尔与科恩证明 N 和 R 之间可能存在其他无穷集合，不能给出证明。把 CH 不成立的集合论称为非康托尔集论。

2.1.1、连续统问题

所说的连续统：连续统是一个数学概念。当人们笼统地说：“在实数集里实数可以连续变动”，也就可以说实数集是个连续统；更严格的描述需要使用序理论、拓扑学等数学工具。这里连续是相对于离散的概念而言的。

所说的连续统假设，连续统假设中心是“连续性与离散性”之间能不能转换为统一体问题？

限于历史条件，康托尔-哥德尔-科恩争议“实数集与自然数集之间有没有新的构造集？即：不知道有无量纲语言定义构造集的事实”。

希尔伯特在 1900 年 8 月巴黎国际数学家代表大会上提出的最重要的数学问题。希尔伯特的 23 个问题分属四大块：第 1 到第 6 问题是数学基础问题；第 7 到第 12 问题是数论问题；第 13 到第 18 问题属于代数和几何问题；第 19 到第 23 问题属于数学分析。

怎样来解决 CH 问题，两人的意见是一致的，那就是必须重新考察集合论基础，后来有人提出“集合论公理化”。哥德尔认为：“这些问题的完全解决，只有通过对在它们中出现的词项(如‘集合’、‘一一对应’，等等)和支配这些词项的使用的公理进行(比通常所作的)更深入的分析，才能得到”。柯恩也认为，如果要来“发展我们的哪些公理应当被接受”，那“我们必须整个地放弃科学的计划并且返回差不多是本能的水平，即与人们最初开始思考数学问题时的精神状态多少相似的状态”，而且两人都猜测，CH 很有可能是不成立的，这样，在 ZFC 公理系统中，CH 是不可能判定真假的。这是 60 年代集合论

的最大进展之一。

然而到了 21 世纪，前人的结论又开始被动摇了。CH 是不可能判定真假的，猜测“在自然数集 **N** 和实数集 **R** 之间是否存在第三种无穷集合？”，如果存在这种构造集，可以鉴定集合论是否成立，也可以鉴定经典数学组合是否成立。克莱因在《古今数学思想》说（新的公理化）“必须突破希尔伯特元数学范围，才有可能”。

1871 年，德国数学家康托尔第一次提出了实数的严格定义。任何一个非空（即连续性）有上界的集合（包含于 **R**）必有上确界。定义实数集实数集包括所有有理数和无理数以及超越数的集合，通常用大写字母 **R** 表示。无量纲圆对数定义它们为：无穷中任意有限的‘元素-对象’。

数学基础中最主要的问题就是如何处理自然数 **N** 和实数 **R** 的关系，即如何用离散的方法来构造连续统。

自从古希腊人发现这个难题以来，至今它仍未得到完全解决。如戴德金分割，这个算法仍然没有给我们提供任何途径来判定一个有理数 A 究竟位于 C 的左边或右边或者刚好等于 C。因此，我们将不能保证欧拉常数 C 是一个实数。非标准分析也给我们提供了这样一种印象，直线上的点其实是无限可分的。

这就说明，我们对连续统还所知甚少。数学归纳法是数学的基本方法，它是建立在自然数 **N** 基础上的，对连续统假设的否定性证明正好说明：人们可以用这种方法去无限逼近连续统，但却永远也不能达到其尽头。

当前传统数学（指数值分析系统和逻辑分析系统）都基于“公理”假设，没有严格证明的数学基础，如“离散型-对称性假设”、“皮亚诺公理 1+1=2？”、“选择公理”、“递归法”、“一一对应”等，遇到了“不对称性”、“连续型”问题，以及“系统的自身不能证明自身“真伪”，存在很大的“不确定性”，迄今为止没有满意的分析方法。

可是，人类总想要追求某种确定性，但却永远也抓不住，一不小心我们的整个基础就会分崩离析，而下面就是那无底深渊，深刻地反映了传统数学基础的不牢固性的现状。

✷定义 2.1 无量纲语言为：“无关数学模型”、“没有具体（质量）元素内容”的无穷构造集。这种第三种无量纲构造集仅仅表现“元素-对象”所在地的位值-位置，不代表具体数值元数。

无量纲构造还具有永恒的、特有的、完整性的“偶数性‘无穷公理’的对称与不对称的平衡交换机制”，自动判定系统中每一个程序自身的“真伪”，在分析中不受到系统外任意具体元素的干扰，验证“元素-对象”（指数值分析体系，逻辑分析体系），具有公正性、客观性、序列性、中心零点对称性，以及任意“元素-对象”在第三方圆对数构造的“无穷公理”条件下，圆对数带动“元素-对象”的“集合与分解”，统一称完整性偶数性的“平衡与交换”机制，成为圆对数公理化假设。

这一段话什么意思？具体的说，无穷集的元素-对象进行不重复的组合形式，集合成为无限子项，每个子项都可以转换为无量纲圆对数以及性质属性存在的正中反之间的相互平衡交换。平衡与交换二者缺一不可。

✷定义 2.2 定义实数集：有理数和无理数或代数和超越数，为与数轴上的实数、点相对应的数，它与虚数共同构成复数。并且受到性质属性正中反的控制，通常用大写字母 **R** 表示。

✷定义 2.3 实数集 **R** 为与数轴上连续的实数、点(注：应该是对应的圆）相对应的数，是实数理论的核心研究对象，它与虚数共同构成复数。实数集的通常以“几何均值函数集”表示有理数和无理数以及超越数的集合，称无穷“乘组合”（含实数集 **R**、乘组合、交集、正圆模式、几何平均值，有理数、无理数，密码、信息、文字、自然语言、视频、音频、物理、化学、生物、思维、所有的可数字化的任意对象，……）”

✷定义 2.4 定义实数集{**X**}单元体：

$\{\mathbf{X}\}=\prod^{K(s)}\sqrt{\{a,b,c,d,\ldots s\}}$，$\cap\{X\}^{K(S)}=\{a\cap b\cap c\cap\ldots\cap s\}$；表示实数组成多项式的连乘的组合形式给与开方，称乘组合特征模、几何平均值（乘组合、交集）

✷定义 2.5 自然数集 **N**：正整数集,整数集,可以有负数、可整数数字化的对象，并且受到性质属性正、中、反向的控制，通常用大写字母 **N** 表示。

✷定义 2.6 定义自然数自然数集 **N,** 自然数集是全体非负整数组成的集合。自然数集有无穷的个数。非负整数包括正整数和零，是一个可列集。自然数集的通常以“算术均值函数集”表示有理数和无理数以及超越数的集合，称“加组合”（含自然数集 **N**、加组合、并集、特征模（正中反均值函数）、算术平均值）。

✷定义 2.7 函数-多项式：无穷“乘组合”元素不重复的组合集合，无限程序组合形式的子项“乘组合”组成函数-多项式。在函数多项式往往列于

第一项组合系数 A=1，

第二项 B=(1/S)，

第三项 B=(2!/(S-0)(S-1),……，

第 P 项 B=(P-1)!/(S-0)！。“！”表示阶乘

任意有限元素组成的函数-多项式其组合系数具有正则化分布形式。

✷定义 2.8 自然数集单元体：

$\{X_0\}^{K(S)}=\sum[(p-1)!/(s-0)!]\{a+b+c+…+s\}$，

或： **$\cup\{X_0\}^{K(S)}=\{a\cup b\cup c\cup…\cup s\}$（加组合，并集）**

表示自然数组成多项式的组合系数除元素连乘的组合形式，最简单的称“算术平均值（加组合、并集）”。

上述关于集的定义，比传统定义拓宽了，因为有无量纲语言定义的位值，在分析中不受到具体元素的干扰，位值仅表示元素所在地和位置，没有具体数值的含义。

✷定义 2.9 特征模：为无穷构造集元素不同形式组合的子构造集，当满足正则化组合系数与元素组合形式建立平均值关系，称特征模。

✷定义 2.10 无量纲圆对数：根据相对性原理，进行实数集 R 与自然数集 **N**，以圆对数方式$(1-\eta^2)^K$=**R/N**（包括各种组合单元体之间一一对应的比较），获得新的无量纲圆对数构造集。反过来又以无量纲$(1-\eta^2)^K$特有的“偶数性”对称与不对称的共轭互逆性和随机与不随机的平衡交换机制，通过无量纲圆对数中心零线（临界线）与中心零点（临界点）的对称性，自洽地带动实数集 **R** 与自然数集 **N** 的随机互逆性自证的平衡交换，称‘无穷公理’。一旦撤销圆对数，恢复它们原来的不对称性面貌。

2.1.2、连续统问题的无量纲圆对数证明

证明目的：解决连续统问题：“离散型的点（含自然数集 **N**、加组合、并集、特征模、算术平均值）与连续型的线（含实数集 **R**、乘组合、交集、正圆模式、几何平均值）”，以无量纲圆对数构造集特有的“偶数性”对称与不对称的共轭互逆性和随机与不随机的平衡交换机制，通过无量纲圆对数中心零线（临界线）与中心零点（临界点）的共轭互逆对称性自洽地衔接起来。

从数学的分析与逻辑来说：“实数 **R**（连续过渡方式、相容性）比自然数 **N**（跳跃过渡方式、完备性）“点”多。传统数学在这个问题上不能获得整数性展开，几乎全体获得都有“余项”，很难处理。

使得传统数学被迫采用“逼近计算”。这也是传统数学以公理化组成的所有函数（称有量纲系统不能自洽，系统自身不能自证“真伪”）的不完备性根本原因，反映了传统数学不可靠性。

无量纲圆对数表现为：边界函数（±1）与中心零点（±0）相同：“实数集 R 对应实心圆”“自然数集 N 对应空心圆”，满足自然数集与事数集的相同单元体的无量纲构造确保圆对数整数性、零误差展开，成为同构、同调、同态、同伦，随机平衡交换的无穷公理。

但是，“自然数整数是最小的构造集，自然数的整数之间空隙包着：有理数、无理数、超越数、复数、……，以及可以数字化的任意对象”与实数一起组成最大数集，通过无量纲圆对数共享幂函数性质属性（K=+1,-1,±0,±1）的控制，与实数集组成更广泛的、互逆性无量纲圆对数。

特别是，N 和 R 自身系统转换为无量纲系统的“无穷集合与组合”，转换为无量纲构造集，无量纲系统“没有具体元数的内容”，以及特有的“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”，依靠圆对数中心零线（临界线），中心零点（临界点）的对称性，在命题不变条件下，圆对数中心零点对称性的“平衡交换”，带动了“对象——自然数集 N（离散型）、实数集 R（连续型）”以完整性的完备性与相容性为一体化，通过圆对数中心零点对称性，系统自身进行随机与不随机的可靠的无量纲“平衡交换”，带动有量纲进行可靠的“集合、组合、解析、分解”。一旦撤销圆对数，所有的“元素-对象”恢复原来的不对称性和不可平衡交换性。

✷定义 2.11 有量纲体系，指凡是根据公理化（没有数学证明）组成（加减乘除开方乘方、并集交集，各种高低幂次方程、微积分动态方程、任意几何空间向正圆模式的路径积分，……）等对应有形与无形的具体对象，以及各种计算符号组合的各种函数，统一称“有量纲体系”。由于有量纲系统的不完整性，系统自身不能“自证真伪”（指哥德尔不完备性定理）。‘无穷公理’将说明了传统数学基础不牢固。

✷定义 2.12 无量纲体系，指凡是根据无量纲特有的“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”公理化，即圆对数公理化假设（有平衡交换数学证明）有（加减乘除并集交集）等组成合的各种“元素-对象”（指代数-几何-数论-群论-所有的可数字化的任意对象、信息、密码、语言、音频、视频、自然文字、物理、化学、生物、思维，……），能够组成合理的各种数学模型，都可以统一转换为“无量纲体系”进行零误差的算术分析。

无量纲系统的完整性表现为“完备性与相容性一体化”以及“同构、同态、同调、同伦的紧致性”确保圆对数中心零点稳定性、可靠性。

无量纲圆对数以“无关数学模型，没有具体元数内容干扰”和无量纲系统特有的“偶数性”机制，在圆对数因子相同条件下，自身概念具有封闭性的随机与不随机的自动进行平衡转换。具有可靠性、稳定性、权威性，以它作为第三方系统可以公正地验证有量纲体系的合理性。

这样一来，目前传统数学全部列入“有量纲体系”（指哥德尔不完备性定理的系统），属于数学基础不牢固。

同理、无量纲圆对数构造称“无量纲体系”。所有的“有量纲体系”（指代数、几何、数论、群组合理论系统）都可以转换为“无量纲体系”运算。

“有量纲体系”在“无量纲体系”以“偶数性对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换机制”和中心零点对称性带动下，简接地带动“有量纲体系的平衡交换”。这种平衡交换是暂时的一旦，撤销了圆对数，恢复仍然不能“有量纲体系的不能平衡交换”。

根据相对性原理，进行实数集 R 与自然数集 N，以

圆对数方式$(1-\eta^2)^K=R/N$（单元体之间一一对应的比较），获得第三方的无量纲圆对数构造集。反过来又以第三方的无量纲$(1-\eta^2)^K$ 特有的“偶数性”对称与不对称的共轭互逆性和随机与不随机的平衡交换机制，通过无量纲圆对数中心零线（临界线）与中心零点（临界点）的对称性，自洽地带动实数集 R 与自然数集 N 的平衡交换。一旦撤销圆对数，恢复它们原来的不对称性面貌。

✸定义 2.13 无量纲圆对数为实数集单元体除自然数单元体（或几何平均值函数集/算术平均值函数集）获得无量纲语言定义的无穷圆对数构造集：

证：

$$\begin{aligned}(1-\eta^2)^K=&[{}^{K(S)}\sqrt{\{a,b,\cdots s\}}/\{D_0\}]^{K(1)}\\&+\{{}^{K(S)}\sqrt{\{a,b,\cdots s\}}/\{D_0\}\}^{K(2)}+\cdots\\&+\{{}^{K(S)}\sqrt{\{a,b,\cdots s\}}/\{D_0\}^{K(p)}]^{K(Z\pm S)}\\&=(1-\eta_1^2)^{KP(N)}+(1-\eta_2^2)^{KP(N)}+\cdots+(1-\eta_s^2)^{K(S)}\\&=\{0,2\};\quad (S=0,1,2,3,\ldots \text{无穷整数})\end{aligned}$$

圆对数乘(除)形式：(K=+1,-1,±0,±1)(S)分别表示乘方、开方、转换、平衡，（对应圆对数幂函数计算）,也就是说，传统数学的运算符号，在这里“没有实质性区别”统一转换为无量纲的运算。

$$\begin{aligned}\prod(1-\eta_s^2)^{KP(N)}=&\prod(1-\eta_s^2)^{(K=+1)P(N)}\\&+\prod(1-\eta_s^2)^{(K=\pm0)P(N)}+\cdots+\prod(1-\eta_s^2)^{(K=-1)P(N)}\\&=\sum_{(Z\pm S)}\prod_{(Z\pm S\pm q)}(1-\eta_s^2)^K=\{0,1\};\end{aligned}$$

圆对数加（减）形式：(Kw=+1,-1,±0,±1)(S)分别表示乘、除、转换、平衡，（对应圆对数因子的计算）

$$\begin{aligned}\sum(1-\eta_s^2)^{(K=\pm1)P(N)}=&\sum(1-\eta_s^2)^{(K=+1)P(N)}\\&+\sum(1-\eta_s^2)^{(K=\pm0)P(N)}+\cdots+\sum(1-\eta_s^2)^{(K=-1)P(N)}\\&=\sum_{(Z\pm S)}\prod_{(Z\pm S\pm q)}(1-\eta_s^2)^K=\{0,1\};\end{aligned}$$

圆对数因子无穷对称性展开：

$$(\eta_s^2)^K=(\eta_s^2)^K+(\eta_s^2)^K+\cdots+(\eta_s^2)^K=\{0,1\};$$

或： $$(\eta_s)^K=(\eta_s)^K+(\eta_s)^K+\cdots+(\eta_s)^K=\{0,1\};$$

这样，证明了无量纲‘无穷公理’具有无穷圆对数构造的对称性，无穷公理对应的每个子项都具有随机性的平衡交换条件。

✸定义 2.14 无量纲圆对数中心零线（临界线）：$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=\{0，\pm1\}$，对应特征模$\{D_0\}^{K(Z\pm S)}$外部的平衡，描述中心零线（临界线）对称性。称圆对数“偶数性”。

$$\begin{aligned}\prod(1-\eta_s^2)^{(K=\pm0)P(N)}=&\prod(1-\eta_s^2)^{(K=+1)P(N)}\\&+\prod(1-\eta_s^2)^{(K=-1)P(N)}=(1-\eta_s^2)^{(K=\pm1)(Z\pm S)}\\&=\{0，\pm1\}^{K(Z\pm S)};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum(1-\eta_s^2)^{(Kw=\pm0)P(N)}=&\sum(1-\eta_s^2)^{(Kw=+1)P(N)}\\&+\sum(1-\eta_s^2)^{(Kw=-1)P(N)}=(1-\eta_s^2)^{(K=\pm1)(Z\pm S)}\\&=\{0，\pm1\}^{K(Z\pm S)};\end{aligned}$$

✸定义 2.15 无量纲圆对数中心零点（临界点）：$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm1)}=0$，对应特征模$\{D_0\}^{K(Z\pm S)}$内部的平衡，中心零点（临界点）位置在中心零点（临界点）上，描述中心零点（临界点）对称性。

$$\begin{aligned}(1-\eta_C^2)^K=&\prod(1-\eta_{1C}^2)^{KP(N)}\\&+\prod(1-\eta_{2C}^2)^{KP(N)}+\cdots+\prod(1-\eta_{SC}^2)^{KPP(N)}\\&=(1-\eta_{SC}^2)^{(K=\pm0)(Z\pm S)}=\{0\}^{K(Z\pm S)};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(1-\eta_C^2)^K=&\sum(1-\eta_{1C}^2)^{KP(N)}\\&+\sum(1-\eta_{2C}^2)^{KP(N)}+\cdots+\sum(1-\eta_{SC}^2)^{KPP(N)}\\&=(1-\eta_{SC}^2)^{(K=\pm0)(Z\pm S)}=\{0\}^{K(Z\pm S)};\end{aligned}$$

其中：乘组合与加组合，只要是总元数（几何称边界函数）不变，特征模组合（称“自身”）形式不变，在转换为无量纲圆对数之间没有实质性区别。

如果说：“区别”，仅仅是“加组合必须为圆对数因子变化，乘组合为幂函数因子变化”。可是，“圆对数因子变化与幂函数因子变化”具有同步性。

因此，说他们进行（加减乘除乘方、开方、微积分、并集、交集）运算。“没有实质性区别”，也就是说，数值分析和逻辑分析都可以转换为无量纲圆对数，圆对数把他们统一起来，称“无关数学模型”。

证：

设 1：**N** 为自然数集的集合，单元体（有属性属性控制正中反向）为算术平均值，称（加与并集）特征模，

特征模依序有：

概率（等同一阶微积分）：

$\{D_0\}^{K(1)}=\sum_{[S\pm(q=1)]}(1/S)(a+b+c+\cdots+s)$；

拓扑（等同二阶微积分）：

$\{D_0\}^{K(2)}=\sum_{[S\pm(q=2)]}[(2!/(S-0)(S-1)]^K\prod_{[q=2]}(ab+cd+\cdots+sa)$；

超拓扑（等同 P 阶微积分）：

$\{D_0\}^{K(p)}=\sum_{[S\pm(q=p)]}[(P-1)!/(S-0)!]^K\prod_{[q=p]}[(abc\cdots p)+\cdots+(bc\cdots ps)]$；

其中：$\sum_{[S\pm(q=1)]}$、$\sum_{[S\pm(q=1)]}$下标表示任意有限元素的加组合“1-1 组合”“2-2 组合”，$\prod_{[q=2]}$,$\prod_{[q=p]}$下标表示任意有限元素的乘组合“1-1 组合”“2-2 组合”。

加组合与并集的特征模写成：

$\{D_0\}^{K(1)}$，$\{D_0\}^{K(2)}$，…，$\{D_0\}^{K(S)}$；（S=0,1,2,3,…无穷整数）。

设 2：**R** 为实数集的集合，单元体（有属性属性控制正中反向）为几何平均值，称（乘与交集）特征模，元素为$\prod_{[q=S]}\{a,b,\cdots s\}$（加减乘除，并集、交集）最简单的称单元体，依序列有：

乘组合与并集的特征模写成：

概率（等同一阶微积分）：

$\{D\}^{K(1)}=\{^{K(S)}\sqrt{(a,b,\cdots s)}\}^{K(1)}$，

拓扑（等同二阶微积分）：

$\{D\}^{K(2)}=\{^{K(S)}\sqrt{(a,b,\cdots s)}\}^{K(2)}$，…，

超拓扑（等同 P 阶微积分）：

$\{D\}^{K(p)}=\{^{K(S)}\sqrt{(a,b,\cdots s)}\}^{K(S)}$；（S=0,1,2,3,…无穷整数）

设 3：圆对数的“偶数性”随机的平衡与交换：

$$(1-\eta^2)^K=\{\mathbf{R/N}^{(S)}\}^{K(Z\pm S)}\leq 1;$$

$$(1-\eta^2)^K=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}]=\{0,2\}^{K(Z\pm S)};$$

$$(1-\eta^2))^{(K=1)}=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=0)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}]=\{0,1\}^{K(Z\pm S)}$$

无量纲以特有的“偶数性对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换机制”，带动“**R** 与 **N**”的平衡交换平衡，成为圆对数公理化，称；“无穷公理化”，成为新的数学公理化基础，具有可靠、可行、安全、精确、公正等优越性。

目前，传统数学的运算，采用“固定数值除多元素连乘”得不到整数性展开，或留下了“余项”很难处理，只能“逼近计算”。

特别的，特征模展开等同于泰勒级数、欧拉级数、富立叶级数、勒让特级数、……，都可以被它们自身“元素-对象”组成的单元体所除，获得函数各个子项的转换为无量纲的整数性。并且函数（多项式）具有正则化特征的展开。这就是所说的“整数定理（霍奇猜想）”，在这里通过无量纲形式给与解决。

证【1】：

二元数的偶数性：“**R≠N**”，但是中心零点二侧的元素呈“对称性”(A，(中心零点 0)，B)分布。

如：“**R** 与 **N**”分别在解析度 2 条件下，中心点分解为二个共轭对称性分布子集为 A 与 B，选择 A 与 B 的均值函数，为“特征模$\{D_0\}^{K(2n)}=(1/2)(A+B)$”，转换为无量纲圆对数构造集$(1-\eta^2)^K$对应特征模。(n=1,2,3…整数，表示“R 与 N”系列分解为二个子集仍然保持相应的系列。

$$A\cdot B=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\{D_0\}^{K(2n)};$$

$$A^{(K=+1)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\cdot\{D_0\}^{K(1)};$$

$$B^{(K=-1)}=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\cdot\{D_0\}^{K(1)};$$

或： $(1-\eta^2)^{(K=+1)}=\{D_0\}/A^{(K=+1)(1n)}$；

$(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}/B^{(K=-1)(1n)}$；

其中： $|(1-\eta^2)^{(K=+1)}|=|(1-\eta^2)^{(K=-1)}|$；

满足无量纲圆对数同因子下的平衡，随机交换特征。这里证明了 A 与 B 不能直接“组合”，只有圆对数平衡下带动 A 与 B 的交换，这就是‘无穷公理’的随机平衡交换的特征。

二元数（对称性分布）平衡交换规则：通过圆对数中心零点对称性，在相同的无量纲圆对数因子下，不变原命题、不变特征模、不变同构圆对数，通过圆对数性质属性的正中反性质属性，以随机与不随机的平衡交换，带动了数值的平衡交换。

$$A^{(K=+1)(n)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\cdot\{D_0\}^{(K=\pm1)(n)}$$

$$=[(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_C{}^2)^{(Kw=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}]\cdot\{D_0\}^{(K=\pm1)(n)}$$

$$=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\cdot\{D_0\}^{(K=\pm1)(n)}=B^{(K=-1)(n)};$$

其中：$A^{(K=+1)(1n)}\neq B^{(K=-1)(1n)}$,不能直接交换，必须在圆对数的加结合律控制下进行。

证【2】：

三元数的偶数性：“**R≠N**”，但是中心零点二侧的元素呈”(A↔(中心零点 0)↔BC)“不对称性分布。

如：“**R** 与 **N**”分别在解析度 2 条件下，中心点分解为二个共轭不对称性子集为 A 与(B,C)，有 A 与(B，C)的正中反均值函数，称“特征模

$$\{D_0\}^{(1)}=(1/3)(A+B+C);$$

$$\{D_0\}^{(2)}=(1/3)(AB+BC+CA)”,$$

转换为无量纲圆对数构造集$(1-\eta^2)^K$对应特征模。(n=1,2,3…整数，表示“**R** 与 **N**”系列分解为圆对数对应的

三个子集，仍然保持相应的不对称性系列。困难在于"一"一个元数与二个乘组合"元数如何进行平衡交换？，这是涉及"不对称性解析问题"，传统数学许多数学问题都卡在这里。

现在，把三元数转换为无量纲圆对数，获得

$$A \cdot B \cdot C=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\{D_0\}^{K(3n)};$$

$$A=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0\}^{K(1n)};\quad BC=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(2n)};$$

其中：$BC=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(2n)}$可以分解为：

$$B=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(1n)},\quad C=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(1n)}$$

进行技术整理：

$$A=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0\}^{K(1n)};$$
$$B=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(1n)};$$
$$C=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(1n)};$$

三个圆对数幂次相同，组成加结合律和交换律，克服了传统数学不能直接平衡交换的难题，或者说补充解决逻辑分析范畴论的不能直接态射、映射以及经典分析不能直接平衡的数学依据。

其中：三元数（不对称性分布）交换方式必须通过圆对数中心零点对称性，在相同的无量纲圆对数因子下，不变原命题、不变特征模、不变同构圆对数，通过圆对数性质属性的正中反性质属性，以随机与不随机的平衡交换，带动了数值的平衡交换。

无量纲圆对数加结合律：适应不对称性三元数系列，以及圆对数的中心零点对称性的临界点的带动下成立。

其中：二元数的乘组合通过圆对数转换为二个圆对数加组合：

$$(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_B{}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)}=\{0,1\};$$

或：$$(\eta_A{}^2)^{(K=+1)}+(\eta_B{}^2)^{(K=-1)}+(\eta_C{}^2)^{(K=-1)}=\{\pm0\};$$

圆对数加组合交换律：

$$(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}=(1-\eta_B{}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)};$$
$$(1-\eta_B{}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)};$$
$$(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_B{}^2)^{(K=-1)};$$

圆对数因子加组合交换律：

$$(\eta_A{}^2)^{(K=+1)}=(\eta_B{}^2)^{(K=-1)}+(\eta_C{}^2)^{(K=-1)}$$
$$(\eta_B{}^2)^{(K=-1)}=(\eta_A{}^2)^{(K=+1)}+(\eta_C{}^2)^{(K=-1)}$$
$$(\eta_C{}^2)^{(K=-1)}=(\eta_A{}^2)^{(K=+1)}+(\eta_B{}^2)^{(K=-1)}$$

中心零点对称性的临界点；

$$(\eta_A)^K+(\eta_B)^K+(\eta_C)^K=\{\pm0\}$$

其中：这里的{±0}属于无量纲位值，没有具体数值内容）；

$$(\eta_A)^K=(\eta_B)^K+(\eta_C)^K;$$
$$(\eta_B)^K=(\eta_A{}^2)^K-(\eta_C)^K;$$
$$(\eta_C)^K=(\eta_A)^K-(\eta_B)^K;$$

圆对数中心零点定义交换过程：

无量纲圆对数中心零线（临界线）系列：

$$A=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0\}\leftrightarrow\{(1-\eta^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}\}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}=B,$$

无量纲圆对数中心零点（临界点）：

$$a=(1-\eta_\Delta{}^2)^{(Kw=+1)}\{D_0\}=\{(1-\eta_\Delta{}^2)^{(Kw=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_\Delta{}^2)^{(Kw=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_\Delta{}^2)^{(Kw=-1)}\}\{D_0\}=(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}\{D_0\}=b,$$

上述公式表示了无量纲圆对数因子相同条件下，表现为"元素-对象"特征模（外部）之间的中心零线（临界线）的随机平衡交换。以及"元素-对象"（内部）元素特征模之间的中心零点（临界点）的随机平衡交换。

其中：中心零点"重合性（叠加性）"。或表现为"乘组合与加组合"、"几何平均值与算术平均值"，其"重合性"不能够"可叠加为一点"，只有无量纲圆对数控制{0,1}下，"叠加性才能共同的一点"，成为"同心圆"。

综上所述：乘组合、交集适应幂函数因子的描述；加组合、并集适应圆对数因子的描述，而幂函数因子与圆对数因子变化具有同步性，因此"加减乘除开方乘反、交集、并集等运算符号"在无量纲圆对数里没有实质性区别。无量纲圆对数对应的{±0，±1}是位值-位置关系，运算结果分别处于中心零点或边界。它们不同于有量纲自然数数值的{0，1}，表面上看，好像一样，但是概念和界定、应用的领域不同。

二元数(A≠B)泛指系统对称性分布，三元数(A≠BC)泛指系统不对称性分布，对应具有相同的圆对数因子(η)或$(\eta^2)^K$,以圆对数因子(η 或 $\eta^2)^K$ 随机与不随机的平衡交换。一旦撤销圆对数，数值-对象恢复原来的不对称性，不能继续进行平衡交换。

用中国俗语形象表述是"瞎猫逮到死老鼠"。遇到了连续性、不对称性计算环境，都被卡着了。传统数学研究到此为至，没有新的发展前景，包括计算机迈向超级计算机以及模仿人类大脑思维的步伐受到不应有的影响。意味着西方国家 400 年来建立的数学走了一段弯路。

这里，严格地证明了传统数学所说的"离散-对称"假设是不完整性的。至于现行分析为什么能够成立以及运算照样能够进行？那是属于历史性的"运气与碰巧"。只能应用是在"有限"范围内。如三元数就解决不了。

因此，如皮亚诺公理化、集合论公理化仍然需要数学证明的理由，有量纲系统不能自证"真伪"，所以称"不

完备性”，数学基础不牢固。遇到了现实的“连续型、不对称性”不能平衡交换，过不了这一关，造成传统数学分析计算越来越复杂和“逼近计算”，失去了数学本来精确性计算的面貌。

在“实数集 **R** 与自然数集 **N**”以及所有传统数学的“数值分析逻辑对象”转换为无量纲‘无穷公理化’的圆对数的中心零线（临界线）、中心零点（临界点）和共轭的“偶数性不对称性”，其“元素-对象”被无量纲圆对数‘无穷公理’带动平衡交换。反映了传统数学的数值分析和逻辑分析基础存在先天性，难以克服的缺陷。看来只有采用新的构造集才能解决。

这就是本文所说的：开启了以无量纲‘无穷公理化’的圆对数构造替代现有数学体系的有量纲。

其中：

（1）、在数论中以自然数整数为单元体，以圆对数的“实心圆（连续性）和空心圆（离散性）”精确地控制了实数集 **R** 与自然数集 **N** 同步的零误差，而任意函数转换为圆对数满足“整数性、精确性”展开，以及特征模与圆对数共享性质属性。以无量纲构造集特有的“偶数性随机平衡交换机制”，控制性带动着“有量纲”系统的“乘组合与加组合”正中反向平衡交换展开。

（2）、在数学中实数集大于自然数集整数，在自然数的整数空隙中，引入有理数、无理数、超越数、复数，……，以及有性质属性控制正中反向的“乘组合与加组合”，所有的可数字化的对象组成广义实数集，以选择公理化的“一一对应”，取得无量纲语言定义‘无穷公理’的圆对数（广义实数集）无穷构造集。

（3）、无量纲圆对数中心零线（临界线）适应系统系列的中心零线（临界线）和非平凡点的中心零点（临界点）的适应系统，都是对应特征模（正中反均值函数）中心点或正圆模式（均匀分布的几何空间）中心点，对应连续统所说的“超级基数 alf-(2ω)”成为最大数值、理想。无量纲圆对数中心零点可以保持“元素-对象”系列的稳定性，防止模式混淆、模式坍塌。

众所周知，现有的数学体系如“完备性与相容性”的矛盾不能克服，集合论以无穷公理递归法应付逻辑语言定义的逻辑运算，但是，逻辑运算不能解决平衡计算。其中拓扑最为明显，从 A 态射到 B,如何解决其“平衡”？数值分析的加减乘除的平衡，如何解决从 A 态射到 B 的交换。产生原因在于公理的不完整性。也就是说“公理”不是万能的解决数学运算问题。

作为第三方无量纲元素本身是没有具体元素内容的干扰，第三方无量纲构造集存在“偶数性机制”，具有严格性、封闭性、紧致性、同构性、同调性，以及中心零线（临界线）和中心零点（临界点）共轭互逆对称性等无穷公理构造，使得“无量纲”不能干扰“无量纲”，具有对称与不对称、随机与不随机的平衡交换概念，确保无量纲以第三方自身分析、验证的精确性。同时以“无关数学模型”确保验证其它任意数学构造集（有量纲系统）证明的公正性、权威性。这是比现有的任意各种数学结构的分析方法，最抽象、最深刻、最基本的构造集，成为第三方无量纲圆对数无穷构造集体系，获得广泛应用的理论和分析工具。

至此，连续统与无量纲圆对数进行了衔接，把离散型的数集与连续的数集整合为一个整体，满足无量纲圆对数外部的完备性过渡和内部的相容性过渡转换的一体化，统一在无量纲{0,±1}界定范围零误差的分析与运算。以无量纲构造形式解决康托尔的“连续统问题”的证明。一个新颖的无量纲圆对数数学体系诞生了，或者说“开启了无量纲圆对数构造的新数学时代”。

2.2、无量纲圆对数的分析与方程的衔接

数学最终的目的，是要为实际工程联系解决应用问题。无量纲圆对数的分析与数值分析、逻辑分析方法的衔接，以完美性，零误差精确度，解决一系列一元高次方程式和具体工程应用问题，为方便理解，引入具体数字例。

【数字例 5】

（1）、数值对象：(+为加组合，•为乘组合)

已知：三元数 D=96：特征模：平均值 $D_0=\{5\}$，二个变量函数就可以分析。但是必须通过偶对称性的圆对数和特征模和通过圆对数中心零点对称性才能平衡交换，获得解析：

圆对数：$\mathbf{(1-\eta_{abc}^2)^K=96/125=0.768,}$

$$\mathbf{96=\sum(1-\eta_{abc}^2)^K \cdot \{5\}^{(3,2,1)}}$$

$$\mathbf{=[(1-\eta_a^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta_b^2)^{(Kw=-1)}+(1+\eta_c^2)^{(Kw=-1)}] \cdot \{5\}^{(1)}}$$

$$\mathbf{=[(1-2/5)^{(Kw=+1)}+(1-1/5^2)^{(Kw=-1)}+(1+3/5)^{(Kw=-1)}] \cdot \{5\}^{(3)}}$$

$$\mathbf{=j3+i4+k8,}$$

（2）、逻辑对象：(∪为并集{A∪B∪C}，∩为交集{∩ABC})

如：集合$\{\cap ABC\}\in\{R_0\}^{(3,2,1)}$；

函子$\mathbf{(1-\eta_{abc}^2)^K=\{\cap ABC\}/\{A\cup B\cup C\}^{(3,2,1)}}$

$$\mathbf{\{\cap ABC\}=[(1-\eta_a^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta_b^2)^{(Kw=-1)}+(1+\eta_c^2)^{(Kw=-1)}] \cdot \{R_0\}^{(3)}}$$

$$=[(1-A/\{R_0\})^{(Kw=+1)}+(1-B/\{R_0\})^{(Kw=-1)}+(1+C/\{R_0\})^{(Kw=-1)}]$$

$$\bullet \{R_0\}^{(3)}](\text{态射})\leftrightarrow\{A\cup B\cup C\}\leftrightarrow\{jA\cup iB\cup kC\},$$

圆对数中心零点对称性：

$$(1-\eta_a^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta_b^2)^{(Kw=-1)}+(1+\eta_c^2)^{(Kw=-1)}=0;$$

圆对数带动命题整体性平衡交换过程：

$$(1-\eta_{abc}^2)^{(Kw=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{abc}^2)^{(Kw=\pm0)}\leftrightarrow(1+\eta_{abc}^2)^{(Kw=-1)};$$

其中：$\{5\}^{(3,2,1)}$,$\{R_0\}^{(3,2,1)}$表示元素-对象可以有“3-3、2-2、1-1”的组合与集合。

上述通过第三方无量纲圆对数构造集严格证明“数值对象不能直接交换（相加或相乘），逻辑对象不能直接态射（交集或并集），必须通过圆对数和圆对数中心零点的对称性才能交换（投影、映射、态射、平衡），否则出现模式混淆或坍塌，克服了数值分析和逻辑分析“数值加与乘之间的组合与分解”、“逻辑对象态射的并集与交集”的核心基础问题。

目前，所有的数值分析和逻辑分析，都没有明确指明它们有外部、内部分析的中心零线、中心零点。也就是说，所有的自然数学与集合论分析都没有发现或遗漏了一个重要的“平衡与交换”条件或‘无穷公理’规则，所以没有牢固的数学基础，不能自证成立。

同理：“选择公理化”也需要在无量纲圆对数带动“数值、逻辑”的平衡与交换，给与选择公理化成立的证明。

证明中还发现：实数集与自然数集之间的无量纲语言定义的新的无穷圆对数构造集，成为数学组合与集合的基本性原理。进一步证明：连续统的“离散性的集合转换为特征模分别有(外部、内部)的“平衡与交换”。

许多世纪性数学难题（包括对称与不对称性性分布多项式方程、计算机算法、组合、解析）被卡的难关就是这个偶数的“不对称性”如何转换为“对称性”。

圆对数以无量纲形式，把对称与不对称性数学问题整合为一个无量纲圆对数整体，圆对数中心零点带动了数值、对象的交换。称共轭互逆平衡对称性以及‘无穷公理’的随机“平衡与交换”的数学基础。

2.3、无量纲圆对数与三维向量空间衔接

传统微积分是实分析的工具。在二元分析中出现“虚数”(√-1)=i，哈密顿提出了“四元数交换规则”，解决了二元数交换问题，有二维向量复分析 a+b**i**，引入实向量是“有序数集”。

但是，三元数分析中出现“虚数”(^{3}√-1)=**jik** 产生了“一维实向量与二维实向量”出现不对称性组合交换的困难，不能直接实现三维复分析采用二元的叠加$\{2\}^{2n}$。许多数学家进行探索，无果，至今“三元数”还是空白。

为了解决实向量复分析的困难，克服“数值之间不能直接交换”，通过圆对数特有的“偶数性的对称与不对称的平衡交换机制”，建立了“三维哈密顿-汪一平四元数交换规则”，即“”圆对数$(1-\eta_{[jik]}^2)=\{0,\pm1\}$对应的三维空间八象限（**jik**=±1，**ik**=±**j**，**kj**=±**i**，**ji**=±**k**）解决三元数交换问题，即：圆对数带动了“一维/二维/三维实向量”的交换问题，填补了三维复分析直接计算的空白域。

其中：平面投影拓扑组合的法向线与轴线投影具有共轭互逆性。引入三维实向量是“有序数集”。这些向量构成二维/三维欧几里得空间。

✷定义 2.12 κ 维（即 Q=0,1,2,3 维方向的展开），向量是一个有序集，复分析在这里的“序排列”很重要。如：$\{X\}^K=(x_1,x_2,\ldots x_K)$，下标序列符号对应着二维空间、三维空间的序列。

复分析完成：$(x_1,x_2,\ldots x_K)$可以分解为一维/二维/三维空间，并且有序表现：

a≠b,b≠c,c≠a；ab≠ba,bc≠ca,ca≠ab；abc≠bca,…,

数值的编码根据左手法则”大拇指向上，四指并弄向手心握紧，四指为顺时针方向为“+”，反之“-”。

$\{X\}^K=(x_1,x_2,\ldots x_S)$分别提取单元体：$\{^{(S)}\sqrt{X}\}^K$

数值特征模$\{\mathbf{D_0}\}^{K(Z\pm S\pm(Q=0,1,2,3)\pm N\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})}$

位值圆对数$(1-\eta^2)$，

向量：标量只有数值，没有方向，方向是有角度表示的，可以并入标量组成“聚类集”的元素-对象，建立：一元三次方程转换为圆对数解析根元素。

概率圆对数与数值复分析：

$$\{X_0\}^{K(1)}=(1-\eta_{[jik]}^2)\mathbf{D_0}^{K(1)};$$

$$\mathbf{j}a=(1-\eta_{[j]}^2)\mathbf{D_0}^{(1)};$$

$$\mathbf{i}b=(1-\eta_{[i]}^2)\mathbf{D_0}^{(1)};$$

$$\mathbf{k}c=(1-\eta_{[k]}^2)\mathbf{D_0}^{(1)};$$

拓扑圆对数与数值复分析：

$$\{X_0\}^{K(2)}=(1-\eta_{[jik]}^2)\mathbf{D_0}^{K(2)};$$

$$\mathbf{j}a=(1-\eta_{[ik]}^2)\mathbf{D_0}^{(2)};$$

$$\mathbf{i}b=(1-\eta_{[kj]}^2)\mathbf{D_0}^{(2)};$$

$$\mathbf{k}c=(1-\eta_{[ji]}^2)\mathbf{D_0}^{(2)};$$

圆对数的概率-拓扑交换关系：

$$(1-\eta_{[ik]}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[j]}^2)^{(K=+1)}$$

$$(1-\eta_{[kj]}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[i]}^2)^{(K=+1)}$$

$$(1-\eta_{[ji]}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[k]}^2)^{(K=+1)};$$

其中：平面法向线与轴线平行，方向相反。二元数连乘，转换为二个圆对数相加，组成三个圆对数带动三元数的加结合律、交换律。

特别的，复分析对于非欧几里得空间、辛空间、酉空间、希尔伯特空间、任意函数空间，以及逻辑分析的对象，都可以通过圆对数可解释对应投影、映射、态射到三维空间的轴线圆对数概率、平面拓扑的圆对数，解决平衡计算与对称交换问题。特别的，这个交换必须在“相同圆对数因子”条件下进行，解释了数值分析与逻辑分析，所缺少的“不同数值或对象之间不能交换”的根源。

2.3.1、三元数与圆对数计算规则

首次解决三元数一般式，通过圆对数解决不对称性的平衡计算与对称交换问题：

已知：边界函数：D，

特征模：$\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm(Q=0,1,2,3)\pm N\pm(q=0,1,2,3\ldots整数)}$，

圆对数：$(1-\eta^2)^K$

上述三个要素中，已知任意其中的二个，就可以进行分析。通过圆对数中心零点解析不对称性分布的三个根，成为三维复分析可靠的数学基础。

所说的三元数是指直角坐标系三个方向系列的任意高幂元素在三维空间的展开。

✷定义 2.13 任意高幂元素“P-P 组合(超拓扑、网络)”的单元体为$\{^{(S)}\sqrt{X}\}^{(P)}$：

（1）组合形式为全体元素的乘组合的微积分方程，增加（微分：-N=0,1,2)/t）（积分：+N=0,1,2)/t）

$$\mathbf{\{^{(S)}\sqrt{X}\}^{(P)}=(^{(S)}\sqrt{(x_1x_2\cdots x_S)})^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,3\ldots P)/t}};$$

$$\mathbf{X_{[ijk]}{}^{(P)}\in\{X\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,3\ldots 整数)/t}};$$

（2）组合形式为一个元素与一个元素的微积分方程。

$$\mathbf{\{^{(S)}\sqrt{X}\}^{(1)}=\sum(1/S)^K(x_1+x_2+\ldots+x_S)^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=1)/t}};$$

$$\mathbf{X_{[i]}{}^{(1)}\in\{X\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=1)/t}};$$

其中：$X_{[i]}{}^{(1)}$在 Y 轴线上的投影。

（3）组合形式为二个元素与二个元素的微积分方程。

$$\{^{(S)}\sqrt{X_s}\}^{(P=2)}=\sum[(2!/S(S-1)]^K\prod_{ji=2}(x_1x_2+\ldots+x_Sx_1)^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=2)/t};$$

$$\mathbf{X_{[ji]}{}^{(2)}\in\{X\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=2)/t}};$$

其中：$X_{[ji]}{}^{(2)}$在 XOY 平面上的投影。

（4）组合形式**为三个元素与三个元素的的微积分方程。**

$$\mathbf{\{^{(S)}\sqrt{X}\}^{(P=3)}=\sum[(3!/S(S-1)(S-2)]^K}$$

$$\mathbf{\bullet\prod_{jik=3}(x_1x_2x_3+\ldots+x_Sx_1x_2)^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=3)/t}};$$

$$\mathbf{X_{[ijk]}{}^{(3)}\in\{X\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=3)/t}};$$

其中：$X_{[jik]}{}^{(3)}$复分析，在 X,Y,Z 三个上的投影。

（5）组合形式为 P 个元素与 P 个元素的的微积分方程。

$$\mathbf{\{^{(S)}\sqrt{X}\}^{(P)}=\sum[(P-1)!/(S-0)!]^K}$$

$$\mathbf{\bullet\prod_{jik=3}(x_1x_2x_3+\ldots+x_Sx_1x_2)^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=p)/t}};$$

$$\mathbf{X_{[ijk]}{}^{(P)}\in\{X\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=p)/t}};$$

其中：$X_{[jik]}{}^{(p)}$复分析，在 X,Y,Z 三个上的高幂次投影。

（6）三维复分析“各种 P 组合”的“乘与加”组合关系：

$$(1-\eta_{[jik]}{}^2)^K=\{^{(S)}\sqrt{X}\}/\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,3\ldots P)/t}=\{0,1\};$$

（7）三维复分析圆对数$(1-\eta^2)^K$中的序列是：

$$\mathbf{(1-\eta_{[jik]}{}^2)^K=\{^{(S)}\sqrt{X^S}\}^{(P)}\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,\ldots P)/t}}$$

$$\mathbf{=(1-\eta_{[jik]1}{}^2)^K+(1-\eta_{[jik]2}{}^2)^K+\cdots}$$

$$\mathbf{+(1-\eta_{[jik]P}{}^2)^K\{D_0{}^S\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,\ldots P)/t}};$$

（8）无量纲圆对数平衡交换规则：

不变命题$\{^{(S)}\sqrt{X}\}$、不变特征模$\{X_0\}$、不变同构圆对数$(1-\eta^2)$，仅通过性质属性(K=+1↔±0↔-1)正中反向的转换

如：（真命题）A↔B（逆命题）,有：

$$\mathbf{（真命题）A\leftrightarrow\{^{(S)}\sqrt{X}\}^{(K=-1)}=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{X_0\}}$$

$$\mathbf{=[(1-\eta^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=+1)}]\{X_0\}}$$

$$\mathbf{=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{X_0\}=\{^{(S)}\sqrt{X^S}\}\leftrightarrow B（逆命题）};$$

其中：幂函数写成：K(Z±S±Q±N±(q=0,1,2,3,…整数)，K 为性质属性；(Z±S)为无穷中任意有限元素；(±Q=0,1,2,3)为三维八象限空间，(±N=0,1,2)/t 微积分动态阶；(q=0,1,2,3,…整数)为元素“各种组合”形式。

✷定义 2.14 紧致性在一阶模型论中，该定理的含义是:如果一阶语言中一个命题集(形式理论)T 的任何有限子集都有模型，则 T 自身有模型。在非一阶模型论中，紧致性定理同样成立，表示每个子项都有形式一致的紧致性和同构一致的计算时间，

满足判别式：

$$\mathbf{\Delta=(\eta^2)^K=[\{^{(S)}\sqrt{X}\}/\{X_0\}]^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,\ldots P)/t}\le 1};$$

$$\mathbf{\{^{(S)}\sqrt{X}\}\le\{X^S\}，k=+1\ 为收敛};$$

$$\mathbf{\{^{(S)}\sqrt{X}\}\ge\{X^S\}，k=-1\ 为扩散};$$

$$\mathbf{\{^{(S)}\sqrt{X}\}=\{X^S\}，k=\pm0\ 为平衡交换};$$

其中：S=0,1,2,3…无穷整数，替代传统数学的 n，以便在幂函数中包含更多的数学内容。

目前，所有的数值分析和逻辑分析方法，都不能胜任具有共享互逆不对称性的平衡与交换。也就是说，平衡计算不能交换，逻辑交换不能平衡计算。为此引入第三方的无量纲‘无穷公理’位值圆对数分析，实现平衡计算与逻辑交换一体化分析问题。

2.3.2、二元数的一元二次一阶微分方程，微分(N=-1)；

【数字例 6】：

已知：二元数微分一阶（N=-1）

乘组合 **D**=ab=24，

特征模：$\mathbf{D}_0$={5}；　$\mathbf{D}_0^2$=25,

该方程：属于对称性分布的不对称性数值组成的一阶微分方程,当微积分符号併入幂函数时，与普通的方程式没有太大的群　区别。关键在于特征模对应的微积分阶值。但是，数值与对象都不能直接交换。

微分方程判别式：

$$\mathbf{d\Delta=(d\eta^2)=(\eta^2)^{K(S\pm(N=-1)\pm(q=0,1,2)/t}=24/25\leq1;\ (K=+1);}$$

圆对数：

$$\mathbf{(1-\eta^2)=(1-(d\eta)^2)=(1\pm1/5);\ \eta=\pm1/5;}$$

方程式：

$$\mathbf{d\{x^2-7x+24\}=(1-(d\eta)^2)\{x^2-2\cdot3.5x+25\}}$$

$$\mathbf{=(1-\eta^2)\cdot\{5\}^{K(S\pm(N=-1)\pm(q=0,1,2)/t}=0;}$$

其中：$(1-d\eta^2)=(1-\eta^2)$具有同构不变性。不论微积分如何变化，圆对数形式始终不变，（以下同）。

二元数转换：圆对数因子(η^2)相同下，进行随机与不随机的平衡交换，形成可靠性的组合。

$$\mathbf{(a/5)^K}=(1-\eta^2)^K\mathbf{=(4/5)}^{K(S\pm(N=-1)\pm(q=1)/t}$$

$$\leftrightarrow(1+\eta^2)^K\mathbf{=(6/5)}^{K(S\pm(N=-1)\pm(q=1)/t}\mathbf{=(b/5)^K;}$$

获得：微分的根元素：**a=4,　b=6;**

二元数的共轭互逆对称性：**a↔b;**

二元数组合（乘组合、加组合）：

$$ab=(1-\eta^2)\cdot\{5\}^{(2)}$$

$$a=(1-\eta^2)\cdot5=4^{K(S\pm(N=-1)\pm(q=1)/t};$$

$$b=(1+\eta^2)\cdot5=6^{K(S\pm(N=-1)\pm(q=1)/t};$$

二元数概率复分析：

$$\mathbf{ji}\{ab\}^{(K=+1)}=\mathbf{j}\{a\}+\mathbf{i}\{b\}=\mathbf{j}\{4\}+\mathbf{i}\{6\};$$

其中：二维分析中，**j** 可以不标注。

在三维直角坐标系对应：$\mathbf{K}(c)^{(K=-1)}=\mathbf{ji}\{ab\}^{(K=-1)}$,

其中：$\mathbf{4}^{K(S\pm(N=-1)\pm(q=1)/t}$ 与 $\mathbf{6}^{K(S\pm(N=-1)\pm(q=1)/t}$ 分别表示二个元素的圆对数$\mathbf{(1\pm1/5)}^{K(S\pm(N=-1)\pm(q=1)/t}$ 微分动态变化。

特别的，这里数值 a=4 与 b=6,不能直接交换，只有通过相同的圆对数因子(η=±1/5)为二个根元素共享因子，才能成为随机共轭互逆平衡对称性交换。

交换规则：**D**=ab=24 不变、数值特征模 $\mathbf{D}_0$=5 不变，位值因子(η=±1/5)不变条件下，才有（随机或不随机）出现“4 与 6”被圆对数(η=-1/5)↔(η=+1/5)带动二种互逆性状态的交换。

传统数学的二元论一直没有可解释性地讲清楚这个平衡交换的原因。

这是由于二个根元素是被圆对数偶数‘无穷公理’下带动了平衡交换。可解释性：**a** 态射到 **b** 必须通过圆对数，在相同圆对数因子条件下进行随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换。其中：如例“**4** 与 **6** 的相同因子为 **(±1/5)**”。赋予了平衡计算交换的逻辑性和平衡交换计算的逻辑数值。

拓展：自然数尾数

{(1 •9)=9，(2 •8)=16，(3 •7)=21，(4 •6)=24，(5 •5)=25}，

自然数尾数特征模{5}不变条件下，分别通过圆对数：

(η=±4/5)，(η=±3/5)，(η=±2/5)，(η=±1/5)，(η=±0/5)，进行平衡交换，解决素数不规则分布，转换为四个圆对数的对称性不对称性分析，创建新的素数分布基础。

2.3.3、三元数的一元三次二阶微分方程，微分(N=-2)；

【数字例 7】：

已知：三元数“二阶微分”（N=-2）方程

乘特征模：

$\mathbf{D}$=abc=112，$\mathbf{D}_0^{(1)}=\{5\}^{K[(S=3)\pm(N=-2)\pm(q=0,1,2,3)/t]}$;

加特征模：

$$\mathbf{D}_0^{(1)}=\{5\}^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=1)/t}=5$$

$$\mathbf{D}_0^{(2)}=\{5\}^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=2)/t}=25$$

$$\mathbf{D}_0^{(3)}=\{5\}^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=3)/t}=125,$$

获得判别式：

$$(d^2\mathbf{\Delta/dx^2})=\{(d^2\eta/dx)^2\}=(\mathbf{D/D}_0)^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=0,1,2,3)/t}$$

$$=112/125=0.8\leq1;$$

圆对数总和：　$\sum(1-\eta^2)^K=\{0.2\}$,

方程式：

$$\mathbf{D^{(2)}\{x^3\pm15x^2+72x\pm112\}/dx^{(2)}}$$

$$\mathbf{=d^{(2)}\{x^3-3\cdot5x^2+3\cdot24x-112\}/dx^{(2)}}$$

$$\mathbf{=(1-(d^2\eta/dt^2)^{(2)}\cdot\{x\pm5\}^{K[(S=3)\pm(N=-2)\pm(q=0,1,2,3)/t]};}$$

$$\mathbf{=(1-\eta^2)\cdot[(0,2)\cdot\{5\}]^{K[(S=3)\pm(N=-2)\pm(q=0,1,2,3)/t]}=0;}$$

其中：二阶微分

$$\mathbf{(1-(d^2\eta/dt^2)^2)^K\to(1-(d\eta/dt)^2)^{K(N=-1)}\to(1-\eta^2)^{K(N=-2)};}$$

$(0,2)^{K[(S=3)\pm(N=-2)\pm(q)/t]}$分别表示方程式的加组合$(2)^{K[(S=3)\pm(N=-2)\pm(q)/t]}$与减组合$(0)^{K[(S=3)\pm(N=-2)\pm(q)/t]}$二阶微分方程的动态。

$(1-\eta^2)^{K(N=-2)}$具有同构不变性。不论微积分如何变化，始终不变，（以下同）。

圆对数位值因子($d^2\eta$)与数值因子($d^2\eta_\Delta$)关系：

$$\eta^2=2\eta_\Delta;$$

数值因子：

$\pm(d^2\eta_\Delta)^2=\pm2(d^2\eta_\Delta)D_0/D_0=\pm2\cdot0.2\cdot5/5=\pm2/5$；

数值因子平衡对称性：

$$(1-\eta_\Delta{}^2)^{(KW=\pm1)}=(1+\eta_{\Delta a}{}^2)^{(KW=+1)}+(1-\eta_{\Delta bc}{}^2)^{(KW=-1)}$$
$$=(1+\eta_{\Delta a}{}^2)^{(KW=+1)}+[(1-\eta_{\Delta b}{}^2)+(1-\eta_{\Delta c}{}^2)]^{(KW=-1)}$$
$$=(1+2/5)^{(KW=+1)}+(1-1/5)^{(KW=-1)}+(1-1/5)^{(KW=-1)}=(0);$$

其中：圆对数数值因子等价于(+2-(1+1)=0)；满足结合律、交换律。

三元数转换：圆对数因子(η^2)相同下，进行随机与不随机的平衡交换，形成可靠性的组合。

$$(a/5)=(1+2/5)\cdot5=(7/5)^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=1)/t}$$
$$\leftrightarrow[(1-1/5)+(1-1/5)]=2\cdot(4/5)^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=1)/t}=(bc/5^{(2)});$$
$$a^{(K=+1)}\leftrightarrow bc^{(K=-1)};$$

二元数组合（乘组合、加组合）：

$$abc=(1-\eta^2)\cdot\{5\}^{(3)}$$

获概率“1-1 组合”根元素被圆对数带动平衡交换：

$$a=(1+\eta_{\Delta a}{}^2)\cdot5=(1+2/5)\cdot5=7^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=1)/t};$$
$$b=(1-\eta_{\Delta b}{}^2)\cdot5=(1-1/5)\cdot5=4^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=1)/t};$$
$$c=(1-\eta_{\Delta c}{}^2)\cdot5=(1-1/5)\cdot5=4^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=1)/t};$$

三元数概率复分析：（轴线投影）

$\mathbf{jik}\{abc\}=\mathbf{j}\{a\}+\mathbf{i}\{b\}+\mathbf{k}\{c\}=\mathbf{j}\{7\}+\mathbf{i}\{4\}+\mathbf{k}\{4\}$；

获拓扑“2-2 组合”根元素被圆对数带动平衡交换：

$$bc=4\cdot4=16^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=2)/t};$$
$$ac=7\cdot4=28^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=2)/t};$$
$$ab=7\cdot4=28^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=2)/t};$$

三元数拓扑复分析：（平面投影）

$$\mathbf{jik}\{{}^{(3)}\sqrt{abc}\}^{(2)}=\mathbf{ji}\{ab\}+\mathbf{ik}\{bc\}+\mathbf{kj}\{ca\}$$
$$=\mathbf{ji}\{28\}+\mathbf{ik}\{16\}+\mathbf{kj}\{28\};$$

三元数交换规则:

D=abc=112 不变，数值特征模{**5**}不变，位值因子($(d^2\eta_\Delta)=\pm2/5$)不变，出现概率组合“**7**、**4**、**4**”与拓扑组合“**16**、**28**、**28**”三种状态，被圆对数($\eta=+2/5$)↔($\eta=-2/5$)，以及($\eta=+2/5$)↔($\eta=-1/5$)↔($\eta=-1/5$)。

三元数概率-拓扑复分析与平衡交换：

ik{16}↔**j** {7}对应 **ik**{bc}↔**j**{a}；

kj{28}↔**i** {4}对应 **kj**{ca}↔**i**{b}；

ji{28}↔**k** {4}对应 **ji** {ab}↔**k**{c}；

其中：轴线-平面投影的共轭互逆不对称性,通过无量纲圆对数偶数性带动数值的平衡交换。

验证：{7·4·4}=112；

$\{D_0\}^{(1)}=(1/3)(7+4+4)=5$,

$\{D_0\}^{(2)}=(1/3)(16+28+28)=24$ 以$\{5\}^{(2)}$表示。

特别的，数值{a=7，b=4，c=4}，以及{bc=16、ac=28、ab=28}之间不能交换，只有通过圆对数因子**($\eta=\pm2/5$)**为一个（概率、粒子）根元素与二个（拓扑、波函数）根共享圆对数因子，成为圆对数偶数性的对称与不对称的随机与不随机的互逆对称性，实现平衡交换。

这就是传统数学三元数不能直接平衡交换的原因。

2.3.4、三元数的二阶积分方程及复分析

【数字例 8】：

已知：三元数乘组合 **D**=abc=96，二阶积分：(N=+2)；

特征模：

$D_0{}^{(1)}=\{5\}^{K(S\pm(N=+2)\pm(q=1)/t}=5$,

$D_0{}^{(2)}=\{5\}^{K(S\pm(N=-2)\pm(q=2)/t}=25$,

$D_0{}^{(3)}=\{5\}^{K(S\pm(N=+2)\pm(q=0,1,2,3)/t}=125$,

判别式：

$$\iint\Delta^{(N=-2)}dt^2=\{{}^{(3)}\sqrt{abc}/D_0\}^{(N=-2)/t}$$
$$=[\iint(\eta^{(N=-2)}dt^2)\cdot D_0]/D_0\}^{(3,2,1,0)}$$
$$=96/125=0.7;$$

圆对数：$(1-\eta^2)=(1-0.7)=0.3$,

方程式：

$$\int^2\{x^3\pm15x^2+68x\pm96\}dx^2$$
$$=\iint^2\{x^3-3\cdot5x^2+3\cdot22.67x-112\}dx^2$$
$$=(1-(\iint\eta dt^2)^2)\cdot\{x\pm5\}^{K(S\pm(N=+2)\pm(q=0,1,2,3)/t}$$
$$=(1-\eta^2)\cdot[(0,2)\cdot\{5\}]^{K(S\pm(N=+2)\pm(q=0,1,2,3)/t};$$

其中：$(1-(\int^2\eta dt)^2)^{(N=+2)/t}=(1-(\int\eta dt)^2)^{(N=+1)/t}=(1-\eta^2)^{K(N=+2)}$；圆对数不论微积分如何变化，同构性保持不变。$(0,2)^{K(S\pm(N=+2)\pm(q)/t}$ 二阶微分方程的动态中：

加组合$(2)^{K(S\pm(N=+2)\pm(q)/t}$，减组合$(0)^{K(S\pm(N=+2)\pm(q)/t}$。

圆对数位值因子与数值因子关系：$\eta^2=2\eta_\Delta$;

数值因子：$\pm\eta_\Delta=\pm2\eta_\Delta D_0/D_0=\pm2\cdot0.3\cdot5/5=\pm3/5$；

数值因子平衡对称性：

$$(1-\eta_\Delta{}^2)=(1+\eta_{\Delta a}{}^2)+(1-\eta_{\Delta bc}{}^2)$$
$$=(1+\eta_{\Delta a}{}^2)+(1-\eta_{\Delta b}{}^2)+(1-\eta_{\Delta c}{}^2)$$
$$=(1+3/5)+(1-3/5)$$
$$=(1+3/5)+(1-2/5)+(1-1/5)=(0);$$

圆对数数值对称性等价于：（+3-2-1=0）；

获根元素：

$$a=(1+3/5)\cdot5=8;$$
$$b=(1-2/5)\cdot5=3;$$
$$c=(1-1/5)\cdot5=4;$$

这里，a=8 与 b=3,c=4,不能交换，只有通过圆对数因子($\eta_\Delta{}^2)=\pm3/5$)为一个（概率、物理称粒子）根元素与二个（拓

扑、物理称波函数）根元素共享因子，成为随机互逆对称平衡性实现平衡交换。

也就是说，**D**=abc=96 不变，位值因子(±3/5)不变，随机出现“**8** 与 **3** 与 **4**”（1-1 组合）或“**8** 与（**3**·**4**）”“**3** 与（**8**·**4**）”“**4** 与（**3**·**8**）（2-2 组合）”四种状态。

如：三元数通过圆对数中心零点(η_Δ^2)实现交换，为三维复分析空间。例自然数尾数{1,2,3…10}组成三元数乘组合 **D**,特征模 $\mathbf{D_0}$={5}；

判别式：$\Delta=(\eta^2)=({}^3\sqrt{\mathbf{D}/\mathbf{D_0}})^{K(3,2,1,0)}$；

$(1-\eta^2)^K=2(\eta_\Delta)\mathbf{D_0}$

或：$\Delta=2(\eta_\Delta)\mathbf{D_0}$；

或查：《999 乘法与圆对数口诀表》：圆对数数值因子：

$(\eta_\Delta)=\pm(0.4/\mathbf{D_0}),\pm(0.3/\mathbf{D_0}),\pm(0.2/\mathbf{D_0}),\pm(0.1/\mathbf{D_0},\pm(\mathbf{0}/\mathbf{D_0})$;

圆对数的结合律、交换律与复分析。

$(1-\eta^2)^{(Kw=\pm1)}=\mathbf{J}(1+\eta_{\Delta a}{}^2)^{(Kw=+1)}+\mathbf{ik}(1-\eta_{\Delta bc}{}^2)^{(Kw=-1)}$

$=\mathbf{J}(1-\eta_{\Delta a}{}^2)^{(Kw=+1)}+\mathbf{i}(1-\eta_{\Delta b}{}^2)^{(Kw=-1)}+\mathbf{k}(1-\eta_{\Delta c}{}^2)^{(Kw=-1)}$;

其中：圆对数表示了轴线（概率）与平面（拓扑）的圆对数数值因子的共轭平衡互逆对称性，可以平衡交换，组成三维空间分析。

$\mathbf{(1-\eta^2)^{(Kw=\pm1)}=({}^3\sqrt{D/D_0})^{K(3,2,1,0)}}$

表示三元数的四种组合及数值中心点与位值中心零点共轭互逆对称性形式，带动三元数系列平衡交换。

2.3.5、裴波那契数列(K=+1)与圆对数衔接

【数字例 9】

已知：裴波那契数列：**A+B=C；B+C=D；…,**（前面二个数等于后面一个数），

设：边界函数：{X}=(abc)， 特征模：$D_0=(1/3)(a+b+c)$

（1）、一元三次裴波那契数列不对称性分布：

已知：乘组合：$\mathbf{D}=(abc)=({}^{(3)}\sqrt{\mathbf{D}})^{(3)}=520$；

特征模：$D_0=\mathbf{(1/3)(a+b+c)}=B/3=26/3$；

圆对数： $(1-\eta^2)^K=(1-{}^{(3)}\sqrt{\mathbf{D}})/\mathbf{D_0})=0.20119\le1$；

满足圆对数平衡条件；

圆对数判别式：

$\Delta=(\eta^2)=({}^{(3)}\sqrt{\mathbf{D}/\mathbf{D_0}})=(({}^{(3)}\sqrt{\mathbf{520}})/(520/3)^{(3)}\approx0.79881\le1$；

属于收敛型实数计算；

圆对数对称性平衡因子(中心零点)：

$(1-\eta_C{}^2)=(1-0.79881)=({}^{(2)}\sqrt{0.20119})\approx(0.45)^{(2)}$；

解析：裴波那契数列中三个数。

（2）、裴波那契数列运算：

裴波那契数列的一元三次方程：

$X^{(3)}+BX^{(2)}+CX^{(1)}+\mathbf{D}$

$=X^{(3)}+3\{\mathbf{D_0}\}^{(1)}X^{(2)}+3\{\mathbf{D_0}\}^{(2)}X^{(1)}+\mathbf{D}=(1-\eta^2)^K\cdot[X_0{}^{(3)}+3\{\mathbf{D_0}\}X_0{}^{(2)}+3\{\mathbf{D_0}\}^{(2)}X_0+\{\mathbf{D_0}\}^{(3)}]$

$=(1-\eta^2)^K\cdot[X_0+\{\mathbf{D_0}\}]^{(3)}$

$=(1-\eta^2)^K\cdot[(2)\cdot\{\mathbf{D_0}\}]^{(3)}$；

$X^{(3)}=(1-\eta^2)^K\cdot\{\mathbf{D_0}\}^{(3)}$；

根据：已知 **D** 或裴波那契数列，引入圆对数规则，求解特征模{$\mathbf{D_0}$}

$(\mathbf{D_0})=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\cdot({}^{(3)}\sqrt{\mathbf{D}})=0.45\cdot({}^{(3)}\sqrt{\mathbf{D}})=26/3\approx9$；

中心零点圆对数对称性：

$\mathbf{(a+b+c)/D_0=[(1-\eta_a{}^2)+(1-\eta_b{}^2)]+(1-\eta_c{}^2)=0}$；

$\mathbf{\{[(1-\eta_a{}^2)+(1-\eta_b{}^2)]-(1-\eta_c{}^2)^{(K=-1)}\}\cdot(D)=0}$；

圆对数对称性不限于裴波那契数列，任意三元数不对称性分布也可以适应。

（C）、裴波那契数列解析根：

求根解：有二种方法：

其一，三元数圆对数一般性计算：

圆对数中心零点：

$(\eta_C)=({}^{(2)}\sqrt{0.20119})\approx(0.45)\approx(13/26)$；

试探选择：裴波那契数列强调取整数：

$(\eta)=(9\pm4)/26$；

圆对数中心零点对称性，满足圆对数因子平衡；

$[(-\eta_a)+(-\eta_b)]+(+\eta_c)=((1+4)/26+(5-1)/26=0$；

解析根：

$\eta_a=(9-4)/26=5/26$； $a=(1-\eta_a)B=(1-5/26)B=5$；

$\eta_b=(9-1)/26=8/26$； $b=(1-\eta_b)B=(1-8/26)B=8$；

$\eta_c=(9+4)/26=13/26$； $c=(1+\eta_c)B=(1+13/26)B=13$；

其二，裴波那契数列圆对数对称性计算：

根据中国数学家华罗庚经典公式(0.618)与(0.382)得裴波那契数列分布：

在已知 B=2C 条件下：已知任意一个裴波那契某个数，如（B=26），或根据 **D** 与 $\mathbf{D_0}$，计算圆对数中心零点$(\eta_C)=0.50$。

圆对数对称性：$(1-\eta_a{}^2)+(1-\eta_b{}^2)=0.5$；$(1-\eta_a{}^2)=0.5$；中心零点在(ab)与(c)的等号上。

$\mathbf{a}=(1-\eta_a{}^2)(\mathbf{c})=0.382(13)=5$；

$\mathbf{b}=(1-\eta_b{}^2)(\mathbf{c})=0.618(13)=8$；

$\mathbf{c}=(a+b)=(1-\eta_{ab}{}^2)(\mathbf{c})=1.50000(13)=13$；

2.4、三维网络圆对数复分析

2.4.1、三维网络与无量纲圆对数的衔接

三元数复分析**[Q=jik]**圆对数对应三维网络的每个

一维线性轴线概率、二维曲面的拓扑（包含三维网络**[Q=jik]**）的数值特征模和位值圆对数和共享的时间序列展开。

三元数数学空间：节点表征数值特征模，具有不对称性数值；节点之间联系为位值圆对数，具有相对对称性信息传递。

（a）、 三维网络一元一次的线性映射：在三维空间有：

{±X；±Y；±Z}6 个轴线方向；

（b）、三维网络一元二次的平面映射：在三维空间有:

平面(YOZ)对应±X 轴；

平面(ZOX)对应±Y 轴；

平面(XOY)对应±Z 轴}

其中：轴线与平面组成三维空间 8 个象限；

（c）、三维网络一元五次空间：在五维空间有[jik]：

{(YOZ)对应±X 轴线；

(ZOX)对应±Y 轴线；

(XOY)对应±Z 轴线}48 个方位；

（d）、三维网络圆对数：

$$(1-\eta_{[jik]}{}^2)^K=(\pm1,\pm0)$$

除了在三维坐标共轭原点 O 为“一个中心点”；

以四元数八象限 **jik**=±1,**ik**=±1，**kj**=±1，**ji**=±1，解决乘法置换可逆性，成为三维复空间，并且满足圆对数中心零点的偶数对称性：

$$(1-\eta_{[jik]}{}^2)^K=(1-\eta_{[j]}{}^2)^{(K=+1)}+[(1-\eta_{[i]}{}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[k]}{}^2)^{(K=-1)}]=0;$$

其中：复分析平衡交换律：数值分析产生平面垂直法向线与轴线为共轭互逆不对称性，通过无量纲圆对数中心零点带动下，数值被进行平衡交换。

（e）、交换规则：

不变原命题，不变特征模、不变同构圆对数形式，仅依靠圆对数幂函数性质属性正中反的变化，真命题转换为逆命题实现平衡交换。

$$(1-\eta_{[j]}{}^2)^{(K=+1)}=(1-\eta_{[i]}{}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[k]}{}^2)^{(K=-1)}$$

$$(1-\eta_{[i]}{}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[j]}{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[k]}{}^2)^{(K=-1)}$$

$$(1-\eta_{[k]}{}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[j]}{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[i]}{}^2)^{(K=-1)};$$

（f）、无量纲圆对数中心零线（临界线）对称性：对应特征模系列，

$$(1-\eta_{[j]}{}^2)^{(K=+1)}+[(1-\eta_{[i]}{}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[k]}{}^2)^{(K=-1)}]=\{0,\pm1\};$$

（g）、无量纲圆对数中心零点（临界点）对称性：对应特征模系列，

$$(1-\eta_{[j]}{}^2)^{(K=+1)}+[(1-\eta_{[i]}{}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[k]}{}^2)^{(K=-1)}]=\{0\};$$

（h）、复分析交换符号：

三维网络一维概率轴线投影空间：

$$(1-\eta_{[jik]}{}^2)^K=(1-\eta_{[j]}{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[i]}{}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[k]}{}^2)^{(K=-1)};$$

三维网络二维拓扑投影平面、曲面：（第一象限）

$$(1-\eta_{[jik]}{}^2)^K=(1-\eta_{[ik]}{}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[kj]}{}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[ji]}{}^2)^{(K=+1)};$$

三元数系列复数，坐标原点 **O** 为中心,以左手法则制定的八象限.“左手法则”大姆指向上，四个手指向手心，以它为顺时针导向为“+”，反之为“-”。

{**JiK**=±1；**iK**=±1；**KJ**=±1；**Ji**=±1}。

(1),三元数复分析数线性数值：

$\mathbf{j}x_a=(1-\eta_{[j]})\mathbf{D}_{0(Q=j)}{}^K$ 对应 X 轴线；

$\mathbf{i}x_b=(1-\eta_{[i]})\mathbf{D}_{0(Q=i)}{}^K$ 对应 Y 轴线；

$\mathbf{k}x_c=(1-\eta_{[i]})\mathbf{D}_0{}^{(Q=k)}$对应 Z 轴线；

(2),三元数复分析数复平面数值：

$\mathbf{jk}X_{[bc]}=(1-\eta_{[jk]})\mathbf{D}_{0(Q=ik)}{}^K$

XOZ 平面法向线对应 X 轴线；

$\mathbf{ki}X_{[ca]}=(1-\eta_{[ki]})\mathbf{D}_{0(Q=kj)}{}^K$

ZOX 平面法向线对应 Y 轴线；

$\mathbf{ij}X_{[ab]}=(1-\eta_{[ij]})\mathbf{D}_{0(Q=ij)}{}^K$

XOY 平面法向线对应 Z 轴线；

(3),三元数平衡交换规则：

不变命题，不变特征模，不变同构圆对数形式：

$$A^{(K=+1)}=(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(K=+1)}\cdot D_0{}^{(K=+1)}$$

$$=[(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(K=0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(K=-1)}]D_0{}^{(K=0)}$$

$$=(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot D_0{}^{(K=-1)}=B^{(K=-1)}$$

传统数学中，原来的哈密顿乘法不能平衡交换，范畴论则认为可以交换（态射）没有严格数学证明，通过无量纲圆对数特有的“偶数性对称与不对称随机性‘无穷公理’的随机平衡交换机制”，在圆对数带动下满足三维复分析的乘法可平衡交换，由此拓展二维空间建立三元数系列的三维八个象限空间。称三维哈密顿-汪一平四元数交换规则。

这里，证明了基于没有‘无穷公理’机制，范畴论不能直接态射的数学原理。

2.4.2、三维网络的微分阶(-N=0,1,2)动态分析

基于已知条件：{X}=(a,b,c,d,e,f,g), (-N=0,1,2) ；

a 系列=$(x_{a1},x_{a2},\ldots x_{as})$；

b 系列=$(x_{b1},x_{b2},\ldots x_{bs})$；

c 系列=$(x_{c1},x_{c2},\ldots x_{cs})$；

可以产生一维线性、二维平面、曲面分析的五维涡旋空间（即三维进动(jik)+二维旋转(uv)）。

三元数（7 幂次动态方程）复分析[Q=jik+2・uv]：

考虑二个旋转 2·[uv]的共同作用，成为五维双旋转空间。

其中：一维（线性、曲线）线性方程(j 方向可以重合或不重合)[Q=jik+juv 对应{**Jik，uv**}]，二维（平面、曲面）非线性方程平面投影{**YOZ,ZOX,XOY**}以及平面法向线的三元数在三维直角坐标{**X,Y,Z**}。旋转函数 2·(uv)跟随着(jik),(uv)法线方向一致为五维涡旋空间，若不一致的为六维涡旋空间（如卡拉比-丘成桐空间）。

推导：一元七维次方程

1900 年希尔伯特提出“已知二个变量函数(笔者注：变量函数要求满足正则化分布条件)，要求一般解”，目前没有解决。

这里，已知二个变量函数为边界函数（乘组合）**D** 和加组合特征模 $\mathbf{D_0}$，进行三维网络复分析，

幂函数为“K[Z±[Q=3=jik+uv]±(S=7)±(N=0,1,2)”；表示三维空间，微积分为零阶、一阶、二阶动态方程。

一元七维次方程一般是进行涡旋动态空间(三维进动+二个二维旋转)或其它动态空间：中心零点在“三维与二个二维之间”(a,b,c,(O),d,e,f,g)

边界函数数值乘组合：

$$\mathbf{D^{(Q=3)}=({}^{(7)}\sqrt{D})^{K[Z\pm[Q=3=jik+uv]\pm(S=7)\pm(N=0,1,2)}};$$

其中：[Q=3=jik+uv]表示三维空间中的五维次空间展开，

加特征模函数：

$$D_0^{(1)}=(1/7)(a+b+c+d+e+f+g);$$

$$D_0^{(2)}=(1/21)(ab+bc+\ldots+fg);$$

$$D_0^{(3)}=(1/30)(abc+bcd+\ldots+fga);$$

其中：**[Q=3=(jik+2·uv)]**表示题目中 7 个根元素分解为三个元素和二个旋转元素在自然空间三维中，进行五维空间的 7 幂维次空间运动。

三维网络分别对应阶微积分(±N=0,1,2)（零阶、一阶、二阶）对应相应的边界数值；因为无量纲圆对数对于微积分阶变化，仅仅反映在幂函数中，其它运算公式没有明显变化，这里可以合并一起运算。也就是说，方程式转换为无量纲圆对数的分析计算方法相同，区别仅仅在幂函数以及解析根个数的数值不同。

(1) 三维的 7 维空间微积分(**N=0,±1,±2**)动态方程(**j** 方向重合)，对应三维序列 {**(J,i,k)+2·(uv)**}，表示一个三维（三元素）进动+二个二维（二元数）围绕三维中心零点旋转。特征模中心点与周围 7 个根元素具有同步性变化。这是解析方程的第一步的步骤。

其中：三维（三元素）进动与二个二维（二元数）的速度、加速度、能量、作用力相同，在同圆对数因子条件下，具有‘无穷公理’随机平衡交换的功能。

$$\mathbf{\{X\pm({}^{(7)}\sqrt{D})\}^{K(Z\pm[Q=3]\pm(S=7)\pm(N=-0,1,2)\pm(q=0,,\ldots7)/t}}$$

$$\mathbf{=(1-\eta^2)^K\cdot[X_0\pm(D_0]^{K(Z\pm[Q=3]\pm(S=1)\pm(N=-0,1,2)\pm(q=0,,\ldots7)/t}}$$

$$\mathbf{=(1-\eta^2)^K\cdot[(0,2)\,(D_0)]^{K(Z\pm[Q=3]\pm(S=1)\pm(N=-0,1,2)\pm(q=0,\ldots7)/t}};$$

判别式：

$$\mathbf{(1-\eta_{[jik+uv]}{}^2)^K=[({}^{(7)}\sqrt{D})/D_0]^{K(Z\pm[Q=3]\pm(S=1)\pm(N=-0,1,2)\pm(q=0,2,\ldots7)/t}}$$

$$\mathbf{=(1-\eta_{[j+uv]}{}^2)^KX+(1-\eta_{[i+uv]}{}^2)^KY+(1-\eta_{[k+uv]}{}^2)^KZ}$$

$$=\{0\text{ 或}[0\text{ 到}(1/2)\text{到 }1]^{K(Z\pm[Q=jik+uv]\pm(S=1)\pm(\mathbf{N=-0,1,2})\pm(q=0,\ldots7)/t};$$

获得：（圆对数表示特征模中心点与 7 个根元素微积分(N=±0,±1)同步变化）

$$({}^{(7)}\sqrt{D})\}^{K(Z\pm[Q=3]\pm(S=7)\pm(N=-0,1,2)\pm(q=0,,\ldots7)/t}$$

$$=(1-\eta^2)^K\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm[Q=3]\pm(S=7)\pm(N=-0,1,2\pm(q=0,\ldots7)/t};$$

式中：$(1-\eta_{[jik+uv]}{}^2)^K$={0 或(1/2)或 1}表示以三维空间特征模（7 个元素）中心零点{1/2}为中心，在{0,1}之间跳跃过渡形式。$(1-\eta_{[jik+uv]}{}^2)^K$={0 到(1/2)到 1}表示以中心零点{1/2}为中心在{0,1}之间连续过渡形式。

(2) 三维的 7 维空间微积分(N=0,±1,±2)动态方程(**j** 方向重合)，对应三维序列 {**(J,i,k)+2·(uv)**}，表示一个三维（三元素）进动+二个二维（二元数）围绕三维中心零点旋转。根据中心零点在“三维与二个二维之间”(a,b,c,(O),d,e,f,g)，特征模$\{\mathbf{D_0}\}^{K(Z\pm[Q=3]\pm(S=7)\pm(\mathbf{N=-0,1,2}\pm(q=0,\ldots7)/t}$；通过圆对数中心零点解析 7 个根元素。（笔者另有数字例证明与解析，略）。

2.4.3、三元数复分析数字例

一元三次方程有卡尔丹（对称性分布）公式或华罗庚（裴波那契数列）经典公式，皆属于特例，没有破解一元三次方程一般解，不能进行复分析。只有解决了三元数一般解（对称与不对称性）才能建立三维复分析。圆对数满足实数与复数的平衡与转换规则，是根据三维哈密顿-汪一平四元数及交换规则进行。

【数字例 10】

（A）、一元三次方程式（周期性方程）：

已知：**(S=3);**

边界函数：$\mathbf{D=3646=3430+({}^{(3)}\sqrt{216_{[jik]}})^{(3)}};$

特征模：$\mathbf{D_0=7}$，$\mathbf{D_{0[jik]}{}^{(3)}=343=(7)^{(3)}};$

实数与复数转换规则：下标字母依照左手法则顺时针方向为“+”，反之为”-“；

$$(1-\eta^2)^{(K=-1)}=(1+\eta^2)^{(K=+1)}=(1-\eta_{[jik]}^2)^{(K=+1)}$$

其中：**D**=3646 表示 n=10 周期性特征模 $D_{0[jik]}^{(3)}$,共享一个基本复数 $216_{[jik]}=({}^{(3)}\sqrt{216_{[jik]}})^{(3)}$。

获得：周期性边界条件：

$$D=10\cdot343+({}^{(3)}\sqrt{216_{[jik]}})^{(3)}=3430+216_{[jik]};$$

判别式： $\Delta^2=(\eta_{[jik]}{}^2)^2=216/343=0.62973\le1$；（剔除 D 数值内的周期性数值），也就是说真正的复数计算，还在于数值$\{216_{[jik]}\}$。

$$(10\cdot343+216)/343)^{(K=-1)}\ge2,\ D_f=({}^3\sqrt{216})^{(K=-1)(3)};$$

属于三维复数周期性计算。

圆对数复数计算：

$$(D-D_{[jik]})/D_0=\{[3430+({}^3\sqrt{216})]/343)\}^{(K=-1)}$$
$$=\{[10+(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(K=+1)}]\cdot D_{0[jik]}{}^{(3)}\}^{(K=+1)}$$
$$=\{[10+0.62973]\cdot343_{[jik]}\}^{(K=+1)};$$

组合系数：1：3：3：1，系数总和：$\{2\}^3=8$；

圆对数条件下：（K=-1），

$$\{X_{[jik]}\}^{(K=-1)(3)}=(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(K=+1)}D_{0[jik]}{}^{(K=-1)(3)}$$

$$D_{0[jik]}{}^{(K=-1)(3)}=X_{0[jik]}{}^{(K=-1)(3)}=(1/3)^{(-1)}[(x_1{}^{(-1)}+x_2{}^{(-1)}+x_3{}^{(-1)})]^{(K=-1)};$$

采用已知条件：

$$D_{0[jik]}{}^{(3)},\ 3430+({}^{(3)}\sqrt{216_{[jik]}})^{(3)},$$

通过 216 很容易获得三个根解$\{X_1X_2X_3\}$。

一元三次复数方程运算：

判别式：剔除 10 个特征模$\{D_0=343\}$,满足

$$\Delta=216/343=0.6297\le1;$$

复数根求解：根据实数与复数转换规则：在三维直角坐标系组成八象限空间。

（B）、三元数复分析运算：

$$(X\pm\sqrt{D})^{(3)}=x^{(3)}\pm Bx^{(2)}+Cx+D$$
$$=x^{(3)}\pm3(7)x^{(2)}+3(7)^{(2)}x\pm({}^{(3)}\sqrt{216})^{(3)}$$
$$=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\cdot[x_0{}^{(3)}\pm2(7)x_0{}^{(2)}+2(7)^{(2)}x_0\pm(7)^{(3)}]^{(K=-1)}$$
$$=[(1-\eta^2)^{(K=-1)}\cdot(X_0\pm D_0)^{(K=-1)(3)}$$
$$=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\cdot[(0,2)\cdot\{7.0\}]^{(K=-1)(3)}$$
$$=\{0\leftrightarrow8\cdot(3430+216_{[jik]})\}^{(K=-1)}$$

式中：**3430** 表示(D_0=343 特征模不变性的 **D**=216 共享复数基本根)周期性循环 10 次。

（C）、三元数复分析：

（1）、概率线性（轴线）

$$(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(K=+1)}=J[(1-\eta_{[x]}{}^2)^{(Kw=+1)}$$
$$+i\ (1-\eta_{[y]}{}^2)^{(Kw=+1)}++k[(1-\eta_{[z]}{}^2)^{(Kw=+1)};$$

（2）、拓扑线性（曲面、或平面投影）组成三维坐标八个象限，

$$(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(K=+1)}=(1-\eta_{[jk]}{}^2)^{(Kw=+1)}\bullet X$$
$$+[(1-\eta_{[kj]}{}^2)^{(Kw=+1)}\bullet Y+(1-\eta_{[ji]}{}^2)^{(Kw=+1)}\bullet Z;$$

（3）、复数计算规则：

$$(1-\eta^2)^{(K=-1)}=(1+\eta^2)^{(K=+1)}=(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(K=+1)}$$

对应一个共享基本边界条件 $D=216_{[jik]}$;

（4）、圆对数零点极值：

$$(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(K=+1)}=\{-1\text{ 或}[-1\text{ 到}(0)\text{到}+1]\text{或}+1\}^{(K=+1)};$$

式中：(0) 表示三维周期性循环中心点 O 正反向转换点，对应边界的{1}起终点.

（D）、根解析：

（1）、中心零点对称拓扑圆对数：

根实际数值计算：

$$(1-\eta^2)=216/343=0.62793;$$

对称中心零点：

$$(1-\eta_C{}^2)=0\text{ 在}(x_1,x_2)\text{与}(x_3)\text{之间};$$
$$(1-\eta_{[jik]}{}^2)(D_0)=0.62793\cdot10.50=7/21;$$

圆对数数值中心点对称性：

$$(1-\eta_\Delta{}^2)(D_0)=[(-4/7)+(-1/7)=(+5/7)=0;$$

（2）、复数概率数值：

$$Jx_1+ix_2+kx_3=J3+i6+k12;$$

对应中心零点$\{D_0\}^{(1)}=\{7\}^{(1)}$;

$jx_1=(1-\eta_{[j]})D_0=(1-4/7)\bullet(7)=j3$；对应 **X** 轴线；

$ix_2=(1-\eta_{[i]})D_0=(1-1/7)\bullet(7)=i6$；对应 **Y** 轴线；

$kx_3=(1-\eta_{[k]})D_0=(1+5/7)\bullet(7)=k12$；对应 **Z** 轴线；

[验证 1]：$\{J3\bullet i6\bullet k12\}=216_{[jik]}$。复数根满足要求。

（3）、复数拓扑数值：

$$Jx_{[23]}{}^{(2)}+ix_{[31]}{}^{(2)}+kx_{[12]}{}^{(2)}=J72+i36+k18;$$

中心零点对应特征模；$\{D_0\}^{(2)}=\{7\}^{(2)}$;

三个根在复数中，根据平面映射及中心零点角度转换，平面数值的组合相应改变；

其中： **XOZ** 平面法向线对应 **X** 轴线；

ZOX 平面法向线对应 **Y** 轴线；

XOY 平面法向线对应 **Z** 轴线；$216_{[jik]}$

$jKx_{[23]}=(1-\eta_{[jk]})D_0=(1-1/7)\cdot(1+5/7)\cdot(7)^{(2)}=6\cdot12=j(72)$;

$Kix_{[31]}=(1-\eta_{[i]})D_0=(1-4/7)\cdot(1+5/7)\cdot(7)^{(2)}=3\cdot12=i(36)$;

$ijx_{[12]}=(1-\eta_{[i]})D_0=(1-4/7)\cdot(1-1/7)\cdot(7)^{(2)}=3\cdot6=k(18)$;

[验证 2]：

（a）$X^{(3)}=(3430)+[j72+i367+k18]$

$=3430+(3\cdot6\cdot12)=3430+216=3646$;

（b），$X^{(3)}\pm Bx^{(2)}+Cx\pm216=216\pm3\cdot216+3\cdot216\pm216$

$=\{0$ 或 $8\cdot(216)\}$，

满足复数 10 个[343]带着一个共享[216]基本周期性平衡。

特别的，任意方程计算结果都有四种计算结果。

一元三次方程有四种计算结果

（零平衡、旋转、相减）；

$(X-^{(3)}\sqrt{\mathbf{D}})^{(3)}=[(1-\eta^2)\cdot\{0\}\cdot\mathbf{D}_0]^{(3)}=\{0\}^{(3)}$；

（偶平衡、进动、相加）；.

$(X+^{(3)}\sqrt{\mathbf{D}})^{(3)}=[(1-\eta^2)\cdot\{2\}\cdot\mathbf{D}_0]^{(3)}=\{2\}^{(3)}\cdot\mathbf{D}$；

（涡旋空间展开）；

$(X\pm^{(3)}\sqrt{\mathbf{D}})^{(3)}=[(1-\eta^2)\cdot[\{0\leftrightarrow2\}\mathbf{D}_0]^{(3)}=\{0\leftrightarrow\{2\}^{(3)}\}\cdot\mathbf{D}$；

（涡旋空间的平衡与转换）；

$(X\pm^{(3)}\sqrt{\mathbf{D}})^{(K=0)(3)}=[(1-\eta^2)\cdot[\{0\leftrightarrow2\}\mathbf{D}_0]^{(3)}=\{0\leftrightarrow\{2\}^{(3)}\}\cdot\mathbf{D}$；

2.4.4、一元三次方程复分析交换规则

（1）， 三元数复数数值本身仅仅是共轭不对称性，只有在圆对数带动下才能进行平衡交换。类似正圆下数值与角度，通过三角函数公式之间的转换。

（2）， 三元数复数规则：下标字母，按照左手法则排列顺序“+”：右手法则“-”：

组成三维直角坐标系八象限。

$\{\mathbf{jik}\}=+1$；$\{\mathbf{kj}\}=+1$ 对应$\{+\mathbf{i}\}$；

$\{\mathbf{ik}\}=+1$ 对应$\{+\mathbf{J}\}$；

$\{\mathbf{ji}\}=+1$ 对应$\{+\mathbf{k}\}$；

$\{\mathbf{kij}\}=-1$；$\{\mathbf{jk}\}=-1$ 对应$\{-\mathbf{i}\}$；

$\{\mathbf{ki}\}=-1$ 对应$\{-\mathbf{J}\}$；

$\{\mathbf{ij}\}=-1$ 对应$\{-\mathbf{k}\}$；

中心零点位置：三维直角坐标系中心原点 O：

如：三维轴线复分析（第一象限）：

$(1-\eta_{[jik]}{}^2)^K=(1-\eta_{[j]}{}^2)^{(K=+1)}\cdot\mathbf{X}+(1-\eta_{[i]}{}^2)^{(K=+1)}\cdot\mathbf{Y}+(1-\eta_{[k]}{}^2)^{(K=+1)}\cdot\mathbf{Z}$；

三维平面、曲面复分析（第七象限）：

$(1-\eta_{[jik]}{}^2)^K=(1-\eta_{[ik]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot\mathbf{X}+(1-\eta_{[kj]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot\mathbf{Y}+(1-\eta_{[ji]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot\mathbf{Z}$；

无量纲圆对数三维空间共轭互逆对称性：

$(1-\eta_{[jik]}{}^2)^K=(1-\eta_{[j]}{}^2)^{(K=+1)}\cdot\mathbf{X}+(1-\eta_{[i]}{}^2)^{(K=+1)}\cdot\mathbf{Y}+(1-\eta_{[k]}{}^2)^{(K=+1)}\cdot\mathbf{Z=0}$；　$(1-\eta_{C[jik]}{}^2)^K=(1-\eta_{[ik]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot\mathbf{X}+(1-\eta_{[kj]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot\mathbf{Y}+(1-\eta_{[ji]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot\mathbf{Z=\{0,1\}}$；

（3）， 三维复分析的平衡交换规则：三维直角坐标系中心原点 O 为共轭中心：

原命题不变，特征模不变、同构圆对数不变，仅仅同构圆对数幂函数性质属性正中反向的改变，进行平衡交换：

$(1-\eta_{[j]}{}^2)^{(K=+1)}\cdot X\leftrightarrow(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ik]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot X$；

$(1-\eta_{[i]}{}^2)^{(K=+1)}\cdot Y\leftrightarrow(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[kj]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot Y$；

$(1-\eta_{[k]}{}^2)^{(K=+1)}\cdot Z\leftrightarrow(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ji]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot Z$；

（4）， 三次方程创新点：

目前，传统数学建立的三维复分析，都是建立在卡尔丹对称解的基础，适应$\{2\}^{2n}$（n=0,1,2,3,…整数）几何级数处理方式。无量纲圆对数构造带动下，三元数复分析通过无量纲圆对数的偶数性的对称与不对称性平衡交换机制计算，建立了三元数（一般解）复分析和三维网络析，适应$\{3\}^{2n}$的几何级数处理方式。

从三次方程一般的求解方法可以推广到三维空间的任意高幂对称与不对称性高维方程一般解，零误差精确度达到 10^{222} 宇宙级别。

2.5、一元四次方程-四色定理与无量纲圆对数的衔接

2.5.1、一元四次方程

【计算例 11】

一元四次方程运算（一般例）

已知：边界函数：**D**，特征模：$\mathbf{D}_0{}^{(4)}$二个变量函数就可以分析。

$X^{(4)}\pm BX^{(3)}+CX^{(2)}\pm DX^{(1)}+\mathbf{D}$

$=X^{(4)}\pm(4\mathbf{D}_0)X^{(3)}+(6\mathbf{D}_0{}^{(2)})X^{(2)}\pm(4\mathbf{D}_0{}^{(3)})X^{(1)}+\mathbf{D}$

$=(1-\eta^2)^K[X_0{}^{(4)}\pm(4\mathbf{D}_0)X_0{}^{(3)}+(6\mathbf{D}_0{}^{(2)})X_0{}^{(2)}\pm(4\mathbf{D}_0{}^{(3)})X_0{}^{(1)}+\mathbf{D}_0{}^{(4)}]$

$=(1-\eta^2)^K[X_0\pm\mathbf{D}_0]^{(4)}$

$=(1-\eta^2)^K[(0,2)\{\mathbf{D}_0\}]^{(4)}=0$；

$(1-\eta^2)^K=\{0$ 或 $(0$ 到$(1/2)$到 $1)$或 $1\}^K$；

或：　$(1-\eta^2)^K=\{-1$ 或$(-1$ 到(0)到$+1)$或$+1\}^K$；

其中：因坐标移动，对应圆对数域值不受到影响。“或”表示离散型跳跃过渡，“到”表示连续型平滑过渡。

2.5.2、一元四次方程计算结果

一元四次方程有四种计算结果

零平衡、旋转、相减；

$(X-^{(4)}\sqrt{\mathbf{D}})^{(4)}=[(1-\eta^2)\cdot\{0\}\mathbf{D}_0]^{(4)}=\{0\}^{(4)}$；

偶平衡、进动、相加；.

$(X+^{(4)}\sqrt{\mathbf{D}})^4=[(1-\eta^2)\cdot\{2\}\mathbf{D}_0]^{(4)}=\{2\}^{(4)}\cdot\mathbf{D}$；

涡旋空间展开；

$(X\pm^{(4)}\sqrt{\mathbf{D}})^{(4)}=[(1-\eta^2)\ [\{0\leftrightarrow2\}\mathbf{D}_0]^{(4)}=\{0\leftrightarrow\{2\}^{(4)}\}\mathbf{D}$；

涡旋空间的平衡与转换）；

$(X\pm^{(4)}\sqrt{\mathbf{D}})^{(K=0)(4)}=[(1-\eta^2)[\{0\leftrightarrow2\}\mathbf{D}_0]^{(3)}=\{0\leftrightarrow\{2\}^{(4)}\}\mathbf{D}$；

2.5.3、一元四次方程根解析

一元四次方程的解析根：

上述是群组合根的整体运算，

第一步：建立于“特征模与周围元素同步变化”，获得圆对数之后才能有第二步，

第二步：建立于特征模中心点与周围四个元素的关系，通过圆对数中心零点，进行根解析。

在一般解的根四个元素中$\{x_1x_2x_3x_4\}$，中心点分解有二种形式：

$$\{(x_1)\neq(x_2x_3x_4)\};\ \{(x_1x_2)\neq(x_3x_4)\};$$

通过概率-拓扑圆对数及中心零点，可以获得二种圆对数对称性展开：

$$\{(\eta_1)=(\eta_2\eta_3\eta_4)\};\ \{(\eta_1\eta_2)=(\eta_3\eta_4)\};$$

获得根解析：

（1）、第一种类型解析：$\{(\eta_1)=(\eta_2\eta_3\eta_4)\}$（数值中心点在一个与三个连乘元素之间）

$$x_1=(1-\eta_1^2)\mathbf{D_0};$$
$$x_2=(1-\eta_2^2)\mathbf{D_0};$$
$$x_3=(1-\eta_3^2)\mathbf{D_0};$$
$$x_4=(1+\eta_4^2)\mathbf{D_0};$$

圆对数数值因子平衡对称性：

$$(-\eta_1^2)+(-\eta_2^2)+(-\eta_3^2)+(+\eta_4^2)=0;$$

其中：第一种类型解析为不对称性解析，没有被应用，属于空白。

（2）、第二种类型解析：$\{(\eta_1\eta_2)=(\eta_3\eta_4)\}$；（数值中心点在二个与二个连乘元素之间）

$$x_1=(1-\eta_1^2)\mathbf{D_0};$$
$$x_2=(1-\eta_2^2)\mathbf{D_0};$$
$$x_3=(1+\eta_3^2)\mathbf{D_0};$$
$$x_4=(1+\eta_4^2)\mathbf{D_0};$$

圆对数因子平衡对称性：

$$(-\eta_1^2)+(-\eta_2^2)+(+\eta_3^2)+(+\eta_4^2)=0;$$

其中：第二种类型解析为对称性解析，被应用于哈密顿四元数二维复分析。

2.5.4、四色定理背景

四色定理，又称四色猜想、四色问题，是世界三大数学猜想之一。四色定理的本质正是二维平面的固有属性，即平面内不可出现交叉而没有公共点的两条直线。许多学者纷纷发表自己的观点和方法。不少是有道理的，但都不完整，表现为没有解释不同颜色组成对称与不对称的各个层次，为什么可以实现平衡交换二实现统一计算？若采用“公理化”仍然需要给与数学证明。

这里采用无量纲圆对数和特有的偶数性对称与不对称的平衡交换机制，适应四种颜色组成图块 N 的一元四次方程,转换为无量纲圆对数——一种无穷构造集，引入偶数性平衡交换机制，成为完整性（完备性与相容性一体化）的数学构造，带动各个层次（含内部颜色颜色）的层次和元素个数。虽然，计算机已经获得证明，但是，数学家们需要的是数学严格证明。由此，这里采用无量纲圆对数构造给与严格证明。

1976 年及 1994 年美国数学家 K.Appel 与 W.Haken 宣告借助电子计算机获得了四色定理的证明；通过计算机，历经 100 亿幂（幂维次）计算证明。数学家们期望传统的是严格的数学证明。

提出“任意四色不重复组合拼接的图块，外加一条最终封闭曲线”成为多项式，转换为“没有具体元素（颜色）内容的抽象的圆对数方程，进行算术四则运算。称圆对数“无关数学模型，没有具体元素内容的计算”。可靠、可信地数学证明四色定理，替代 1976 年美国计算机经 100 亿次计算的数学证明。

（1）、图块元素、层次、基本图块

✷定义 5.1 图形：无穷区域（平面、球面）(Z)范围内，任意四种颜色不重复和相邻图块不一样的组合集合，进行无空隙地拼接，最后以封闭曲线围成的图形包含规定的区域内的图块、图层，称图形 $\{X\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=4))}$。

✷定义 5.2 标准基本图块：基本图块为一组填满四种颜色元素不重复组合，(±N=1；±q=4)。

✷定义 5.3 标准基本图层：有基本图层四组标准基本图块的四种元素（颜色）不重复组合的图块，(±N=4；±q=16)。基本图层颜色元素个数 $\{1,4,6,4,1\}=2^4=16$ 个。

✷定义 5.4 各个图块、图层、图形的多项式，建立 $\{x\pm^{(4)}\sqrt{D}\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=1,2,3,4)}$,包含一个中心点，一条边界图层包络线，包络线内部满足图块、图层、图形的个数。中心点保证基本图层的稳定性。

✷定义 5.5 非标基本图块；标准基本图块其随机处于不完整组合的图块(±N=1；q=3,2,1）不同的一些不完整的组合。

✷定义 5.6 非标基本图层；每四个标准基本图块随机存在不完整组合的图块（非标基本图块）(±S=4N；q=3,2,1）不同的一些不完整的组合。

✷定义 5.7 任意图形：由任意的图块图层参加组成：任意图块(S=4N)、层次(N=1,2,3,4…无穷整数)、（包括非标基本图块通过“移动”（态射、映射）组成标准基本图块、图形、图块，不计空格项）幂函数写成 $\{X\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=4))}$。组成一元四次方程。根据已知边界函

数（颜色颜色数字化的乘组合函数）、特征模（函数均值）二个条件，根据多项式正则化规则可以解析四个根颜色元素（指四种颜色元素填满）。

（2）、图块与图形

四色定理在于无穷图块下，四种颜色元素进行无限不重复的组合成为图块层次，

各种图块内部存在随机的组合

“N=0： (0-1，0-2，0-3),1-1，2-2，3-1 组合”

（1）、标准图块类型,零个颜色元素有（3-1,2-2,1-3,0-4）四种颜色组合，

（2）、非准图块类型,一个颜色元素：（0-3）三种颜色组合，

（3）、非准图块类型,二个颜色元素：（0-2） 二种颜色组合，

（4）、非准图块类型,三个颜色元素：（0-1） 一种颜色组合，

特别的，**4** 个图层中，“**4** 个颜色元素有 **7** 种组合”，分别为一种准图块类型和三种非准图块类型，具有不确定性的随机组合，若随机组合的不确定性，具有不稳定性，处理方法有三种：

（**1**）、完成任意有限的图块的直接统计，无穷条件下达不到这个要求。

（**2**）、数学证明：理想状态下，设定图块完全有四种颜色元素填满的标准图块，有边界函数（四种颜色元素以“数字化”替代，引入“乘组合”和“加组合”特征模平均值，采用多项式正则化分布作为标准图块计算，根据一元四次方程，解析四个颜色元素根。

（**3**）、数学证明：非理想状态下，有标准图块类型的均匀分布与非准图块类型不均匀分布混合，则要求“移动”填满非准图块类型有关颜色元素，以及调整标准类型图块，组成标准类型的图形、图层、图块均匀分布，是很容易计算的，再大的数据依靠计算机可以解决，实际在 1976-1994 年计算机已经解决。困难在于“非准图块类型不均匀分布”如何“移动”（转换、态射、映射）为“准图块类型均匀分布”。这个恰正是“四色定理”难度所在，成为世界近代三大数学难题之一。

2.5.5、四色定理实则是解决三个核心问题

（1）、解决图块的组合如何成为单元性问题满足图块、图层、图形的整数展开?

（2）、图块的边界如何满足各个图块之间的连续性密切衔接?

（3）、图块图层、图形内部元素不均匀分布，如何“移动”为对称性分布？

数学家们大多认为依靠现有的（公理化组成的）传统数学体系“移动”解决不了，至少是很艰难。

怎么办？

中国圆对数团队发现：无量纲圆对数构造集和无量纲构造特有的“偶数性对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换机制”，非标准类型的图形、图层、图块存在颜色元素的不均匀分布，无量纲圆对数通过圆对数“偶数性”中心对称性的平衡交换机制，把不均匀分布移动（态射、映射）填满或补充非标准的基本图形、图层、图块，采用前述的一元四次方程解决。

无量纲圆对数“偶数性机制”，把“不均匀分布转换为均匀分布”，称平衡交换规则：

原命题的非标准类型的图形、图层、图块不变，特征模不变、同构圆对数不变，仅仅通过同构圆对数幂函数的性质属性正中反向的改变，实现真命题“颜色元素”移动到“空缺部位”，反之也成立。

也就是说，公理化建立的颜色元素不能进行移动（态射、映射），一定要求在无量纲圆对数带动下，才能实现移动。

⁕定义 5.8：图块内四种颜色元素数字化

$$(\mathbf{D_a,D_b,D_c,D_d})\in\{^{(4)}\sqrt{\mathbf{D}}\}^{\mathbf{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=1,2,3,4)}}$$

的组合系数除以相应的组合形式，成为图块称特征模（平均数值）

$$(\mathbf{1/C_{K(Z\pm S\pm 4N)}})\cdot(\mathbf{D_a,D_b,D_c,D_d})\in\{\mathbf{D_0}\}^{\mathbf{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=1,2,3,4)}}。$$

在多项式采用（移动后）其平均图块（函数、几何空间、数值）为计算基础。

其中：K（性质属性）；(Z±S)(无穷中任意有限的图形)；(±4N)图层单元体；±(q=1,2,3,4)四种颜色元素组合形式。当：图块填满四种不同颜色元素，建立一元四次方程。

⁕定义 5.9：复合图块幂函数 K(Z±S±N±q)（四种颜色不重复地组合）成为层次（或复合层次）后再与相邻的其他不同颜色再继续组合成为新的复合层次。依此类推。

⁕定义 5.10：基本图块（四种颜色不重复地组合）组成四个元素与中心零点(临界线、临界点)成为图块隔离线组成的图块为单元体：称图块层次(N=1,2,3,4…无穷)。

⁕定义 5.11：非完整组合图块个数值：

$\{\{\{2^4\text{-}q\}\text{-}q\ldots\}\text{-}q\ldots\}=\{N\cdot 2^4\text{-}q\}=\{N\cdot 4^2\text{-}q\}=\{N\cdot 16\text{-}q\}$；
图形满足的图块颜色个数。有正则化；

✷定义 5.12 基本图块有四种颜色的组合形式：一个层次 N 图块内填满四颜色元素(A,B,C,D)，

✷定义 5.13 颜色元素的组合分别有五种类型：

四个元素的全体组合：{(A,B,C,D)-0}；

$$Z=K(Z\pm S\pm N\pm(q=4);$$

系数 $C_{(S\pm N\text{-}4)}=1$；“图块中心点”

三个元素包围一个元素： {(A,B,C) -1} ；

$$Z=K(Z\pm S\pm N\pm(q=3);$$

系数 $C_{(S\pm N\pm 1)}=4$；“3-1 组合”

二个元素与二个元素： {(A,B)-(C,D)}；

$$Z=K(Z\pm S\pm N\pm(q=2);$$

系数 $C_{(S\pm N\pm 2)}=6$；“2-2 组合”

一个元素包围三个元素： {(A)-(B,C,D)}；

$$Z=K(Z\pm S\pm N\pm(q=1);$$

系数 $C_{(S\pm N\pm 3)}=4$；“1-3 组合”

图层组合系数总和：不变的颜色元素一个层次的个体颜色元素数 $C_{(S\pm N+4)}=16$（图层：包络线）为一个图层；表示图块内部四种颜色进行完整与不完整的不重复的组合，被一条封闭连续曲线包围，组成多项式的一元四次方程。

标准图层的总系数（与个数同步）：

$$C=\{1+4+6+4+1\}^{K(Z\pm S\pm N\pm P)}=\{2^4\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm P)};$$

其中：(N=1)，q=0,1,2,3,4；在基本图块（称标准图块）都是填满下四颜色元素(A,B,C,D)分别表示四种颜色的组合和出现的概率具有正则化分布形式。

若出现非标准图块，通过无量纲圆对数把非标准图块转换为非标准图块，这样，每一个圆对数一一对应颜色元素的层次和个数。这样计算无量纲圆对数的层次、个数就可以对应知道图块的层次和颜色个数，甚至每一种{ABCD}颜色的个数。

2.5.6、四色定理必要性的证明

高速数字计算机的发明，促使更多数学家对“四色问题”的研究。1976 年 6 月，美国伊利诺斯大学的两台不同的电子计算机上，用了 1200 个小时，作了 100 亿判断，最终证明了四色定理，轰动了世界。但是，计算机证明并没有获得数学界普遍的认可。不少数学家并不满足于计算机取得的成就，要求有一种传统简捷快的书面证明方法来证明四色问题。

已知：（四种颜色元素数字化）的特征模 $\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=4)}$；边界函数 $\{^{(4)}\sqrt{D}\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=4)}$就可以计算。

其中：设置{X}表示图块、图层、图形为各个层次序列的中心点或边界包络线。不影响已知 $\{^{(4)}\sqrt{D}\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=4)}$的四种颜色元素的计算。

（1）、图块组合与级数

根据 Brouwer 中心不动点定理封闭性图块、图层、图形的边界函数 $\{D\}^Z$ 与中心点函数 $\{X\}^Z$ 同值，提出多项式（图块中表示边界曲线、中心点、线与图块元素）之间的组合图块（函数、多项式、几何空间）具有等价性。根据泰勒级数公式，建立四元定理的级数及特征模展开：

$$\begin{aligned}
&\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=1,2,3,4)}\\
&= [\textstyle\sum(1/C_{(S\pm N)})\{D\}+\cdots]^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=1,2,3,4)}\\
&=(1)\{D\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=0)}\\
&+ (1/4)\{D\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=1)}+(1/6)\{D\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=2)}\\
&+ (1/4)\{D\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=3)}+(1)\{D\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=4)}\}\\
&= \{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm 0)}+\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm 1)}+\cdots\\
&+\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm P)}+\cdots+\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm q)};
\end{aligned}$$

（2）、图层（4N）组合与无量纲圆对数衔接：

当：$\{x\}^Z\neq\{D)^Z$，应用相对性原理[6]，对未知与已知函数一一对应之比，实现相对对称平衡。得到没有具体元素内容的无量纲函数，称无量纲圆对数构造。

$$\begin{aligned}
&(1\text{-}\eta^2)^K=\{^{(4)}\sqrt{D}\}/\{D_0\}\}^{K(0)}+\{^{(4)}\sqrt{D}\}/\{D_0\}\}^{K(1)}\\
&+\{^{(4)}\sqrt{D}\}/\{D_0\}\}^{K(2)}+\{^{(4)}\sqrt{D}\}/\{D_0\}\}^{K(3)}+\{^{(4)}\sqrt{D}\}/\{D_0\}\}^{K(4)}\\
&=\{1+(1\text{-}\eta_1^2)^{K(S\pm 4N\pm(q=1)}+(1\text{-}\eta_2^2)^{K(S\pm 4N\pm(q=2)}+(1\text{-}\eta_3^2)^{K(S\pm 4N\pm(q=3)}+(1\text{-}\\
&\eta_4^2)^{K(S\pm 4N\pm(q=4)}+1\}\leq\{1\};\quad \text{（N=0,1,2,3,…无穷整数）}
\end{aligned}$$

其中：系数总和：$C_{(Z\pm S\pm P)}=\{1+4+6+4+1\} = \{2\}^{(4)}=\{16\}$，{16}与图块四种颜色元素与无量纲圆对数个数同步。

（3）、图层组成多项式与无量纲圆对数衔接

四定理色为什么要进行“一元四次方程？”

理由如下：

（1）、“一元四次方程”可以无穷展开，四个颜色元素以“乘组合”形式，除了可以按照正则化规则获得四种根元素的个数，还可以确保图块边界线与周围边界线的连续性连接以及图块中心与周围四个颜色元素稳定性。

（2）、设置{x}体现图层的中心点和边界包络线的连续无空隙的连接，不影响 $\{D_0\}\}^{K(4)}=16$ 的统计。

已知：图层 S 包围四个图块(4N)次中全体元素 $D=\{^{(4)}\sqrt{D}\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=4)}$，（指图块层次内部完全是四个颜色元素组成标准类型）。

这里，四种颜色颜色数字化获得“乘组合”和“加组合”的特征模，确保四种颜色元素的根解析。

标准图层（外部）全体元素组成层次的单元体：$\{^{(4)}\sqrt{D}\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=4)}$，

标准图层（内部）特征模：

$$\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=0,1,2,3,4)};$$

其中：(q=0，1,2,3,4)表示四种颜色的不同组合

无量纲圆对数判别式：

$$(1-\eta^2)^K=[\{^{(4)}\sqrt{D}\}/\{D_0\}]^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=1,2,3,4)}\leq 1;$$

一元四次方程计算：

$$\begin{aligned}\{X\pm^{(4)}\sqrt{D})^{K(Z\pm S\pm 4N)}&=\{1+\{^{(4)}\sqrt{X}\}\\&/\{D_0\}]^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=1))}\cdot D^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=3)}\\&+\{^{(4)}\sqrt{X}\}/\{D_0\}]^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=2))}\cdot D^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=2)}\\&+\{^{(4)}\sqrt{X}\}/\{D_0\}]^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=3))}\cdot D^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=1)}+1\}\\&=\{2\cdot(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=0)}+(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=2)}\\&+(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=3)}+(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=4)}\}\\&\cdot\{X_0\pm D_0)^{K(Z\pm S\pm 4N)}\\&=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm 4N)}[(0,2)\cdot\{D_0\}]^{K(Z\pm S\pm 4N)};\end{aligned}$$

方程式计算结果：平衡条件下：$\{X_0\}^Z=\{D_0\}^Z$；

（a）、表示图块、图层、图形中心点；

$$\{X-D\}^{K(Z\pm S\pm 4N)}=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm 4N)}\{0\}\{D_0)^{K(Z\pm S\pm 4N)};$$

（b）、表示图块、图层、图形包络线；

$$\{X+D\}^{K(Z\pm S\pm 4N)}=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm 4N)}\{2\}\{D_0)^{K(Z\pm S\pm 4N)};$$

四色定理图块颜色元素总个数：

（1）、标准类型图层个数统计（图层$\{D_0\}$=4N=16）个数展开：

$$\{X\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=4))}=(1-\eta^2)^K\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=4))};$$

（2）、标准类型无量纲圆对数颜色元素的计算：

(a)、“1-1 组合” ‘ABCD’分别为一种颜色元素的统计。

$$\{X_{[abcd]}\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=1.4))}=(1-\eta^2)^K[(1)\cdot\{D_0\}\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=1,,4))};$$

(b)、“2-2 组合” ‘ABCD’二种颜色元素的统计。

$$\{X_{[ab-cd]}\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=2))}=(1-\eta^2)^K[(6)\cdot\{D_0\}\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=2))};$$

(c)、“1-3 组合” ‘ABCD’一种包围三种颜色元素的统计。

$$\{X_{[a-bcd]}\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=3))}=(1-\eta^2)^K[(4)\cdot\{D_0\}\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=3))};$$

(d)、“3-1 组合” ‘ABCD’三种包围一种颜色元素的统计。

$$\{X_{[abc-d]}\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=3))}=(1-\eta^2)^K[(4)\cdot\{D_0\}\}^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=3))};$$

这里，任意有限标准图形（内部）元素个数计算：属于四种颜色元素的根解析,由于全部非标准图块已经通过无量纲圆对数“偶数性机制”，转换（移动、态射、映射）为标准图形、图层、图块，全体颜色元素个数可以计算。

2.5.7、四色定理充分性的证明

必要性证明是建立在假设所有的图块全部不重复、不相邻地涂满四种颜色条件下统计。实际操作并没有那么理想，出现的图块、图层、图形空缺，以及遇到了相邻时颜色重复如何调整？必要性证明中没有解决这些问题。

或许有人认为，这个很简单“移动”它们就可以了。事实并非如此，把非标准图块颜色元素填满或移动这个方法很简单，也很直观、公理化（不证自明）。

四色定理绝不是那么简单的“移动”。如采用集合论、范畴论等为基础的近代数学，称“态射、映射”可以编写计算机程序，如果这样，早在 1976 年已经有计算机证明结果。可是，许多数学家不认可。

数学家们要求数学证明四色定理：如果进行“移动、映射、态射”，需要证明。

这个四色定理被称为:世界近代三大数学难题之一。难度要求回答数学家们的二个问题。

（1）、证明可能出现新的“移动”的理由，

（2）、证明可能出现新的“移动”的方法。

按照数学家们的要求，调整相邻区域的颜色，以及填满空格问题意味着颜色之间不能直接“移动”，怎么解决？

现在，找到了无量纲圆对数构造集和无量纲构造特有的“偶数性对称与不对称、随机与不随机的互逆性平衡交换机制”，称“偶数性机制”。引用圆对数“偶数性机制”把非标准图块填满，以及相邻同颜色的“移动”，在圆对数中心零点对称性下，圆对数带动了颜色素数进行平衡交换的“移动”填满空格或调整相邻区域的颜色问题。

（1）、标准基本图块遇到了相邻区域：涉及颜色的“移动”与非标准基本图块“移动”填满，道理一样，可以统一应用。可见非标准基本图块“移动”填满原理。（略）。

（2）、非标准基本图块：层次 N=1 的；q=3,2,1≤4, 存在不完整性或不均匀分布的组合问题。

非标准基本图块颜色颜色分布具有不完整性，有：

三个元素组合缺少一个元素：

{A,B,C -(0)}； Z=K(Z±S±N±(q=-1)；

二个元素组合缺少二个元素：

{A,B,-(0,0)}； Z=K(Z±S±N±(q=-2)；

一个元素组合缺少三个元素：

{A- (0,0,0)}； Z=K(Z±S±N±(q=-3)；

图层、图形出现空缺四个元素：

{A,B,C -(0)}； Z=K(Z±S±N±(q=-4)；

非标准图形、图层、图块具有随机性的不均匀分布，统计中往往很难处理，成为不均匀分布的个数，通过“移动”或替代颜色元素把它们填满，确保中心零点的稳定性和方程式计算本身的精确度。

产生了图形、图层、图块分别的二个无量纲圆对数数值：

（1）、填满图形、图层、图块个数与原来图块个数的比例为无量纲圆对数：$(1-\eta_{(f)-\alpha}{}^{2})^{K}$

（2）、空缺图形、图层、图块个数与原来图块个数的比例为无量纲圆对数：$(1-\eta_{(f)-\beta}{}^{2})^{K}$

（3）、图形、图层、图块的填满与空缺产生二个无量纲系数： $(1-\eta_{(f)-\alpha}{}^{2})^{K}+(1-\eta_{(f)-\beta}{}^{2})^{K}=1$；

（4）、平衡交换规则：

平衡交换规则解决：

（a）、同一或非同一图块、图层、图形的标准图块不同颜色的位置“移动”调整。

（b）、非标准图块不同颜色的位置“移动”调整为均匀分布的标准图块计算问题。

图块层次内颜色元素命题不变，特征模（平均值）不变，同构圆对数不变，仅仅依靠圆对数的性质属性正中反的改变，由无量纲特有的“偶数性机制”带动颜色元素的移动进行平衡交换，组成标准类型的图形、图层、图块。

对称性二元数与不对称性三元数的平衡交换规则，即无量纲圆对数特有的“偶数性交换机制”，通过无量纲圆对数分别转换为单个颜色元素的平衡交换（四色定理中称移动、态射、映射），给与数学证明的理由。

（1）、二元数“偶数性”（指图块中有二个颜色元素分别为(K=+1)调整或移动填满空缺的颜色元素为(K=-1)的偶数性互逆平衡交换过程：

$$A\cdot B=(1-\eta^{2})^{(K=\pm1)}\{D_0\}^{K(2n)}；$$

$$A^{(K=+1)}=(1-\eta^{2})^{(K=+1)}\{D_0\}^{K(1n)}；$$

$$B^{(K=-1)}=(1-\eta^{2})^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(1n)}；$$

或： $(1-\eta^{2})^{(K=+1)}=\{D_0\}/A^{(K=+1)(1n)}$；

$(1-\eta^{2})^{(K=-1)}\{D_0\}/B^{(K=-1)(1n)}$；

二元数交换原理：在相同的无量纲圆对数因子下，不变原命题、不变特征模、不变同构圆对数，通过圆对数性质属性的正中反性质属性，以随机与不随机的平衡交换，带动了数值的平衡交换。

$$A^{(K=+1)(n)}=(1-\eta^{2})^{(K=+1)}\{D_0\}$$
$$=[(1-\eta^{2})^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{C}{}^{2})^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^{2})^{(K=-1)}]\{D_0\}$$
$$=(1-\eta^{2})^{(K=+1)}\{D_0\}=B^{(K=-1)(n)}；$$

其中：$A^{(K=+1)(1n)}\neq B^{(K=-1)(1n)}$,不能直接交换，必须在无量纲圆对数的对称性‘无穷公理机制’平衡带动下进行。

（2）、三元数“偶数性”（指图块中有三个颜色元素，其中一个颜色元素为(K=+1)调整或移动填满空缺的颜色元素为二个颜色元素联系(K=-1)的偶数性互逆平衡交换过程：

$$\mathbf{A\cdot B\cdot C=(1-\eta^{2})^{(K=\pm1)}\{D_0\}^{K(3n)}}；$$

$$\mathbf{A=(1-\eta^{2})^{(K=+1)}\{D_0\}^{K(1n)}}；$$

$$\mathbf{BC=(1-\eta^{2})^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(2n)}}；$$

其中：$BC=(1-\eta^{2})^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(2n)}$分解：

$B=(1-\eta^{2})^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(1n)}$，$C=(1-\eta^{2})^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(1n)}$

进行技术整理：

$$\mathbf{A=(1-\eta^{2})^{(K=+1)}\{D_0\}^{K(1n)}}；$$

$$\mathbf{B=(1-\eta^{2})^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(1n)}}；$$

$$\mathbf{C=(1-\eta^{2})^{(K=-1)}\{D_0\}^{K(1n)}}；$$

或： $\mathbf{(1-\eta_{A}{}^{2})^{(K=+1)}=\{D_0\}/A^{K(1n)}}$；

$\mathbf{(1-\eta_{B}{}^{2})^{(K=-1)}=\{D_0\}/B^{K(1n)}}$；

$\mathbf{(1-\eta_{C}{}^{2})^{(K=-1)}=\{D_0\}/C^{K(1n)}}$；

三元数（不对称性分布）交换方式通过圆对数中心零点对称性，在相同的无量纲圆对数因子下，不变原命题、不变特征模、不变同构圆对数，通过圆对数性质属性的正中反性质属性，以随机与不随机的平衡交换，带动了数值的平衡交换。

$$\mathbf{A^{K(n)}=[(1-\eta_{[A]}{}^{2})^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[ABC]}{}^{2})^{(K=\pm0)}}$$
$$\mathbf{\leftrightarrow(1-\eta_{[B]}{}^{2})^{(K=-1)}+(1-\eta_{[C]}{}^{2})^{(K=-1)}]\{D_0\}=BC^{K(n)}}；$$

其中：$BC^{K(n)}$分解为二个圆对数加结合律，满足加交换律。

特别的：$A^{(K=+1)(1n)}\neq BC^{(K=-1)(n)}$,不能直接交换，必须在圆对数的加结合律控制下进行平衡交换。

也就是说，四色定理颜色元素的平衡交换（包括集合论、范畴论的移动、态射、映射），需要应用无量纲构造特有的“偶数性平衡交换机制”数学证明。传统的皮亚诺公理化“移动”原理的组合为“有量纲体系”，不能自证“真伪”（哥德尔不完备性定理）。

当：非标准类型组成标准类型的图形、图层、图块，全部转换为标准图块、图层、图形，计算中全部采用无量纲圆对数因子的统计：

$$(\eta)^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=4))}=(\eta_a)^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=4))}+(\eta_b)^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=4))}+(\eta_c)^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=4))}+(\eta_d)^{K(Z\pm S\pm 4N\pm(q=4))};$$

式中：$(\eta)^{K(Z\pm S\pm N\pm P)}$与 $(\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm P)}$ 具有完备性和相容性一体化，都可以在平面、球面上充分展开，同样可以获得无穷中任意有限图形全体颜色元素计算的个数。最后，理论上不要忘记加载的：各个图块中"转换（移动、态射、映射）"被扣除的$(1-\eta^2)^K=(1-\eta_{[f-\alpha]}^2)^K+(1-\eta_{[f-\beta]}^2)^K=1$，给与恢复颜色元素还原原来颜色元素的位置，但不影响计算的总颜色元素个数。

上述充分性证明了图形、图层、图块之间选择平均值后，相互之间具有不变特征模和同构圆对数与共享的幂函数，解除了层次内部不完整组合计算的困难。

因此，四色定理的任意高幂(S=4N=16(q=1）的二项式(中心点与边界包络线系数展开中，得到任意幂次(Z±S±4N±(q=4)幂多项式的数学组合，精确计算无穷图块充满四种颜色和确保边界包络线与图形、图层、图块之间的密切联系。

特别的，{X}与$\{\sqrt[(4)]{D}\}$不一定平衡，引入无量纲圆对数，通过无量纲圆对数的偶数性对称与不对称、随机的平衡交换机制，带动图块数值的平衡交换。

最后，直观地，在平面上,球面、任意空间上，图层(S=4N)无量纲圆对数都可以映射为 S 个（特征模）点的网络的组合集合。在平面、球面、最小的四面体空间上为四个平面图块，平面、球曲面展开成为图层，每个图层有（外部）三条图层相邻边界曲线，以及每个图层有（内部）图块三条相邻边界曲线（如谢尔宾斯基地毯）组成空间的三棱锥（四面体）的空间图形-图块，或三棱（锥）体的顶点（图形图层、图块）映射（投影）互为邻边的网格图形。证明：三棱（锥）体平面、曲面上涂三种颜色不够，涂五种颜色过多，四种颜色足够。上述以充分性、必要性，以第三方身份的无量纲圆对数构造，没有具体颜色元素干扰，公正、完整、最基本的数学证明四色定理。

综上所述，四色定理中图块的集合可以是标准类型与不标准类型的多层次复合图块，存在串行组与并联的组合形成任意复合层次 K(Z±S±4N±(q=1,2,3,4)图形、图层、图块组成为满足四种颜色组成任意高幂维次多项式方程，以及满足够大的平面、球面区域。因为四种颜色元素在无穷图块中不重复的组合，可以实现图形的无穷区域四种颜色相邻颜色不一样的组合的计算，成为四色定理充分性、必要性、唯一性的证明。

2.5.8、四色定理证明的积极意义与讨论

（1）、根据无量纲构造数学证明的结果，认为：计算机上在四色定理模型有颜色元素随机的不确定、不均匀分布条件下，化了 1200 个小时，足够大的 $S=\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=1,2,3,4)}\geq 100$ 亿幂（维次）。这种"集合公理化的程序"计算结果是成功的。

（2）但是，计算机程序语言"有没有考虑'非标准图块'的计算？"非标准图块类型出现移动颜色元素组成标准类型图块的"移动"理由在哪里？"，公理化组合的数学是否具有可靠性？如果没有或部分没有，作为严谨的数学证明要求，这样的计算机成功计算的理由仍然不足，要引起争议："数学基础是否牢固"的问题。

（3）、通过四色定理的证明，提出了集合论、范畴论的"移动、转换、交集、并集、态射、映射"采用的（有量纲系统）"公理化"的不证自明的理由是"不充分的"，即哥德尔不完备性定理是正确的。反映了任意系统采用皮亚诺"公理化"建立的函数、关系都是"不充分的"，公理化需要数学证明，才能确保数学系统基础的"可靠性、牢固性"。

（4）、计算机证明四色定理，"无量纲偶数性平衡交换机制"，不仅可以解决不对称、连续性计算，同时揭开了人类大脑思维的机制，为新的人工智能提供了一个新的数学基础。

3、哥德巴赫（零点）猜想与无量纲圆对数衔接

3.1、"哥德巴赫猜想"问题

1742 年，德国数学家哥德巴赫发现："每一个大偶数都可以表现为二个素数之和，称 1+1=2"，后来有数学家提出"每一个大奇数都可以表现为三个素数之和，称 1+2=3"，称（强/弱）哥德巴赫猜想。三个世纪以来一直没有破解，最好的成果有 1973 年中国的陈景润"1+2""大偶数为一个素数与二个素数连乘的组合"。离"1+1"、"1+2"还有一步之遥。反映传统数学的计算方法已经达到了"天花板"，意味着没有新的方法，很难有满意的进展。

3.1.1、"哥德巴赫猜想"数学核心是什么？

"哥德巴赫猜想"的核心是二个，

其一：证明皮亚诺公理"不证自明"是否可靠？

其二：采用什么可靠的“公理”方法破解？

目前状态是：

（1）、二个/三个不对称性的素数的不能直接进行“组合”。如“公理化”没有数学证明不能成立。

（2）、本系统（指有量纲系统）“组合”（如加组合、乘组合，并集与交集）不能自证“真伪”。

哥德巴赫猜想涉及“数学基础”的根本，许多数学家提出，可能要求新的构造集或其它方法证明。因此而成为近代数学史上三大难题之一。

如果有人提出新的系统证明“哥德巴赫猜想”。这个号称是“数学皇冠上一颗可望不可及的‘明珠’”。必将引起 400 多来西方国家传统数学的“重整、重塑、重建”，或将开启一个数学新时代，具有现实的工程应用和深远的历史意义。

1900 年希尔伯特在世界数学大会上把“黎曼函数零点猜想、哥德巴赫猜想、孪生素数猜想”合并为一个零点猜想。圆对数后来发现“朗道-西格尔零点猜想”也属于黎曼函数零点猜想内容的一部分。哥德巴赫“足够大的二个素数之和为偶数”。“足够大的三个素数之和为奇数”。同理“孪生素数”之间也是“零点”猜想。通过零点猜想的证明，素数与偶数的产生是需要满足它们有一定条件下的随机与不随机的平衡与交换。也就是说:零点猜想不仅仅是解决“哥德巴赫猜想”，更是“皮亚诺公理”的数学证明，成为数学基础的“偶数性中心点”的平衡与交换等基础性问题。

也许有些人会说：“哥德巴赫猜想”是指“之和”为“偶数/奇数”，为什么会涉及“零点”？

这里涉及前面所说的的“数值分析或逻辑分析对象都不能直接实现平衡交换组合”。必须通过“第三种无量纲语言定义的圆对数”，通过圆对数中心零点（线）才有“偶数性”定义的共轭互逆平衡对称性，才能进行的“算术的加减乘除、逻辑的集合、并集、交集”运算的平衡与交换。

其中：解析度 2 下产生（对象-元素）数值“偶数性”的“数值的中心点”，不同于“圆对数中心零点”产生的“偶数性”。前者“偶数性”产生（对象-元素）数值“二个不对称性”子集不能平衡交换；后者无量纲“偶数性”产生的“二个对称性”子集可以平衡交换。因此，（对象-元素）数值对称条件下它们（限于对称性分布）有可能重合，产生的中心点二边同为{0,±1}，但是意义不一样。

众所周知，二个素数之和，广义地说“和”应该是“组合、集合”，有“加（减）-并集组合、乘（除）-交集组合”二种形式，逻辑分析没有“平衡机制”，带来了分析的不便或不完整，不能实现（对象的内部、外部）拓扑平衡，当然，不可能实现“平衡与交换”。

其中：这个“减与除组合”二种形式具有互逆性，圆对数把不对称性的“对象-元素”通过无量纲圆对数“加（减）组合”与“乘（除）组合”成为共轭互逆对称性规则的无量纲分析。因此，对于“组合”本身来说，“元素相同的组合”，“加减乘除，集合运算”没有本质上的区别，称对象（群组合）-元素的“自身”。

所说的“偶数性”有二种，偶数性的标准：存在共轭互逆“中心点”，

（1）、对象-元素的，指“二/三个/多个素数组合，解析度 2 分解为二个不对称性子集，不能平衡交换。

（2）、无量纲圆对数的，指“对象-元素”转换为具有无量纲共轭平衡互逆对称性子集，可平衡交换”。

其中：左右二侧圆对数对应“对象与元素”同步变化，具有特征模外部线性的“平衡与交换”平衡线，称“零线（临界线）”。左右二侧圆对数对应特征模中心点与周围元素之间的位置关系，在特征模线的内部元素平衡交换点的关系的对称平衡点，平衡点，称“中心零点零点（临界点）”。

对称性的圆对数因子的平衡与交换带动了对象与数值的简接交换。一旦撤销圆对数，恢复原来数值与对象的不对称性，不能平衡与交换。

也就是说，“数值平衡分析的组合与解析”，或者“逻辑态射分析的集合与分解”，首先解决的是如何找到特征模外部“偶数性”的中心零线和内部“偶数性”的中心零点。在无量纲圆对数控制（带动）下进行平衡与交换，才能获得“偶数或奇数”。这或许是哥德巴赫在黎曼函数基础上完整性的“零点”猜想。同时也是皮亚诺公理（1+1=2）与（1+2=3）的采用第三方构造集进行验证。

3.1.2、“哥德巴赫猜想”问题

1742 年 6 月 7 日哥德巴赫给欧拉的腾讯提出了二个问题：

（A）每一个不小于 6 的偶数都是二个奇数之和；即“偶数-1+1”。如

6=3+3；8=3+5；48=19+29；100=3+97；　……

（B）每一个不小于 9 的奇数都是三个奇数之和；即“奇数-$p_1+p_2+p_3$”。如

9=3+3+3；29=5+11+13　103=23+37+43　……

他在信中说：我这个论断是不是正确？如果是正确的，希望你替我证明它。如果不对，希望你举出一个例子来。欧拉复信中写道“如果大于 6 的偶数都是二个奇数之和，虽然我还不能证明它，但是我确信无疑地认为这是完全正确的定理”。这就是哥德巴赫猜想。

一般地把命题（A）称为偶数哥德巴赫猜想，（B）称为奇数哥德巴赫猜想。二个猜想组成自然数“奇数与偶数”产生了数学基础，其中也自然地包括皮亚诺公理 1+1=2？需要的数学证明。

迄今为止，数学家都没有完成黎曼函数零点猜想、哥德巴赫（零点）猜想完整性的“零点”猜想，如果破解了这个问题，也解释了“公理化的数学基础”，一直成为国际上探索数学基础的敏感问题。

（A）、强哥德巴赫猜想：“足够大的二元素数{Q=2}之和为偶数”。

最好成果可能是中国数学家陈景润的“1+2 问题”，采用“陈氏定理的加权筛法”，证明“足够大的偶数为一个素数与一个自然数之和，后者仅仅是两个素数的乘积”，即“$\{X_1\}$与$\{X_2X_3\}$。

无量纲构造验证：“一个自然数”的选择有二个结果：陈景润的“1+2”：其中的“2”为一个自然数。

“一个自然数”的选择有二个结果：

（1）、当自然数个数为（N=2）组合时，若“自然数为二个素数的连乘”，通过无量纲圆对数带动“可以拆分”，则为“三个素数”之和为“奇数”。（与本文的“三元复分析”中：一个素数与二个素数连乘（1+2=3）的三元数复分析结果相同）。

（2）、当自然数个数为（N=2）组合时，若“自然数为一个素数与一个偶数的连乘”，通过无量纲圆对数带动“可以拆分”，则为“二个素数（1+1=2）”加“一个偶数”仍为“偶数”。

也就是说，“一个素数与一个自然数之和：偶数（1+1=2？），奇数（1+2=3？）”还差“一步之遥”。在当时属于最好成果。

（B）、弱哥德巴赫猜想：“足够大的三元素数{Q=3}之和为奇数”。

最好成果可能是数学家陶哲轩采用“逻辑分析方法证明 1+1=2”，达到“六个素数之和”。

2013 年 5 月，巴黎高等师范学院研究员哈洛德·贺欧夫各特发表了两篇论文，宣布彻底证明了弱哥德巴赫猜想。采用计算机计算达到 2^{40} 次方。计算机证明还没有得到学界认可，数学家们期望的是数学证明。

无量纲圆对数以第三方构造集身份证明：任意个数的素数（包括数值分析或逻辑分析的素数）是不能直接平衡交换组合。看来，哥德巴赫猜想（强、弱）不能真正的找到素数直接“之和”。

3.1.3、“哥德巴赫猜想”采用什么新的构造集证明

许多数学家认为：采用现有传统数学方法，可能不行了，必须寻找或发现新的方法。

现在，哥德巴赫猜想的核心问题：有什么新的构造集证明：二个或三个素数存在的：数值不对称性和数值分布的对称与不对称性，如何统一转换为“偶数性”的随机的对称性平衡交换组合。

。

通俗地说“3+4=7，3·4=12”、“交集 A∩B，并集 A∪B”为什么可以成立？如果成立，需要证明。同样，“数值等号=”平衡为什么不能交换？，“逻辑态射→”为什么不能平衡？也需要证明。

通过证明，可以了解数学整体性内涵是：“对象的偶数性”（即共轭互逆不对称性的正中反三种性质属性），但是，“偶数性”≠“偶数”，“对象的偶数性”存在不对称性的不能直接交换，或者说偶数的“平衡与交换”是有条件制约的。

无量纲圆对数以第三方无穷构造集身份，把“对象偶数性”的共轭互逆不对称性转换为圆对数，以及圆对数中心零点（临界线、临界点）共轭互逆对称性控制的“偶数性”才能“平衡与交换”。回过头来，让我们更深刻理解了现行的数学体系的不完整性。

目前，所有的数学猜想证明如果依靠自身体系，是不可能证明其“真伪”。最基本的皮亚诺公理，以及哥德巴赫猜想（包括黎曼函数零点猜想、孪生素数猜想、朗道-西格尔零点猜想），以及数值分析体系和逻辑分析体系等，肯定需要寻找另外一种新的无穷构造集身份证明，并且可以带动共轭互逆不对称性“对象”的平衡与交换的方法，证明它们“组合与解析、平衡与交换”的“真伪”。

从数学角度来看：数百年来，国内外许多数学家对“猜想”的推导或证明，都可能缺少最后一步的证明：自然界存在“偶数性”规则——把“任意不对称性的数值（逻辑对象）转换为无量纲圆对数的“偶数性”成为共轭互逆对称性，带动素数进行平衡与交换”，形成自然数的“奇数与偶数”的方法。

如果做不到这点，那么所有的现在流行的数学体系证明都不能成立或不完整性成立。其中还包括数值分析的“微积分等理论”、逻辑分析的“范畴论等理论”。也有已经得到数学家认可的“怀尔斯的费马大定理”、“佩雷尔曼的庞加莱拓扑猜想”，以及有关相对论、量子计算的证明都没有完整性。根源在于当时历史条件限制——数学历史发展还没有到达“发现新的无穷构造集”哪一步的问题，不完整性现象或结论与数学家本身证明无关。我们应该承认他们对于数学发展的积极贡献，甚至由于他们的努力使得数学发展引导了发现新的、更抽象、更深刻、更基本数学构造集。但是，他们的数学成果能否接受新的“无穷构造集”鉴定和拓展，则又是另外一码事。

3.1.4、证明猜想采用的无量纲圆对数无穷构造集

哥德巴赫猜想离不开最基本的皮亚诺公理(1+1=2？)。这个公理采用什么样的构造集证明或解释？这是当前数学界非常关注的数学基础问题。

按照康托尔-哥德尔的证明：“自身体系不能证明自身的真伪”。目前的数学体系所包含的公理，都是包含一部分，丢了另外一部分，一直成为“不完整性”的数学体系。如果需要完整性，那就要包含“无穷公理”的一种构造集。这里，以新发现的一种无量纲语言定义的圆对数无穷构造集证明（1+1=2，1+2=3）自然数组成的偶数与奇数的数学与逻辑原理。

无量纲语言定义的圆对数无穷构造集的原理：任意“对象-元素”（指数值分析和逻辑分析以及可以素数化的为主题的元素），存在“偶数性”外部与内部的不对称性，即“对象-元素”的组合或分解，存在正中反三种共轭互逆不对称性，不能直接进行“平衡与交换”，表现为数值分析的平衡不能交换；逻辑分析的态射不能平衡，反映了现行数学体系不完整性。也是 1931 年哥德尔不完备性定理以来，没有发现新的无穷构造集，没有实质性进步的原因。

如果采用第三方的无量纲语言定义的圆对数无穷构造集，把任意不对称性二/三个/多个（系列）的素数“对象-元素”的各种组合，转换为共享的数值特征模（平均值）和无量纲位值圆对数，以及共享幂函数性质属性和圆对数的中心零线、零点（临界线、临界点），通过圆对数把不对称性转换为共轭互逆对称性的“偶数性”，“对象-元素”在圆对数控制及带动下进行平衡与交换，进行组合与分解或者统一说“平衡与交换”问题。

根据皮亚诺公理，引入无量纲圆对数及圆对数中心零点控制了自然数与实数的“对象与元素”，转换为无量纲圆对数带动“对象与元素”，在圆对数中心零线（临界线）和中心零点（临界点）的“偶数性”条件下，带动了“对象与元素”进行的平衡与交换，组成(1+1)、(1+2)的自然数“偶数和奇数”。

那么，无量纲圆对数本身能不能自证“真伪”？

事实：无量纲圆对数是在“实数集与自然数集之间”新发现的一种以无量纲语言的圆对数“无穷构造集”，其紧致性、对称性、同构性，包含了“无穷公理”。

其中：有“无穷公理”的：

（1）、圆对数中心零线（临界线）满足特征模对象外部的离散型跳跃过渡的“偶数性”完备性。

（2）、圆对数中心零点（临界点）满足特征模内部元素的连续型跳跃过渡的“偶数性”相容性。

在计算机中其封闭性可以发现或自动排除外来元素、信号的干扰），尽可能地实现高精确度、高算力。特别的，无量纲圆对数是“无关数学模型，没有具体（质量）元素干扰”。在运算、证明、验证中以不受到具体的“对象元素”的干扰，无量纲自身不能干扰无量纲自身，确保“逻辑化算术零误差计算”。具有公正性、合理性、权威性。

（1）、引理：皮亚诺公理“1+1=2？”与无量纲圆对数衔接

这里，皮亚诺公理“1+1”采用自然数体系外的第三种无量纲语言定义圆对数无穷构造集证明。

定义自然数：所有以“1”为单元体的无穷构造都是自然数集。自然数通过“数学模型”组成平衡，或者用自身体系无法证明其“真伪”，不能自己进行交换，对应数论分析。如果通过第三种构造集证明成立，那么后面的解析、组合、运算、模型等都可以在第三方构造集控制下成立。

✷定义 3.1“对象与元素”，以可数字化的“1”为单元体的无穷系列“对象”（内容包括：自然数、有理数、无理数、实数、复数、超越数，以及可以素数化的单元体为“对象”，以中心点表示。单元体内部的组成为“元素”。

“对象与元素”系列通过数值分析的“加、减、乘、除、乘方、开方、等号=、∑、∏、∫、∂”方法及形式的组合；逻辑分析的“并集 A∪B、交集 A∩B、属于、态射”的组合，采用“对象-元素”自身体系无法证明其“真伪”的，不能进行直接平衡与交换。如果通过第三种构造集证明成立，那么后面的解析、组合、运算、模型等，都在第三方构造集控制下成立。对应数值分析和逻辑分析以及其它各种算法的分析。

✷定义 3.2“特征模”：为包含各种正中反向的具有连接、对比、对称、关系的对象与元素的组成，进行正中反平均值数值，称特征模。特征模有二种平衡形式：阐述：

（1）、“外部的中心零线（临界线）”表示对象特征模中心点与周围元素同步变化。

（2）、“内部的中心零点（临界点）”表示对象特征模中心点与周围元素的位置和关系。

✷定义 3.3 无量纲圆对数：二个“对象集（含实数集-自然数集）”之间的比较，产生无量纲语言定义的圆对数$(1-η^2)^K$无穷构造集，表示“对象”外部与内部所在地的位置和关系。圆对数本身是没有“逻辑、数值、元素、数字”的定义，不受到具体元素的干扰，确保第三方身份运算的可靠性与稳定性和公正性。

✷定义 3.4 无量纲圆对数的平衡与交换：圆对数因子具有“偶数性”（即：共轭互逆平衡对称性）条件下，以自身的平衡与交换形式带动“对象”的“平衡与交换”。然后“对象”转换为原命题和逆命题进行实现平衡与交换。

✷定义 3.5 平衡对称的“偶数性”：圆对数对应的特征模，以圆对数中心零点为中心的左右二侧，具有相同的圆对数因子的称“偶数性”，即：无量纲圆对数及圆对数因子的，具有共轭互逆对称性的随机与不随机地进行平衡与交换。

其中：偶数性不一定都是对称性（如三元数中分解为一个元素与二个元素），通过圆对数转换为对称性，满足中心零线（临界线）和中心零点（临界点）的对称性，实现平衡与交换。

$$\sum(1-\eta^2)^{(K=+1)}=\sum(1-\eta^2)^{(K=-1)},\quad \prod(1-\eta^2)^{(K=+1)}=\prod(1-\eta^2)^{(K=-1)},$$

其中：中心零线（临界线）$(1-η^2)^{(K=±1)}=1$，对应对象（特征模）外部的左右（或正反向幂函数）对称性；

中心零点（临界点）$(1-η_C^2)^{(Kw=±0)}=0$，对应对象（特征模）内部左右（或正反向幂函数）对称性；

特别的，任意“对象”之间，没有直接组成“偶数性”的，而自身系统又不能判断“偶数性”的“真伪”，由此不能直接交换。

在数值分析的自然数语义为基础的平衡计算，逻辑分析或计算机算法中以假设“离散型对称性”进行的“平衡与交换”，如：逻辑分析的态射不能平衡，数值分析的平衡不能“交换”。都是没有经过第三方构造集的验证“真伪”的，之所以能够进行计算，那是“运气与巧合”但是碰到了“连续型的拓扑不能平衡”，体现了当前数学基础的不完整性，没有可靠的数学基础。

平衡与交换的结果：

前面已经证明：$\sum(1-η^2)^{(K=+1)}=\prod(1-η^2)^K$对应“对象”和特征模，通过无量纲语言定义的圆对数转换为{0,1}范围的边界与中心{-1,0,+1}或{0,1/2,1}。

其中：坐标移动不影响圆对数位值对应的数值或逻辑对象。

加组合：

$$\sum(1-\eta^2)^{(K=+1)}+\sum(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}+\sum(1-\eta^2)^{(K=-1)}=\{0,2\},$$

$$\sum(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=\sum(1-\eta^2)^{(K=+1)}+\sum(1-\eta^2)^{(K=-1)}=\{1\},$$

其中：加组合以圆对数因子带动“对象”自身的平衡与交换（加减乘除，并集、属于）

圆对数乘组合：$\prod(1-η^2)^{(K=+1)}+\prod(1-η^2)^{(K=±1)}+\prod(1-η^2)^{(K=-1)}=(1-η^2)^{(K=±1)\{0,2\}}$，

$$\prod(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=\prod(1-\eta^2)^{(K=+1)}+\prod(1-\eta^2)^{(K=-1)}=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)\{1\}},$$

圆对数中心零线（临界线）对应特征模（外部）的

$$(1-\eta^2)^K=\{0,2\}\{D_0\}:$$

对应特征模中心线的正反向对象的平衡与交换。

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=(1)\{D_0\}:$$

圆对数中心零点（临界点）对应特征模（内部）的

$$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}=(1/2)，适应\{0,1\}。$$

$$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}=(0)，适应\{0,`1\}。$$

对应特征模中心点周围的正反向元素的平衡与交换。

其中：乘组合以圆对数因子带动“元素-对象”幂函数自身的平衡与交换（乘方、开方，交集、属于）。

对象与元素的平衡与交换：

原命题不变，特征模不变，同构圆对数不变，通过共享的圆对数性质属性正中反向之间的平衡与交换，实现了真命题与逆命题的平衡与交换。

“不变的对象与元素”转换为圆对数，在圆对数的中心零线（临界线）、中心零点（临界点）的“偶数性”

（即共轭平衡互逆对称性）控制带动下“对象与元素”的平衡与交换。

$$\{X\}(真命题)=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\cdot D_0]^{(K=\pm1)(Z\pm S)}$$
$$=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}]\cdot D_0]^{(K=\pm1)(Z\pm S)}$$
$$=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\cdot(0,2)\cdot D_0]^{(K=-1)(Z\pm S)}=\{D\}(逆命题);$$

其中：特征模满足“偶数性”≠“偶数”，“偶数性”内部包含了对称与不对称性二种状态。

当：“对象”转换为自然数 N，实数 R，其它的有理数、无理数，逻辑对象，以及可以数字化的任意对象、符号、信息、密码……，“对象”在无量纲圆对数控制下的平衡与交换，组合与解析。

若是加组合为自然数 **N** 则为“1”的无穷组合

（KN=0,1,2,3，…无穷整数）；

若是乘组合则必须为“1”的无穷幂函数组合的

（$N=N^{K(0)},N^{K(1)},N^{K(2)},N^{K(3)}$ …无穷整数）；

其中：性质属性；K

$$=K\cdot Kw=(K=+1，\pm1，\pm0，-1)$$
$$\cdot(Kw=+1，\pm1，\pm0，-1)=(+1，\pm1，\pm0，-1);$$

当：特征模$\{D_0\}$(K=-1)对应的“中心零线·中心零点”

$(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)}=[(0,1)\cdot(1/2)\cdot D_0]^{(K=-1)(Z\pm S)}$时，

带动自然数为“奇数”。

其中：“中心零线=(0,1)对应特征模线带左右区域的对称性·中心零点=(1/2)对应在特征模线上任意处的中心点对称性”

当：特征模$\{D_0\}$(K=+1)对应的“中心零线·中心零点”

$(1-\eta_C{}^2)^{(K=+1)}=[(0,2)\cdot(1/2)\cdot D_0]^{(K=+1)(Z\pm S)}$，

带动自然数为“偶数”，

其中：“中心零线=(0,2)对应特征模线带左右区域的对称性·中心零点=(1/2)对应在特征模线上任意中心点对称性（即中心零点在{0，±1}之间）”（图 5.1）

这里，圆对数带动了对象与元素的 **1+1=2** 本身不是自然数直接相加或相乘,自然数是在圆对数带动下的平衡与交换，满足自然数的。

特别的，无量纲圆对数属于第三种构造集，兼顾完备性与相容性为一体的可判定“对象”组合（加减乘除或逻辑组合（并集 A∪B、交集 A∩B、属于、态射）的“真伪”，具有可靠性。也就是说，自然数、逻辑对象等，是依靠无量纲语言定义的圆对数，在“偶数性”的平衡与交换条件下进行的。“对象”通过无量纲圆对数的平衡与交换带动了对象的平衡与交换，同样“对象”也通过无量纲圆对数中心零点回归（解析）原来的数值或逻辑对象。一旦撤销无量纲圆对数，“对象（包括数值、逻辑对象）”恢复原来的不对称性，同样不能平衡与交换。

由此，数学证明“皮亚诺公理的“1+1=2”的成立，是建立于无量纲圆对数（正中反性质属性转换）组合的“平衡与交换”基础上。没有受到自然数自身元素的干扰。

3.1.5、无量纲圆对数特有的偶数性机制能自动地自证“真伪”

因为无量纲圆对数是第三方无穷构造集，可以证明系统外的“真伪”，具有公正性、合理性、权威性。但是圆对数系统本身是封闭型的“无关数学模型，没有具体（质量）元素的”逻辑化算术零误差的有序列分析，仅仅表示位值与位置的无量纲圆对数因子，没有具体元素干扰的内容，而且无量纲体系组合的特征模外部具有完备性，内部具有相容性，具有“无穷公理”的集合，无量纲不能干扰无量纲。

设：二个对象系列$\{X\}=\{x_1x_2\}$，特征模为对象系列平均值$D_0{}^{(n)}=[\{x_1x_2\}/2]^{(n)}$，这里的“对象”不一定都是

数值，可以是其它可数字化的东西，对象不能直接进行组合，即不能直接采用通常采用的加减乘除乘方开方形式的组合。

$$(1-\eta^2)^K=[\{x_1x_2\}/D_0]^{K(0)}=[\{x_1x_2\}/D_0]^{K(1)}=\dots$$
$$=[\{x_1x_2\}/D_0]^{K(n)}=[0,1],$$

其中：表示所有的对象组合都在无量纲圆对数控制在封闭的[0,1]区间进行分析，幂函数（0,1,2,3，…n 无穷）表示 K 表示性质属性，控制对象收敛性

当：$\{x_1x_2\}\geq D_0$. 圆对数$(1-\eta^2)^{(K=-1)}$(K=-1),表示对象扩展，

当：$\{x_1x_2\}\leq D_0$. 圆对数$(1-\eta^2)^{(K=+1)}$(K=+1),表示对象收敛，

当：$\{x_1x_2\}=D_0$. 圆对数$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}$(K=±1),表示对象平衡、加（乘）的平衡组合，

当：$\{x_1x_2\}=D_0$. 圆对数$(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}$(K=±0),表示对象交换、转换、旋转、减（除）组合，

其中：性质属性扩展对象(K=+1，±1，±0，-1)三个（正中反、平衡）性质属性圆对数因子的收敛，中心零点稳定性。

无量纲圆对数具有的三个性质属性，在相同圆对数因子条件下可以进行平衡与交换。

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}=\{0,2\};$$

无量纲圆对数中心零线（属于特征模外部之间）的平衡对称性：

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}=(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}=\{1\};$$

成为对应特征模的圆对数中心零线（临界线）

无量纲圆对数中心零点（属于特征模内部之间）的平衡对称性：

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}=(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}=\{0\};$$

成为对应特征模的圆对数中心零点（临界点）

无量纲圆对数的平衡与交换：不变原来的命题（称真命题）、不变特征模、不变同构圆对数形式，仅仅同构圆对数对应的性质属性，进行正中反向的转换，成为与原来命题一致的“逆命题”，这个平衡与交换，在数学分析类似“等号”不能交换，逻辑分析类似“函子”不能平衡。

交换规则：

不变命题，不变特征模，不变同构圆对数形式，通过幂函数性质属性正中反向的转换，带动数值的平衡交换。如黎曼函数（K=-1）的正中反向平衡交换：

$$[(1-\eta^2)^{(K=-1)(K=+1)}]\leftrightarrow[(1-\eta^2)^{(K=-1)(K=\pm0)}]\leftrightarrow[(1-\eta^2)^{(K=-1)(K=-1)}];$$

无量纲圆对数的相加(相减)成为偶数性的零平衡与偶平衡，带动了对象（数值与逻辑）的交换：

$$[(1-\eta^2)^{(K=-1)(K=+1)}\pm(1-\eta^2)^{(K=-1)(K=-1)}]\cdot\{D_0\}^{(n)}$$
$$=(1\pm\eta^2)^K\{0，2\}\{D_0\}^{(K=\pm1)(K=-1)(n)};$$

$$[(1-\eta^2)^{(K=-1)(K=+1)}\cdot\{D_0^{(n)}\}]\pm[(1-\eta^2)^{(K=-1)(K=-1)}\cdot\{D_0\}^{(n)}]$$
$$=(1\pm\eta^2)^K\{0\}\{D_0\}^{(K=-1)(K=-1)(n)}$$，**称零平衡；**

$$[(1-\eta^2)^{(K=-1)(K=+1)}\cdot\{D_0^{(n)}\}]\pm[(1-\eta^2)^{(K=-1)(K=-1)}\cdot\{D_0\}^{(n)}]$$
$$=(1\pm\eta^2)^K\{2\}\{D_0\}^{(K=-1)(K=+1)(n)}$$，**称加平衡；**

$$[(1-\eta^2)^{(K=-1)(K=+1)}\cdot\{D_0^{(n)}\}]\pm[(1-\eta^2)^{(K=-1)(K=-1)}\cdot\{D_0\}^{(n)}]$$
$$=(1\pm\eta^2)^K\{0\leftrightarrow2\}\{D_0\}^{(K=\pm0)(K=-1)(n)}$$，**称平衡交换；**

其中：性质属性控制的对象为 K=(K·KW)=(+1，±1，±0，-1)分别有外部、内部（正中反、平衡）性质属性圆对数因子的收敛、扩展和中心零点稳定性。

特别的，有量纲系统对于“不对称性”素数（包含了加减乘除、并集、交集、属于、态射…等），以“公理”形式的组合，严格地说“不具备平衡交换机制”，不能适应交换，只有通过无量纲特有的“偶数性”机制和圆对数中心零点对称的“对称性”带动了全体素数的平衡与交换。没有具体元素干扰，无量纲圆对数自身自动以完整性的“偶数性”的对称与不对称的平衡交换自动证证“真伪”，具有第三方身份的权威性、公正性、零误差性优势，真正地成为公理化体系。

3.1.6、素数与无量纲圆对数关系

如：任意素数尾数{1,3,(5=0),7,9}选择“1-1 组合”，则为素数零点交换问题。“2-2 组合”，则有孪生素数零点交换问题。具体可见后面无量纲圆对数描述的“素数分布定理”，其内容是“素数不均匀分布，通过‘无穷公理’机制，带动素数移动，成为均匀的素数安排”，以不变的特征模“自然数尾数{5}”为圆对数中心零线（临界线）中心零点（临界点）的平衡与交换原理。

（1）、**中心零线（临界线）证明：**

独立的不对称性的周围素数与群组合-圆对数中心点（特征模）具有同步变化关系。其中二个/三个/多个独立的不对称性素数“组合”为数值特征模（正中反均值函数），包含“乘组合与加组合”的位值圆对数中心零线。

有:

特征模外部 $\zeta(S)^K$ 中性质属性线 K=(+1,±0,±1,-1)控制着黎曼函数外部的“收敛、转换、平衡、扩展”。确保中心零线的稳定性和可靠性。

黎曼函数(K=-1)表现为：

$$(1-\eta_C{}^2)^K=\{-1，0，+1\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S)}$$

或：$(1-\eta_C{}^2)^K=\{0，1/2，1\}^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S)}$

都对应不变特征模$\{D_0\}$=自然数尾数{5}为圆对数中心零点线的互逆平衡交换线。其中，坐标位置变化不影响圆对数中心零点的数值和位置。

（2）、**中心零点（临界点）证明证明：**独立的不对称性的周围素数与群组合-圆对数中心点（特征模）变化关系。这个圆对数点称平衡互逆对称性的“临界点”，表现为圆对数中心零线（临界线）上处处存在中心零点对称点$(1-\eta_C{}^2)^K=\{0\}^{(Kw=\pm1)(Z\pm S)}$。

特征模内部 $\zeta(S)^{Kw}$ 中性质属性点 Kw=(+1,±0,±1,-1)控制着黎曼函数内部素数之间的“收敛、转换、平衡、扩展”。确保中心零点的稳定性和可靠性。

也就是说，圆对数中心零点分别有外部与内部二种形式：

圆对数中心零线（临界线）对应特征模(外部)；

$$(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}=\{1\};$$

圆对数中心零点（临界点）对应特征模(内部)；

$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}=(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}=\{0\}$；

（3）、**交换规则**：不变原命题、不变特征模、不变同构圆对数形式，圆对数中心零点的平衡与交换带动了二个/三个/（n）个素数共轭互逆不对称性素数的平衡与交换。

（4）、基于圆对数中心零线（临界线）

$$(1-\eta_C^2)^K=\{0，2\}^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S)}$$

对应特征模带动了素数组成自然数，

其中：圆对数中心零点

$(1-\eta_C^2)^K=\{2\}^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S)}$对应偶数，

$(1-\eta_C^2)^K=\{1/2\}^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S)}$对应奇数。

也就是说，自然数的组合没有通过自然数本身的组合（加减乘除），

同理，皮亚诺公理“1+1=2”，是无量纲圆对数同因子条件下的平衡与交换，带动了素数的交换，不是通过自然数的“一个接一个序列”直接组合。由此，数学证明皮亚诺公理化“不完整性”。

如：根据黎曼函数的素数尾数定义{1，3，(5=0)，7，9}，以自然数尾数{5}为不变的中心零点线，圆对数纵向分布，每个纵向层次存在圆对数中心零线：

$$D_0=5：(1-\eta^2)^{(K=-1)(Kw=\pm0)}=1$$

对应纵向特征模{5}（特征模线）；

圆对数中心零点$(1-\eta_C^2)^{(K=-1)(Kw=\pm0)}=0$

对应横向特征模{5}（特征模点），即横向中心点二侧的四个素数尾数（含孪生素数）。

素数尾数{1，3，(5=0)，7，9}，有对称与不对称性分布二种形式：

（1）、对称性方式；以{5=0}为中心点的数值或对象分布空间位置对称

{1，3，(5=0)，7，9}，{0，0，(5=0)，0，0}，

{0，3，(5=0)，7，0}，{1，0，(5=0)，0，9}，

转换为对称圆对数中心零点描述：

{$(1-\eta_4)$，$(1-\eta_2)$，$(1-\eta_C)=0$ 对应{5}，$(1+\eta_2)$，$(1+\eta_4)$}，

{$(1-\eta_0)$，$(1-\eta_0)$，$(1-\eta_C)=0$ 对应{5}，$(1+\eta_0)$，$(1+\eta_0)$}，

{$(1-\eta_0)$，$(1-\eta_2)$，$(1-\eta_C)=0$ 对应{5}，$(1+\eta_2)$，$(1+\eta_0)$}，

{$(1-\eta_4)$，$(1-\eta_0)$，$(1-\eta_C)=0$ 对应{5}，$(1+\eta_0)$，$(1+\eta_4)$}，

转换为对称圆对数中心零线描述：

{$(1-\eta_4)$，$(1-\eta_2)$，$(1-\eta_C)=1$ 对应{5}，$(1+\eta_2)$，$(1+\eta_4)$}，

（2）、不对称性方式；数值或对象分布空间位置不对称。

{1，0，(5=0)，7，9}，{0，3，(5=0)，7，9}，

{1，3，(5=0)，7，0}，{1，3，(5=0)，0，9}，

{1，0，(5=0)，7，0}，{0，3，(5=0)，0，9}，

转换为不对称圆对数中心零点描述：

{$(1-\eta_4)$，$(1-\eta_0)$，$(1-\eta_C)=0$ 对应{5}，$(1+\eta_2)$，$(1+\eta_4)$}，

{$(1-\eta_0)$，$(1-\eta_2)$，$(1-\eta_C)=0$ 对应{5}，$(1+\eta_2)$，$(1+\eta_4)$}，

{$(1-\eta_4)$，$(1-\eta_2)$，$(1-\eta_C)=0$ 对应{5}，$(1+\eta_2)$，$(1+\eta_0)$}，

{$(1-\eta_4)$，$(1-\eta_2)$，$(1-\eta_C)=0$ 对应{5}，$(1+\eta_0)$，$(1+\eta_4)$}，

{$(1-\eta_4)$，$(1-\eta_0)$，$(1-\eta_C)=0$ 对应{5}，$(1+\eta_2)$，$(1+\eta_0)$}，

{$(1-\eta_0)$，$(1-\eta_2)$，$(1-\eta_C)=0$ 对应{5}，$(1+\eta_0)$，$(1+\eta_4)$}，

转换为对称圆对数中心零线描述：

{$(1-\eta_4)=1$，$(1-\eta_0)$，$(1-\eta_C)=1$ 对应{5}，$(1+\eta_2)=7$，$(1+\eta_0)$}，

{$(1-\eta_0)$，$(1-\eta_2)=3$，$(1-\eta_C)=1$ 对应{5}，$(1+\eta_0)$，$(1+\eta_4)=9$}，

这里，真正的素数通过筛选法留下来，不是的成为“空格”，称假素数，组成素数的不均匀分布。圆对数表示所在地（素数、可素数化的逻辑对象），不代表具体数值，中心零点{5}位置不变。这样，素数圆对数与完整性素数（指全体真正假素数）个数比较，成为素数圆对数密度：**$(1-\eta_{[x]})+(1-\eta_{[y]})=(1-\eta_q)$**，描述素数纵向横向的均匀分布，可以方便计算素数个数及具体位置所在地的素数数值。

基于$(1-\eta_q^2)^K$分别考虑素数密度的横向层次$(1-\eta_x^2)^K$与确定范围纵向素数$(1-\eta_y^2)^K$组成素数密度分布,称素数圆对数定理。如果需要知道“素数具体位置和数值”这个计算需要通过相关方程式解析。

✸定义 3.4 “偶数性”：“圆对数中心零点对应特征模”是指二/三个/多个不同的素数组合成为共享特征模，对称性分布的以{5}为圆对数不变的中心零点、中心零线，不对称性分布的素数圆对数通过圆对数密度调整成为对称性。具有对称性具有共轭互逆对称性的，产生随机与不随机的平衡与交换

目前，逻辑分析“离散型-对称性”是人为的假设，没有数学的严密性的证明其无量纲语言描述对称性的“偶数性”。不具有相同的圆对数因子的“偶数性”是不能平衡与交换的。也就是说本系统由于受到具体元素的干扰不能自证“真伪”。只有通过第三方无量纲的无穷构造集可以证明其“真伪”。那么圆对数本身是否可以自证“真伪”，因为圆对数本身是“无量纲”，包含了“完备性与相容性一体化”全部（无穷）定理，而无量纲自身在封闭性的不变的中心零线、中心零点和性质属性控制下的有序性，“无量纲自身”无法干扰“无量纲自身”。也就是说

特别强调：平衡交换是一个数学分析的整体，缺一不可。数值分析的对象平衡不能交换（态射），逻辑分析的对象可以交换（态射）不能平衡，只有在无量纲语言描述的圆对数，在相同因子条件下，无量纲‘无穷公理’机制，圆对数带动了元素-对象，进行随机与不随机的平衡与交换。一旦撤销圆对数，恢复原来数值、对象的不对称性，不能进行平衡与交换。

通俗地说，“不对称性素数被圆对数带动平衡交换，组成均匀的素数分布，转换为无量纲语言的组合，对应共轭平衡互逆对称性的圆对数中心零线（极限线）和平衡对称的零点（极限点），成为对称可交换的“偶数性”特征。

现在，哥德巴赫猜想证明的焦点问题是：圆对数如何对应素数的平衡交换？

3.2、哥德巴赫猜想的无量纲圆对数证明

哥德巴赫猜想：如果多个足够大的二/三个【Q=2，3】素数素数连乘(或连加)的组合：

$$\{X_A^{KS}，X_B^{KS}\}^{(K=+1)}或\{X_A^{KS}，X_B^{KS}，X_C^{KS}\}^{(K=+1)}\in\{X\}^{K(Z\pm S\pm[Q=3]\pm(q=0,1,2,3\ldots 素数个数))};$$

不重复组合与集合，组成：正幂(K=+1)素数函数及分解或组合的(K=+1)(外部)，(Kw=±1)（内部）。

哥德巴赫猜想采用正幂素数函数。

证

设：不同素数的“和”分别有“乘组合与加组合”，存在规则：

哥德巴赫猜想对应于黎曼函数为正幂函数 $\{X_{[AB]}{}^S\}^{K(S)}$，称正幂素数组合函数，性质属性：(K=+1)。

强哥德巴赫猜想的素数加组合：

$$\{X\}=[\{X_A\}+\{X_B\}]^{K(Z\pm S\pm[Q=2]\pm(q=0,1,2,\ldots 素数整数)};$$

强哥德巴赫猜想的素数乘

$$\{X\}=[\{X_A\}\cdot\{X_B\}]^{K(Z\pm S\pm[Q=2]\pm(q=0,1,2,\ldots 素数整数)};$$

弱哥德巴赫猜想的素数乘组合：

$$\{X\}=[\{X_A\}\cdot\{X_B\}\cdot\{Xc\}]^{K(Z\pm S\pm[Q=3]\pm(q=0,1,2,3\ldots 素数整数)};$$

弱哥德巴赫猜想的素数加组合：

$$\{X\}=[\{X_A\}+\{X_B\}+\{Xc\}]^{K(Z\pm S\pm[Q=3]\pm(q=0,1,2,3\ldots 素数整数)};$$

其中：(q=0,1,2,3…素数)组合形式，表示足够大素数系列组成的元素。最少的素数个数[Q=2]称“1+1=2”（偶数）与[Q=3]“1+2=3”（奇数）。

也就是说：“足够大的二个素数[Q=2]组合”和“足够大的三个素数[Q=3]组合”，

在素数的中心点解析度 2 下，分解为二个不对称性的子素数群，反之为组合，合并写成[Q=2,3]，

[规则 1]:

任意[Q=2,3]“足够大加组合素数”∈“算术平均值”。

二元数特征模（加组合）单元体：

$$\{D_0\}^{(1)}=(1/2)(X_A{}^S+X_B{}^S)^{(K=+1)};$$

三元数特征模（加组合）概率单元体：

$$\{D_0\}^{(1)}=(1/3)(X_A{}^S+X_B{}^S+X_C{}^S)^{(K=+1)};$$

三元数特征模（加组合）拓扑单元体：

$$\{D_0\}^{(2)}=(1/3)(X_A{}^SX_B{}^S+X_B{}^SX_C{}^S+X_C{}^SX_A{}^S)^{(K=+1)};$$

[规则 2]:

任意[Q=2,3]“足够大乘组合素数”∈“几何平均值”。

二元数特征模（乘组合）单元体：

$$\{^{(2)}\sqrt{D}\}^{(1)}={}^{(S)}\sqrt{(X_A\cdot X_B)^{(K=+1)(S)}};$$

三元数特征模（乘组合）单元体：

$$\{^{(3)}\sqrt{D}\}^{(1)}={}^{(S)}\sqrt{(X_A\cdot X_B\cdot X_B)^{(K=+1)(S)}};$$

[规则 3]:

任意[Q=2,3]足够大素数的“（乘组合/加组合或交集/并集）”∈“（几何平均值/算术平均值）等于“0 到 1”。

无量纲圆对数判别式：

$$\Delta=(\eta^2)^K=(1-\eta^2)^K=\{^{K(S)}\sqrt{D}/D_0\}^{K(Z\pm S\pm[Q=2,3]\pm(q=0,1,2,3\ldots 整数))}\le 1;$$

特别的，哥德巴赫猜想分别建立一元二次/三次方程：其边界函数{D}可以是“乘组合(交集)或加组合(并集)”组合形式的边界函数，以及圆对数中心零点{0,1}。

因此，无量纲圆对数处理的“乘组合或加组合或交集/并集”，对于其组合的形式（即数学模型）没有太大的区别。如果说有区别，那么“乘组合(交集)”以圆对数对应的幂函数因子的“算术计算”表现；“加组合(并集)”以圆对数对应的圆对数因子的“算术计算”表现。“圆对数因子”与“圆对数幂函数因子”具有同步性变化。

3.2.1、强哥德巴赫猜想[Q=2]

证明目的：强哥德巴赫猜想二个素数（加组合）成为偶数；（乘组合）幂函数为偶数的二元数$\{2\}^{K(Q=2)(S)}$的无量纲圆对数证明成立。

已知：边界函数$\{D\}=\{^{K(S)}\sqrt{D}\}^{K(Z\pm S\pm[Q=2]\pm(q=0,1,2,3\ldots 整数))}$，特征模（均值函数）$\{D_0\}^{(K=+1)(S=1)}=(1/2)(X_A{}^S+X_B{}^S)^{(K=+1)(S)}$。

根据这二个已知变量函数{D}和{D_0}，通过无量纲圆对数 $(1-\eta^2)^K$ 就可以进行分析或证明；

幂函数：K(Z±S±[Q=2,3]±(q=0,1,2,3…整数))表现为“无穷集（互逆对称性）的二/三元数生成元组共轭变值复分析”。

证：

采用二个素数相乘如何分解为二个不对称性素数。引入一个未知替代变量 $X=\{(X_A^S)\cdot(X_B^S)\}^{(K=+1)}$系列表示整体性变化，与平衡边界函数平衡，解除替代变量 $\{^{K(2S)}\sqrt{D}\}^{K(Z\pm S\pm[Q=2]\pm(q=0,1,2,3\ldots整数))}$，剩下了素数对应的圆对数中心零线与“周围独立素数”的关系，通过圆对数中心零点共轭互逆对称性的偶数特征，以圆对数的同因子交换，带动了素数数值的交换。$\{D_0^{(S)}\}$替代$\{D_0\}$。

特征模（乘组合）：

$$\{D_0^{(S)}\}^{(1)}=\{^{K(2S)}\sqrt{D}\}^{K(Z\pm 2S\pm[Q=2]\pm\pm(q=0,1,2,3\ldots整数))};$$

特征模（加组合）：

$$\{D_0^{(S)}\}^{(1)}=(1/2)(X_A^S+X_B^S)^{K(Z\pm 2S\pm[Q=2]\pm(q=0,1,2,3\ldots整数))};$$

圆对数判别式：

$$\Delta=(\eta^2)^K=\{^{K(2S)}\sqrt{D/D_0}\}^{K(Z\pm 2S\pm[Q=2]\pm(q=0,1,2,3\ldots整数))}\leq 1;$$

基于二个足够大的素数 $X^{(S)}_A$ 与 $X^{(S)}_B$ 在无量纲无穷公理’机制的圆对数中心零点带动下，不变原来的素数（命题），不变特征模，中心零点(1-ηC2)(K=±0)位置不，不变通过圆对数形式，无关其数学模型（指数值分析和逻辑分析），实现平衡与交换。此时，二个足够大素数通过圆对数实现“乘组合（交集）、加组合（并集）”。

也就是说：皮亚诺公理的“1+1=2”（二个素数组合）转换为无量纲圆对数，证明着无量纲圆对数的“偶数性”共轭平衡互逆对称性随机的‘无穷公理’“组合（乘组合、加组合）”的条件，与数学模型无关。

$$X^{(S)}_A\ \cdot\ X^{(S)}_B=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0^{(S)}\}^{[Q=2]};$$

乘组合形式：（幂函数相加为偶数）

$$(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0^{(S)}\}+(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0^{(S)}\}$$
$$=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\{D_0^{(S)}\}^{[Q=2]};$$

加组合形式：（圆对数因子相加为偶数）

$$X_A^S+X_B^S=(1-\eta^2)^K\{D_0^{(S)}\}+(1+\eta^2)^K\{D_0^{(S)}\}$$
$$=(1-\eta^2)^K\{D_0^{(S)}\}+(1+\eta^2)^K\{D_0^{(S)}\}$$
$$=(0,\ 2\eta^2)^K\{D_0\}^{[Q=1](S)};$$

平衡交换中，不变特征模$\{D_0\}$、不变无量纲圆对数$(1-\eta^2)^K$，仅仅通过性质属性改变实现组合。组成的$(0,2)^K$(包括圆对数的幂函数因：组合和圆对数因子的组合)分别有：

$\{(0)^K\}$对应特征模表示“零偶数、减平衡”；

$\{(2)^K\}$对应特征模表示“偶数、加平衡”；

平衡的交换与组合：

$$X^{(S)}_A\leftrightarrow[(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{[Q=-2](S)}\}]$$
$$\leftrightarrow[X^{(S)}_A=(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}\{D_0^{(S)}\}^{[Q=-2]}]$$
$$\leftrightarrow[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0^{(S)}\}^{[Q=-2]}]\leftrightarrow X^{(S)}_B;$$

乘组合：

$$X^{(S)}_A=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{[Q=1](S)};$$
$$X^{(S)}_B=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0\}^{[Q=1](S)};$$

圆对数幂函数组合：表现为圆对数不变，幂函数组合。

$$X^{(S)}_A\cdot X^{(S)}_B=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0\}^{[Q=1](S)}$$
$$+(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{[Q=1](S)}$$
$$=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\{D_0\}^{[Q=2](S)};$$

其中：这是圆对数幂函数的平衡后的组合，带动素数幂次的平衡组合，以幂函数组合{2}对应素数幂函数$\{D_0\}^{(Q=2)}$。表示素数连乘幂函数为偶数。

加组合：

$$X^{(S)}_A=(1-\eta^2)^K\{D_0\}^{[Q=1]};$$
$$X^{(S)}_B=(1+\eta^2)^K\{D_0\}^{[Q=1]};$$

二个素数加组合：表现为幂函数不变，圆对数因子组合。

$$X^{(S)}_A+X^{(S)}_B=(1-\eta^2)^K\{D_0\}^{[Q=1]}$$
$$+(1+\eta^2)^K\{D_0\}^{[Q=1]}=(2)^K\{D_0\}^{[Q=1]};$$

其中：这是圆对数因子的平衡交换组合，带动素数本身的平衡组合，以素数组合{2}对应素数$\{D_0\}^{(Q=1)}$。表示素数连加圆对数因子为偶数带动素数为偶数。

通过无量纲圆对数的“乘与加”证明，由于无量纲圆对数的平衡与组合，带动素数本身不变，其对应的幂函数组合成为偶数幂函数，或带动素数本身不变，其对应的圆对数因子组合为偶数，使得二个素数成为偶数。

这个证明没有应用“皮亚诺公理”，而是采用第三方无穷构造集特有的‘无穷公理’机制的圆对数中心零点随机与不随机的平衡组合与交换，客观上带动素数幂函数及素数的平衡组合。

也就是说，二个素数本身不变，通过无量纲圆对数‘无穷公理’的随机平衡组合（交换），客观上成为带动二个素数的组合。拓展成为“元素-对象”（特征模不变）成为无量纲圆对数的平衡交换组合过程。

3.2.2、无量纲圆对数与一元二次方程式

计算结果：

（1）、减组合、零组合、旋转,

$$\{X-(^{(2S)}\sqrt{D})\}^{K[Q=2]}$$

$$=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{(0)\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm[Q=2]\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})}$$;

（2）、加组合、偶组合、进动：

$$\{X+({}^{(2S)}\sqrt{D})\}^{K[Q=2]}$$
$$=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{(2)\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm[Q=2]\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})}$$;

（3）、转换组合与交换；

$$\{X\pm({}^{(2S)}\sqrt{D})\}^{K[Q=2]}$$
$$=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\{(0\leftrightarrow2)\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm[Q=2]\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})}$$;

其中：

（a）圆对数位值中心零点$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm1)}=0$ 对应$\{D_0\}^{[Q=2]}$不变特征模，表示素数组合的中心点与周围的二个素数同步变化。

（b）圆对数数值中心零点$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm1)}=0$ 对应$\{D_0\}^{[Q=2]}$不变特征模，解析素数组合的中心点与周围的二个素数的关系。

3.2.3、无量纲圆对数中心零线与中心零点“偶数性”

圆对数中心零线（临界线）对应特征模（外部）中心线与二个素数同步变化关系；

$$(1-\eta^2)^K=\{0,\pm1\}^{K(Z\pm S\pm[Q=2]\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})}$$;

对应（外部）特征模中心点与二个素数同步变化；

圆对数中心零点（临界点）对应特征模（内部）中心点与二个素数之间关系；

$$(1-\eta_C^2)^K=\{0\},$$

这里，$\{D_0\}^{[Q=2]}$特征模是处理素数组合内部的中心点与独立的素数关系，圆对数中心零点对应特征模中心点。

定义数值圆对数中心点$(\eta_\Delta^2)^K$ 与圆对数中心零点$(\eta_C^2)^K$ 对称性，

$$(\eta_C^2)^K=\sum(+\eta_\Delta^2)^K+\sum(-\eta_\Delta^2)^K=0,$$

获得二个素数对应相同的圆对数因子，

$$(X_A^S)=\sum(1-\eta_\Delta^2)^{K(Kw=+1)}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm[Q=2]}$$;
$$(X_B^S)=\sum(1-\eta_\Delta^2)^{K(Kw=-1)}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm[Q=2]}$$;

3.2.4、强哥德巴赫猜想证明结论

严格地说，二个足够大素数之和，是不能直接成为偶数，采用第三方无量纲体系特有的‘无穷公理’机制，不变特征模（素数组合平均值）与圆对数中心零点的共轭平衡互逆对称性，由无量纲圆对数“偶数性”客观上带动二个素数的平衡交换组合，二个素数“加组合”成为“偶数”，“乘组合”成为“偶幂次$\{2\}^{2n}$”的分析与运算。一旦撤销圆对数，恢复原来二个素数不对称性特征。

也就是说，强哥德巴赫猜想（1+1=2），是在二个素数及特征模本身不变，通过第三方‘无穷公理’机制的平衡交换组合，带动了素数平衡交换组合的客观因素。

3.3、三个素数成为奇数的三元数的圆对数证明

证明目的：弱哥德巴赫猜想三个素数（加组合）成为奇数；（乘组合）幂函数为奇数的三元数$\{2\}^{K(Q=3)(S)}$的无量纲圆对数证明成立。

3.3.1、三个素数采用无量纲圆对数证明

证：

三个足够大素数“乘组合”：

已知：$X=\{X_{[ABC]}{}^S\}^{(K=+1)}=\{(X_A^S)\cdot(X_B^S)\cdot(X_C^S)\}^{(K=+1)}$

素数乘组合单元体（乘特征模）：

$$\{{}^{K(S)}\sqrt{D}\}^{K(Z\pm S\pm[Q=3]\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数}))}。$$

三个足够大素数“加组合”：

已知：$X=\{X_{[ABC]}{}^S\}^{(K=+1)}=\{(X_A^S)+(X_B^S)+(X_C^S)\}^{(K=+1)}$

素数加组合单元体（加特征模）：

$$\{D^{(S)}\}^{K(Z\pm S\pm[Q=1]\pm(q=0,1,2,3))}=(1/3)\{(X_A^S)+(X_B^S)+(X_C^S)\}$$
$$\{D^{(S)}\}^{K(Z\pm S\pm[Q=2]\pm(q=0,1,2,3))}=(1/3)\{(X_A^SX_B^S)+(X_B^SX_B^S)+(X_C^SX_B^S)\}$$

要求证明：素数系列中任意$\{X_a^{(S)}+X_b^{(S)}+X_c^{(S)}\}$为奇数，

三个素数[Q=3]系列引入的函数变量，证明方法与二个素数组合方法相同。为简化计算工作量，

设：$\{D\}$替代$\{D^{(S)}\}$

$$\{D\}^{K(Z\pm S\pm[Q=1]\pm(q=0,1,2,3))}=(1/3)\{(X_A)+(X_B)+(X_C)\}$$
$$\{D\}^{K(Z\pm S\pm[Q=2]\pm(q=0,1,2,3))}=(1/3)\{(X_AX_B)+(X_BX_B)+(X_CX_B)\}$$

$$\Delta=(\eta^2)^K=\{{}^{(3)}\sqrt{D/D_0}\}^{K(Z\pm S\pm[Q=0,1,23]\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数}))}\le1;$$

基于三个足够大的素数 X_A、X_B、X_C 在无量纲无穷公理’机制的圆对数中心零点带动下，不变原来的素数（命题）$\{{}^{(3)}\sqrt{D}\}$，不变特征模$\{D_0\}$，不变圆对数中心零点$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}$位置，通过圆对数形式，以无关其数学模型（指数值分析和逻辑分析），实现平衡交换组合。

此时，三个足够大素数通过圆对数实现“乘组合（交集）、加组合（并集）”。也就是说：皮亚诺公理的“1+2=3”（三个素数组合）转换为无量纲圆对数证明着圆对数的“偶数性”共轭平衡互逆不对称、随机与不随机的‘无穷公理’的平衡交换组合机制，其组合（乘组合、加组合）”与数学模型无关。

$$X_A\cdot X_B\cdot X_C=(1-\eta^2)^K\{D_0\}^{[Q=3]};$$

圆对数偶数性的中心零点对称性：

乘组合圆对数幂函数对称性平衡：

$$\mathbf{(1-\eta^2)^{(K=\pm 0)}=(1-\eta_A{}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{BC}{}^2)^{(K=+1)};}$$

加组合圆对数因子对称性平衡：

$$\mathbf{(\eta^2)^{(K=\pm 0)}=(-\eta_A{}^2)^{(K=-1)}+(+\eta_{BC}{}^2)^{(K=+1)}}$$
$$\mathbf{=(+\eta_A{}^2)^{(K=+1)}+(+\eta_B{}^2)^{(K=+1)}+(+\eta_C{}^2)^{(K=+1)};}$$

其中：$(-\eta_A{}^2)^{(K=-1)}=(+\eta_A{}^2)^{(K=+1)}$；

圆对数的平衡交换组合中，不变特征模{$\mathbf{D_0}$}、不变无量纲圆对数$(1-\eta^2)^K$，仅仅通过性质属性改变实现组合。组成“偶数性”的$(0，2)^K$(包括圆对数的幂函数组合和圆对数因子的“偶数性”组合分别有：

$\{(0)^K\}$对应特征模$\{D_0\}^{[Q=3]}$表示“零偶数、减平衡”；

$\{(2)^K\}$对应特征模$\{D_0\}^{[Q=3]}$表示“加偶数、加平衡”；

圆对数的平衡的交换与组合：

$$\mathbf{X_{ABC}{}^{(K=-1)}\leftrightarrow[(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{[Q=1]}]}$$
$$\mathbf{\leftrightarrow[X_A=(1-\eta^2)^{(K=\pm 0)}\{D_0\}^{[Q=1]}\}]}$$
$$\mathbf{\leftrightarrow[X_{ABC}=(1-\eta^2)^{(K=\pm 0)}\{D_0\}^{[Q=3]}\}]}$$
$$\mathbf{\leftrightarrow[X_{BC}{}^{(K=+1)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\ D_0\}^{[Q=-2]}\}]}$$
$$\mathbf{\leftrightarrow X_{ABC}{}^{(K=+1)};}$$

乘组合：（幂函数相加为奇数性）

$$\mathbf{(1-\eta_A{}^2)^{(K=-1)}\{D_0{}^{[Q=-1]}\}+(1-\eta_{BC}{}^2)^{(K=+1)}\ \{D_0{}^{[Q=-2]}\}}$$
$$\mathbf{=(1-\eta_A{}^2)^{(K=-1)[Q=-1]}+(1-\eta_B{}^2)^{(K=+1)[Q=-1]}+(1-\eta_C{}^2)^{(K=+1)[Q=-1]}}$$
$$\mathbf{=(1-\eta^2)^{(K=\pm 1)}\ \{D_0\}^{[Q=(1+2)=3]};}$$

其中：不变三个素数原命题，不变特征模，无量纲圆对数在“偶数性”的‘无穷公理’机制的随机平衡交换组合的无量纲圆对数带动素数的三个幂函数为奇幂。

加组合：（圆对数因子相加为偶数）

$$\mathbf{X_A+X_B+X_C=(-\eta_A{}^2)^K\{D_0{}^{(1)}\}+(+\eta_{BC}{}^2)^K\ \{D_0{}^{(2)}\}}$$
$$\mathbf{=[(\eta_A{}^2)^K+(\eta_B{}^2)^K+(\eta_C{}^2)^K]\{D_0{}^{(1)}\}}$$
$$\mathbf{=[(1+2)\eta^2]^K\{D_0\}^{[Q=1]}}$$
$$\mathbf{=[(3)\eta^2]^K\{D_0\}^{[Q=1]};}$$

其中：不变三个素数原命题，不变特征模，无量纲圆对数在“偶数性”的‘无穷公理’机制的随机平衡交换组合的无量纲圆对数奇幂，带动三个素数为奇幂。

特别的，这是圆对数因子的平衡后的组合，客观上带动素数本身的平衡组合，即一个素数组合对应素数$(\eta_A{}^2)^K\{D_0\}^{(Q=1)}$。二个素数组合对应素数$(\eta_{BC}{}^2)^K\{D_0\}^{(Q=2),}$分别表示素数连加圆对数因子为奇数（奇幂函数）带动素数为奇数（奇幂函数）。

通过无量纲圆对数的“乘与加”证明，由于无量纲圆对数的平衡与组合，带动素数本身不变，其对应的幂函数组合成为偶数性的奇幂，带动素数本身不变，奇幂对应的圆对数因子组合为奇数，使得三个素数成为奇数。

这个证明没有应用“皮亚诺公理”，而是采用第三方无穷构造集特有的‘无穷公理’机制的圆对数中心零点随机与不随机的平衡组合与交换，客观上带动素数幂函数及素数的平衡组合。

也就是说，三个素数本身不变，通过无量纲圆对数‘无穷公理’的随机平衡组合（或交换），客观上成为带动三个素数的组合。拓展成为“元素-对象”（特征模不变）成为无量纲圆对数的平衡交换组合过程。

这里，无量纲圆对数$(1-\eta^2)^K$中心零点的“偶数性”，表现为“偶数性”中心零点左右二侧的对称性，对应的圆对数幂函数或圆对数因子分布的不对称性，与“对象-元素”的分布的不对称性性同布变化。

3.3.2、四个素数尾数的圆对数的中心零线与中心零点的对称性。

根据黎曼ζ函数为素数分布定义素数尾数为{1，3，(5=0)，7，9}，以自然数尾数{5}为不变的中心零点线，每个横向层次存在圆对数中心零点：

$D_0=5$：

表示圆对数中心零点（临界点）$(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)(Kw=\pm 0)}=0$ 对应特征模{5}；

$(1-\eta^2)^{(K=-1)(Kw=\pm 0)}=0$ 对应{5}周围四个素数尾数，有$\{2\}^4=16$ 种组合方式；孪生素数 7 种分布方式。

{0，0，(5=0)，0，0}，{0，0，(5=0)，7，9}，
{0，0，(5=0)，7，0}，{0，0，(5=0)，0，9}，
{0，3，(5=0)，0，0}，{0，3，(5=0)，7，9}，
{0，3，(5=0)，7，0}，{0，3，(5=0)，0，9}，
{1，0，(5=0)，0，0}，{1，0，(5=0)，7，9}，
{1，0，(5=0)，7，0}，{1，0，(5=0)，0，9}，
{1，3，(5=0)，0，0}，{1，3，(5=0)，7，9}，
{1，3，(5=0)，7，0}，{1，3，(5=0)，0，9}，

其中：相邻的二个素数组合成为“孪生素数”。其中四个素数不同的 16 种组合方式，属于孪生素数为 4 个。

通过一元三次方程转换圆对数中，获得“一个素数与二个素数”之间关系，这里二个素数成为孪生素数的个数和位置。这里可以通过无量纲圆对数解决孪生素数猜想。

三素数$(X_A，X_B，X_C)$在解析度 2 条件下，有二种分布形式：

其一："偶数性"对称性分布：数值中心点与一个素数如(X_B)重合；则(X_A 与 X_C)具有对称性不能直接平衡交换组合的圆对数，这就是传统的一元三次分析的"卡尔丹公式"，适应$\{2\}^{2n}$范围，应用于计算机上成为几何级数为$\{2\}^{2n}$的量子比特。

二个素数连乘，产生奇合数。即中国陈景润的"1+2"为足够大偶数问题，还不是要求的"奇数"问题。离"1+1=2"还有距离。前面的强哥德巴赫猜想有通过无量纲圆对数'无穷公理'的随机平衡交换组合机制，证明解决。

其二："偶数性"不对称性分布，数值中心点在一个素(X_A)与(X_A 与 X_C)之间具有三素数的不对称性，同样不能直接平衡交换组合的圆对数，这就是传统一元三次分析没有的"不对称公式"，解决了它们之间的平衡交换组合，适应$\{3\}^{2n}$范围，应用于计算机上成为几何级数为$\{3\}^{2n}$的量子比特。

但是，三个素数通过圆对数处理，使得"(X_A)与(X_B,X_C)"成为圆对数中心零点（临界线），以及"(X_a)与(X_b,X_c)"成为圆对数中心零点（临界点），具有偶数性相同的对称性圆对数因子，实现'无穷公理'随机与不随机的平衡交换组合。

这里，

（1）、圆对数中心零线对应特征模（外部）$\{D_0\}^{K[Q=3]}$。圆对数中心零点对应特征模（内部）$\{D_0\}^{KW[Q=3]}$。

（外部）偶数性的对称性：

$(1-\eta^2)^K=\{0$（零对称）$,\pm2$（加对称）$\}^K$；

对应（外部）特征模中心线中心零线（临界线）与（内部）特征模$\{D_0\}^{Kw[Q=3]}$表示三个素数与特征模中心点同步变化关系。

（2）、圆对数中心零点对应特征模（内部）中心点

（临界点）即"偶数性"的三个素数之间对称性关系；

（内部）偶数性的对称性：

$(1-\eta^2)^K=\{0$（零对称）$,\pm2$（加对称）$\}^K$；

乘组合"偶数性的"对称性：

$$(1-\eta_C^2)\{D_0\}^{K[Q=3]}$$
$$=(1-\eta_A^2)\{D_0\}^{(K=-1)[Q=1]}+(1-\eta_{BC}^2)\{D_0\}^{(K=-1)[Q=2]}$$
$$=(1-\eta_A^2)\{D_0\}^{(K=+1)[Q=1]}+(1-\eta_B^2)\{D_0\}^{(K=-1)[Q=1]}$$
$$+(1-\eta_C^2)\{D_0\}^{(K=-1)[Q=1]}=(1-\eta_{ABC}^2)\{D_0\}^{(K=\pm0)[Q=3]},$$

加组合"偶数性"的对称性：

$$(\eta_C^2)\{D_0\}^{K[Q=3]}$$
$$=(+\eta_A^2)\{D_0\}^{(K=+1)[Q=1]}+(+\eta_{BC}^2)\{D_0\}^{(K=+1)[Q=2]}$$
$$=(+\eta_A^2)\{D_0\}^{(K=+1)[Q=1]}+(+\eta_B^2)\{D_0\}^{(K=+1)[Q=1]}$$
$$+(+\eta_C^2)\{D_0\}^{(K=-1)[Q=1]}=\{(3)\eta_{ABC}^2\}\{D_0\}^{(K=\pm1)[Q=3]},$$

反映特征模（临界线）上的（临界点）特征模（内部）中心点与三个素数"偶数性"的对称关系，

圆对数数值中心点$(\eta_\Delta^2)^K$与圆对数位值中心零点$(\eta_C^2)^K$对称性，表现为"一个素数与二个素数乘积之和（1+2）"具有"偶数性"的对称性，转换为圆对数描述：

获得：

(1)、三个素数的圆对数因子平衡：

$$(+\eta_{ABC}^2)^{(K=1)}\{D_0\}^{(K=+1)[Q=1]}$$
$$=[(+\eta_A^2)^{(K=+1)}+(+\eta_{BC}^2)^{(K=+1)}]\cdot\{D_0\}^{(K=1)[Q=1]}$$
$$=\{(3)\eta_A^2\}^{(K=+1)}\{D_0\}^{(K=+1)[Q=1]}$$

(2)、三个素数的圆对数因子平衡：

$$(1-\eta_A^2)^{(K=1)}\{D_0\}^{(K=+1)[Q=1]}$$
$$+[(1-\eta_B^2)^{(K=+1)}\cdot\{D_0\}^{(K=1)[Q=1]}$$
$$+(1-\eta_C^2)^{(K=+1)}\cdot\{D_0\}^{(K=1)[Q=1]}]$$
$$=\{1-\eta_{ABC}^2\}^{(K=+1)}\{D_0\}^{(K=+1)[Q=3]};$$

无量纲'无穷公理'满足三个圆对数之间的平衡交换组合，带动了三个素数的平衡交换组合或奇数或奇幂函数。

获得：三个素数个体解析

$$(X_a)=(1-\eta_a^2)^{(Kw=+1)}\cdot\{D_0\}^{Kw[Q=3]},$$
$$(X_b)=(1-\eta_b^2)^{(Kw=-1)}\cdot\{D_0\}^{Kw[Q=3]},$$
$$(X_c)=(1-\eta_c^2)^{(Kw=-1)}\cdot\{D_0\}^{Kw[Q=3]};$$

其中：三素数平均值不变，圆对数形式不变，'无穷公理'机制的"偶数性"为三个圆对数（1+2）的平衡与组合带动了三素数之和为（1+2=3）的"奇数"或"奇幂函数"。

3.3.3、三个素数的圆对数的三维复分析：

三维复分析属于空白领域，由于"元素-对象"不能直接乘组合与加组合。这里进行三维复分析仍然依靠无量纲构造特有的'无穷公理'偶数性平衡交换组合机制，随机与不随机带动三个素数复分析。

引入三维复分析符号：三维空间直角坐标 **jik**=｛0，±1｝；(坐标中心点：0，坐标边界：±1)，组成三维八象限空间：

轴线投影：**j**=｛0，±1｝,**i**=｛0，±1｝,**k**=｛0，±1｝；

平面投影：**ik**=｛0，±1｝**j**, **kj**=｛0，±1｝**i**, Ji=｛0，±1｝k,称三维哈密顿-汪一平四元数转换规则。同理，这个转

换规则同样要依靠无量纲构造‘无穷公理’随机与不随机的平衡交换组合机制。

字母排列按照左手法则，大拇指向上，四指捲曲，顺时针方向为“+”，反之为“-”。

（1），三素数系列分布

在已经解析了三个根元素，直接解析复分析的安排。

$$\mathbf{j}(X_A)+\mathbf{i}\,(X_B)+\mathbf{k}(X_C);$$

$$\mathbf{ik}[(X_B)\cdot(X_C)]+\mathbf{kj}(X_B)\cdot(X_A)]+\mathbf{Ji}(X_C);$$

其中：三素数系列平面投影法线方向与轴线平行方向相反。形成共轭互逆对称性的圆对数“偶数”特征平衡交换组合带动三个素数的复分析。

其中：平面投影法线方向与轴线平行方向相反。形成共轭互逆对称性的圆对数“偶数”特征的可交换性。

（2），满足互逆性平衡组合规则：

三个素数成为奇数的共轭平衡对称性交换规则：不变原命题、不变特征模（三个素数的乘或加平均值）、不变同构圆对数形式，仅仅变动共享性质属性，进行正中反转换的奇数：

圆对数中心零点平衡组合规则：

$$(\mathbf{X_{abc}})=[(1-\eta_{\Delta a}{}^2)^{K(Kw=+1)}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm[Q=1]}]$$
$$\leftrightarrow[(1-\eta_{\Delta abc}{}^2)^{K(Kw=\pm 0)}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm[Q=3]}]$$
$$\leftrightarrow[(1-\eta_{\Delta bc}{}^2)^{K(Kw=-1)}]\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm[Q=2]}$$
$$=(\mathbf{D_{abc}});$$

这里，采用无量纲圆对数‘无穷公理’机制组合：不应用皮亚诺公理，满足平衡交换组合。由此无量纲圆对数规则成为新的数学基础。

[数字例 1]:

(裴波那契数列)，分别以 a,b,c 代表

已知：**D=120**；$\{D_0\}=(3+5+8)/3=\mathbf{5.33}$，

判别式：

$$\Delta=(\eta_{\Delta abc}{}^2)^{K(Kw=-1)}=(3+5)/8=1,$$

$$(1-\eta_C{}^2)^{K(Kw=\pm 0)}=120/151.42=0.792;$$

无量纲圆对数数值因子验证裴波那契数列对称性：

$$(1-\eta_C{}^2)^{K(Kw=\pm 0)}=[(-2.33)+(-0.33)+(+2.67)]/\{D_0\}=0;$$

三元数在圆对数带动下数值的解析与组合

$$(1-\eta_{\Delta a}{}^2)^{K(Kw=+1)}=(5.33+2.67)/\{D_0\}=8;$$
$$(1-\eta_{\Delta b}{}^2)^{K(Kw=+1)}=(5.33-2.33)/\{D_0\}=3$$
$$(1-\eta_{\Delta bc}{}^2)^{K(Kw=+1)}=(5.33-0.34)/\{D_0\}=5;$$
$$(1-\eta_C{}^2)^{K(Kw=\pm 0)}\cdot\{D_0\}^{(3)}=0.7920\cdot 5.33^{(3)}=120;$$

其中：无量纲圆对数平衡交换组合带动了数值(8)与(3，5)的交换组合，组成的“加组合”(8=3+5)”成立；

特别的，裴波那契数列：“前面二个数字(a，b)之和等于后面的数字(c)”，后面的数字分别出现“奇数和偶数”

“偶数性”对称性表现为：幂函数为“0”；

$$\Delta=(\eta_C{}^2)^{K(Kw=\pm 0)}=abc/[(1/3)(a+b+c)]^{(3)}=abc/\{D_0\}^{(3)},$$

特征模$\{D_0\}$作为计算规律：

（1）、$\{D_0\}$（三个数字平均值）是整数，通过‘无穷公理’圆对数直接带动进行整数分析对称性。

（2）、$\{D_0\}$（三个数字平均值）是非整数,**D** 分别有：

$$[\{D_0\}+0.33]\text{对应}[(-2.33)+(-0.33)+(+2.67)]=0,$$
$$[\{D_0\}+0.66]\text{对应}\ [(+3.33)+(-0.66)+(-2.66)]=0$$

进行整数分析对称性的计算规律。

[数字例 2]:

已知：　$\mathbf{D}=(11\cdot 7\cdot 5=385)$，

$\{\mathbf{D_0}\}=(1/3)(11+7+5)=7.66$，

$\{D_0\}^{(3)}=7^{(3)}=449$

判别式：$\Delta=(\eta_C{}^2)^{K(Kw=\pm 0)}=385/449=0.8575$；

无量纲圆对数数值因子对称性：

$$[(+3.33)+(-0.66)+(-2.66)]/\{D_0\}=0;$$
$$(1-\eta_{\Delta a}{}^2)^{K(Kw=+1)}=(7.66+3.33)/\{D_0\}=11;$$
$$(1-\eta_{\Delta bc}{}^2)^{K(Kw=-1)}=(1-\eta_{\Delta b}{}^2)^{K(Kw=-1)}+(1-\eta_{\Delta c}{}^2)^{K(Kw=-1)}$$
$$=(7.66-0.66)/\{D_0\}+(7.66-2.66)/\{D_0\}=(7\cdot 5)/\{D_0\}^{(2)};$$

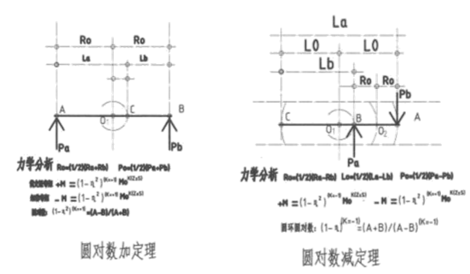
验证圆对数平衡性：

$$[(1-\eta_{\Delta a}{}^2)^{(K=+1)}]\leftrightarrow[(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm 0)}]\leftrightarrow[(1-\eta_{\Delta bc}{}^2)^{(K=-1)}];$$
$$[(1-\eta_{\Delta abc}{}^2)^{(Kw=+1)}]\leftrightarrow[(1-\eta_C{}^2)^{(Kw=\pm 0)}]\leftrightarrow[(1-\eta_{\Delta abc}{}^2)^{(Kw=-1)}];$$

无量纲圆对数的“偶数性”（共轭平衡互逆对称性）带动了(11)与(7，5)交换组成“乘组合=385”成立

验证：　$385=(1-\eta_{\Delta abc}{}^2)^K\cdot 7.66^{(3)}=0.8575\cdot(449)$;

上述证明数值分析中，无量纲圆对数平衡交换与组合：原命题不变，特征模不变，圆对数对称性不变，以无量纲‘无穷公理’机制的圆对数性质属性的正中反转换，带动了三个素数的奇数平衡与交换组合，组成的“乘组合或加组合”成立，成为新的数学计算规则。



（图 3.1）圆对数偶数性对称与不对称的圆对数平衡交换机制

3.4、（强/弱）哥德巴赫猜想证明结论

强哥德巴赫猜想的足够大的二个素数系列“X_A 与 X_B，二个素数“X_a 与 X_b 之间存在不对称性，不能直接交换，通过第三方构造集‘无穷公理’机制的无量纲圆对数，在相同“相同的特征模、相同圆对数因子，相同中心零点”，组成圆对数的“偶数性”平衡交换组合，带动了二个/三个素数的乘组合与加组合。以无量纲圆对数补充证明了皮亚诺公理“1+1=2”“1+2=3”的数学基础。

严格地说，二个/三个足够大素数之和，是不能直接成为偶数或奇数，涉及（不证自明）皮亚诺公理化的应用是否有牢固的数学基础问题。采用第三方无量纲体系证明特征模（素数组合平均值）与无量纲圆对数中心零点的共轭平衡互逆对称性，采用由无量纲圆对数“偶数性”带动了素数之间“组合”的对称与不对称关系的平衡交换，整个“组合”或二维/三维复分析的条件下，分别成为“偶数组合和奇数组合”的共轭平衡互逆对称性，有偶幂次组成的“$\{2\}^{2n}$、$\{3\}^{2n}$”的分析与运算。一旦撤销圆对数，恢复原来偶数、奇数组合的素数不对称性。

反映了数学“元素-对象”的本性始终不变，在无量纲构造集‘无穷公理’机制的证明具有公正性、可靠性、可行性和数学演绎的零误差性。

其中：圆对数加组合具有对称性分布的进动，称“偶平衡”，减组合具有不对称性分布的旋转，称零平衡。

这样一来，哥德巴赫猜想的二个/三个素数通过共轭互逆对称性圆对数展开，满足圆对数“加（减）与乘（除）的结合律、结合律、交换律”，实现无量纲圆对数的偶数性‘无穷公理’对称与不对称的平衡交换组合。

特别的，奇数的三个素数（包含偶数的二个素数）不对称性分布，如奇数不对称的$\{(x_1x_2)\neq(x_3)\}$与完整性“偶数性”的对称无量纲圆对数如$\{(\eta_1+\eta_2)=\eta_3)\}$的对称性平衡交换组合。

基于无量纲‘无穷公理’圆对数带动了二个/三个可以推广到任意自然数、实数、 有理数、无理数、任意可数字化以及素数平衡与交换条件下，才能进行“组合”。体现了中国古数学《道德经》与汉数学家杨雄《太玄经》的“道生一，一生二，二生三，三生万物”中，三比二更基本。

这里，采用无量纲圆对数构造破解了哥德巴赫猜想“1+1=2 和 1+2=3”，更重要的是明确了完整性“偶数性”对称与不对称的平衡交换机制，解决了目前任意函数转换组合的困难。“无量纲圆对数的“偶数性”‘无穷公理’对称与不对称的平衡转换机制”，填补了三元数不对称性复分析的空白，开拓了无量纲圆对数分析的新历史时代。

特别的，强调这个无量纲的“加组合与乘组合”成立的前提是“平衡”，没有“平衡”就没有后面的交换组合。传统数学的各种“乘除、交集并集等”运算符号，这里统一为圆对数幂函数或圆对数因子的二种“加与减”运算符号。这个无量纲构造特有的“平衡”，迄今为止，还没有看到其它形式的平衡为前提的运算（平衡交换组合）。

现实世界普适性存在对称与不对称，数学-哲学分析将从“$\{2\}^{2n}$”分析系统进步到“$\{3\}^{2n}$ 分析系统”。意味着无量纲圆对数构造成为最抽象、最深刻、最基本的“圆对数空间”。

宇宙世界在无量纲圆对数“偶数性”的对称与不对称的平衡交换机制带动下，实现随机与不随机的平衡与交换。也就是说，无量纲圆对数带动了宇宙世界的平衡交换。

4、黎曼 ζ 函数（零点）猜想与圆对数证明

4.1、黎曼 ζ 函数（零点）猜想的背景

黎曼函数（Riemann function）是一个特殊函数，由德国数学家黎曼发现提出，黎曼函数定义在[0,1]上，其基本定义是：$R(x)=1/q$，当 $x=p/q$ (p, q 都属于正整数，p/q 为既约真分数)；$R(x)=0$，当 $x=0$，1 和(0,1)内的无理数。黎曼函数在高等数学中被广泛应用，在很多情况下可以作为反例来验证某些函数方面的待证命题。函数可积性的勒贝格判据指出，一个有界函数是黎曼可积的，当且仅当它的所有不连续点组成的集合测度为 0。黎曼函数的不连续点集合即为有理数集，是可数的。

19 世纪数论中的一个重要发展是由狄利克莱开创的解析方法和解析成果的导入，而黎曼开创了用复数解析函数研究数论问题的先例，取得跨世纪的成果。

1859 年，黎曼发表了《在给定大小之下的素数个数》的论文。这是一篇不到十页的内容极其深到的论文，他将素数的分布的问题归结为函数的问题，称为黎曼函数。

根据约翰·德比西尔《素数之恋》P134 的定义传统黎曼 ζ 函数，称“金钥匙”：

$$\sum(1/x^S)=\prod[1/(1-(1/p^S)];$$

黎曼证明了函数的一些重要性质，并简要地断言了其它的性质而未予证明。黎曼函数的函数图象应该是一系列松散的点，而非连续曲线，这是因为它一方面处处

极限为 0；另一方面在任意的小区间中，都包含着无数个值不为 0 的点。通常来说，黎曼函数的图像是由它在函数值最大的有限个有理点的值组成的散点图来逼近的。

在黎曼死后的一百多年中，世界上许多最优秀的数学家尽了最大的努力想证明他的这些断言，并在作出这些努力的过程中为分析创立了新的内容丰富的新分支。如今，除了他的一个断言外，其余都按黎曼所期望的那样得到了解决。

那个未解决的问题现称为"黎曼猜想"，即：在带形区域中的一切零点都位于去这条线上(希尔伯特 23 个问题中的第 8 个问题)，这个问题迄今没有人证明。

对于某些其它的域，布尔巴基学派的成员已证明相应的黎曼猜想。数论中很多问题的解决有赖于这个猜想的解决。黎曼的这一工作既是对解析数论理论的贡献，也极大地丰富了复变函数论的内容。

特别的，黎曼函数的$\sum(1/x^S)$，赋予性质属性，可以写为$\sum(1/x^S)^{(K=+1)}$表达式，存在不稳定性收敛的矛盾，产生中心点不稳定性的缺陷。

如果写成：$\sum(x^{(K=-1)S})^{(K=-1)}$, (K=+1,0,-1),黎曼函数具有函数与性质属性一致性，"性质属性(K=+1)"收敛性黎曼函数（椭圆），"性质属性(K=-1)"发散性黎曼函数（双曲圆），"性质属性(K=±1)正反向函数转换（抛物线圆）。称改进的包括性质属性控制的"广义黎曼 ζ 函数"。广义黎曼 ζ 函数通过无量纲圆对数分析，很容易克服上述缺陷和取得稳定性的中心零点。这个圆对数思路还可以成功解决其它有关黎曼函数（如哥德巴赫猜想(Kw=+1)、朗道-西格尔零点猜想(Kw=-1)）等零点猜想。

4.2、黎曼 ζ 函数与无量纲圆对数的转换

定义广义黎曼 ζ 函数为改进了的黎曼函数，此时，黎曼函数在幂函数加上了性质属性，控制着黎曼函数的收敛性和中心零点稳定性。前面"哥德巴赫猜想"已经有二/三素数系列与个体素数组合证明。但是，强调的是"正幂函数的组合"（K=+1），而黎曼零点猜想则是强调"负幂函数的组合"（K=-1）。虽然方法都是采用无量纲圆对数分析证明，还是有所区别，最后的证明"黎曼函数与正幂函数具有共轭互逆不对称性"。无量纲圆对数统一了它们的分析方法。

传统黎曼 ζ 函数$(a_1^{(-S)}+a_2^{(-S)}+\ldots+a_S^{(-S)})^{(K=+1)}$"称倒数之和"。原幂函数(K=+1)写成(K=-1)负幂函数：$(a_1^{(-S)}+a_2^{(-S)}+\ldots+a_S^{(-S)})^{(K=-1)}$"称倒数之和再倒数"。称广义黎曼 ζ 函数负幂函数，不失一般性，不影响传统黎曼 ζ 函数一般性。

广义黎曼 ζ 函数与传统黎曼 ζ 函数具有同步性。也就是说，广义黎曼 ζ 函数零点猜想与传统黎曼函数零点猜想一致。

同理："金钥匙"写成：

$$\prod[(1-(1/p^S)]^{(K=-1)}=\sum(1/n^S)^{(K=-1)};$$

为方便证明，广义黎曼 ζ 函数和黎曼 ζ 函数，统一称"黎曼 ζ 函数"，此黎曼函数非彼传统黎曼函数。

4.2.1、黎曼函数转换为无量纲圆对数

广义黎曼函数-黎曼函数表达式：

$$\zeta(x)^{(K=\pm S)}=\{X\}^{(K=\pm1)[Z\pm S\pm(q=1))}+\{X\}^{(K=\pm1)[Z\pm S\pm(q=2))}+\cdots+\{X\}^{(K=\pm1)[Z\pm S\pm(q=S))};$$

其中：$\{X\}^{(K=\pm1)(Z\pm S\pm q)}$的幂函数分别表示性质属性(K=±1)，无穷中任意有限元素的集合(Z±S)，元素组合形式(±q)，幂函数可以根据分析的对象增加或减少元素，也可以简写（简写前要有完整的对象描述）。

这里，黎曼函数为广义黎曼函数的负幂函数（K=-1）不失黎曼函数一般性。以下同，（略）。

定义黎曼函数与特征模（均值函数）：

$$\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm(q)/t}$$
$$=\sum_{(Z\pm S)}[\prod_{\{q=S-0\}}[((n-1)!/(n-0)!]^K(a_1a_2\cdots a_S^K)]^{K(Z\pm S\pm(q=n)/t}$$
$$=\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm(q=0)/t}+\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm(q=1)/t}+\cdots+\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm(q\le S))/t};$$

$$\{X_0^{(P)}\}^K$$
$$=\sum_{\{q=S-(P-1)\}}[((P-1)!/(S-0)!]^K\prod_{\{q=S-P\}}(a_1a_2\cdots a_S^K)+\cdots]^{K(Z\pm S\pm(q=P))/t};$$

其中：组合系数(A=1)多项式第一项"0-0 乘组合"全体元素乘组合单元体，组合系数 A=1，

$$\{X\}^{K(S)}=\prod_{\{q=S\}}[^{K(S)}\sqrt{(a_1a_2\cdots a_S^K)}]^{K(Z\pm S\pm q=0)/t};$$

组合系数(1/S)多项式第二项"1-1 组合"全体元素加组合单元体，称概率组合，

$$\{X_0^{(1)}\}^K$$
$$=\sum_{\{q=S-1\}}[(1/S)^K\sum_{\{q=S-1\}}(a_1+a_2+\cdots+a_S^K)]^{K(Z\pm S\pm q=1)/t};$$

组合系数(1/S(S-1))多项式第三项"2-2 组合"二元素乘组合的加组合单元体，称拓扑组合，

$$\{X_0^{(2)}\}^K$$
$$=\sum_{\{q=S-2\}}[(2/(S-1)(S-1))^K\prod_{\{q=S-q=2\}}(a_1a^K)+\cdots]^{K(Z\pm S\pm q=2)/t}+\ldots;$$

组合系数((P-1)!/(S-1)!)K 表示多项式第 P 项"P-P 组合"的加组合单元体，称 P 拓扑组合。

黎曼函数与无量纲圆对数关系，

$$(1-\eta^2)^K=[\zeta\{X\}/\{X_0\}]^{K(Z\pm S\pm q=0,1,2,3,\ldots\text{整数})/t}=\{0,1\};$$

4.2.2【预证明 1】黎曼函数转换为无量纲圆对数

$$\zeta\{X\}=\zeta(X)^{(K=\pm S)}$$
$$=\{X\}^{(K=\pm1)[Z\pm S\pm(q=0))}+\{X\}^{(K=\pm1)[Z\pm S\pm(q=12))}+\cdots$$

$+\{X\}^{(K=\pm1)[Z\pm S\pm(q=S))}$

$=ζ\{X\}/\{X_0\}·\{X_0\}^{(K=\pm1)[Z\pm S\pm(q=0))}$

$+ζ\{X\}/\{X_0\}·\{X_0\}^{(K=\pm1)[Z\pm S\pm(q=1))}+\cdots$

$+ζ\{X\}/\{X_0\}·\{X_0\}^{(K=\pm1)[Z\pm S\pm(q=S))}$

$=(1-η^2)^K\{X_0\}]^{K(Z\pm S\pm(q=0))}+(1-η^2)^K\{X_0\}]^{K(Z\pm S\pm(q=1))}+\cdots$

$+(1-η^2)^K\{X_0\}]^{K(Z\pm S\pm(q=S))}$

$ζ\{X\}=(1-η^2)^{K}·\{X_0\}]^{K(Z\pm S\pm q=0,1,2,3,\ldots S\text{ 整数})}$；

其中：圆对数具有同构一致的计算时间已经有圆对数证明成立。

黎曼ζ函数互逆性：根据互逆性定理获得黎曼ζ函数互逆性：（笔者已经有互逆性证明）

$ζ\{X\}^K=ζ\{X\}^{(K=+1)(Z\pm S\pm q)/t}·ζ\{X\}^{(K=-1)(Z\pm S\pm q)/t}=1$；

黎曼ζ函数对应的无量纲圆对数互逆性：

根据互逆性定理获得无量纲与黎曼函数互逆性：

$ζ\{X\}^K=[(1-η^2)^Kζ\{X_0\}]^{(K=+1)(Z\pm S\pm q)/t}$

$+[(1-η^2)^Kζ\{X_0\}]^{(K=-1)(Z\pm S\pm q)/t}$；

无量纲圆对数组合：

$(1-η^2)^K=(1-η^2)^{(K=+1)}+(1-η^2)^{(K=\pm1)}+(1-η^2)^{(K=-1)}=\{0,2\}$；

$(1-η^2)^{(K=\pm1)}=(1-η^2)^{(K=+1)}+(1-η^2)^{(K=-1)}=\{0,1\}$；

无量纲圆对数中心零点（外部）对称性特征：中心零线（临界线）（外部）对称性表示特征模中心点与周围元素同步变化的平衡与交换关系：

$(1-η_C{}^2)^{(K=\pm1)}=(1-η^2)^{(K=+1)}+(1-η^2)^{(K=-1)}=\{0\}$；

其中：无量纲圆对数中心零线（特征模外部的临界线）对称性(K=±0)表示黎曼函数外部完备性跳跃过渡方式。

无量纲圆对数中心零点（特征模内部的临界点）对称性特征：中心零点（临界点）（内部）对称性表示特征模中心点与周围元素测度（位置）的平衡与交换关系：

无量纲圆对数(内部)组合：

$(1-η^2)^{Kw}=(1-η^2)^{(Kw=+1)}+(1-η^2)^{(Kw=\pm1)}+(1-η^2)^{(Kw=-1)}=\{0,2\}$；

$(1-η_C{}^2)^{(Kw=\pm1)}=(1-η^2)^{(Kw=+1)}+(1-η^2)^{(Kw=-1)}=\{0\}$；

其中：

(1)、无量纲圆对数中心零线（特征模(外部)的临界线）对称性(K=±0)表示黎曼函数外部完备性跳跃过渡方式。

(2)、无量纲圆对数中心零点（特征模(内部)的临界点）对称性(K=±0)表示黎曼函数内部连续性跳跃过渡方式。

当：(K=+1)，黎曼ζ函数与圆对数是收敛的级数：称黎曼函数对应的正幂均值函数，几何空间对应抛物线：

(K=-1)，黎曼ζ函数与圆对数是发散的级数：称黎曼函数对应的负幂均值函数几何空间对应双曲线：

(K=±0)，黎曼ζ函数与圆对数是中性（转换）的级数：称黎曼函数对应的零幂均值函数几何空间对应椭圆线：

特别的，黎曼函数在解析度2条件下，对于黎曼函数(K=+1)正幂函数；(K=-1)负幂函数（黎曼函数）、中性黎曼函数(K=±0)，获得的数值中心点（极限）不对称性分布。

同理，其数值分析的对象不能交换，逻辑分析对象不能计算，基于不能“平衡交换组合”，不能体现对称性的“偶数性”。只有引入无量纲‘无穷公理’获得相同圆对数因子，才能属于“平衡交换组合”。

传统黎曼函数 $ζ\{X^{-S}\}$零点猜想破解的困难被卡在这个“性质属性”不一致性里，以及找不到“偶数性”应该有的“对称与不对称”转换功能。采用第三种构造集的无量纲鉴定才发现这个问题。

只有黎曼ζ函数性质属性统一，以及‘无穷公理’机制的“移动素数均匀分布”，才有中心零线（临界线）和中心零点（临界点）的稳定性和可靠性。

4.3、证明黎曼ζ函数与圆对数中心零点

证明目的：（通过无量纲带动素数移动，成为均匀分布），确保黎曼函数存在稳定性的圆对数中心零点线和圆对数中心零点。

现实的素数数值的中心点二测产生不对称性数值，不对称性数值不能交换，只有通过转换为无量纲圆对数的（特征模外部）中心零线（临界线）和圆对数（特征模内部）中心零点（临界点）的偶数性对称性成为素数的平衡交换组合条件。同时，这个无量纲第三个构造集不受到具体元素的干扰，使得中心零点具有可靠性和稳定性。

广义黎曼ζ函数与黎曼ζ函数的零点猜想：统一称黎曼ζ函数。分别提取“数值特征模$(X_0{}^S)$”和位值圆对数$(1-η^2)^K$及共享的幂函数与性质属性K，通过无量纲圆对数无量纲“偶数性”以及‘无穷公理’平衡交换组合机制，那么就有圆对数中心零点对称性，控制着黎曼函数零点的猜想的存在性、稳定性、可靠性，获得收敛性的平衡交换组合。通过性质属性(K=±0)(Kw=±0)控制黎曼函数转换为特征模（外部、内部）的圆对数中心零点对称性，进行随机与不随机的正中负向平衡转换组合。

4.3.1、【预证明2】：证明圆对数中心零点存在性

根据公式(4.1.4)描述了黎曼函数与圆对数的紧密关系，或者说圆对数带动了黎曼函数展开。

交换规则：不变原函数命题、不变特征模、不变同构圆对数形式，在偶数性的对称因子条件下，通过性质属性的正向/中性/反向的转换，正函数命题转换为逆函数命题，实现平衡与交换。

特征模外部的圆对数对称性（临界线）

$$\zeta\{X\}=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow[(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}$$

$$\leftrightarrow[(1-\eta^2)^{(K=+1)}]\cdot\zeta\{X_0\}^{(K=+1)(Z\pm S\pm q=0,1,2,3,\ldots\text{整数})};$$

特征模内部圆对数的对称性（临界点）

$$\zeta\{X\}=[(1-\eta_\Delta^2)^{(Kw=+1)}\leftrightarrow[(1-\eta_C^2)^{(Kw=\pm0)}$$

$$\leftrightarrow[(1-\eta_\Delta^2)^{(Kw=+1)}]\cdot\zeta\{X_0\}^{(K=+1)(Z\pm S\pm q=0,1,2,3,\ldots\text{整数})};$$

其中：幂函数的 $^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\ldots\text{整数})}$的(q=0,1,2,3,…整数)表示各个子项的集合。

圆对数中心零线（临界线）$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}$与圆对数中心零点（临界点）重合$(1-\eta_C^2)^{(Kw=\pm0)}$，都是对应不变特征模。但是，素数数值中心点不等于圆对数中心零点。

也就是说，通过幂函数的紧致性，必须有圆对数中心零线(临界)线上处处都有圆对数中心零点(临界点)。幂函数表示了黎曼函数各个子项、元素、层次、组合，具有紧致性的平衡交换组合。

交换规则证明了黎曼函数零点猜想的存在性和可靠性，才能进行黎曼函数零点猜想有意义的的证明。

设想，如果黎曼函数中心点不存在、不稳定，证明的黎曼函数中心点同样是不稳定的，整个证明没有意义的或不完整性。这一条适应国内外数学学者所有的以黎曼函数为对象的分析与证明。

黎曼函数通过中心零点存在性：

$$\{X\}^{K(Z\pm S\pm[Q]\pm(q))/t}=(1-\eta^2)^K\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm(q)/t}$$

表现了圆对数带动了黎曼函数各个层次、元素、数值对象的平衡与交换。具有黎曼函数的存在性。

现在证明零点怎样产生？

设：黎曼ζ函数是多个足够大的素数连乘，分别有边

界函数$\{X^S\}$和数值特征模$\{X_0^S\}$；根据这二个变量函数就

可以提取位值圆对数$(1-\eta^2)^K$进行分析。

边界条件：

$\{X^S\}=\{X_1^{KS},X_2^{KS},\cdots,X_q^{KS}\}^{(K=-1)}\in\{X\}^{K(Z\pm S\pm(q)/t}$；

特征模：

$\{X_0^S\}=\{X_{01}^{KS},X_{02}^{KS},\cdots,X_{0q}^{KS}\}^{(K=-1)}\in\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm(q)/t}$；

根据约翰·德比西尔《素数之恋》P134 的定义，传统黎曼ζ函数，“金钥匙的成果，

$$\prod[(1-(1/p^S)]^{(K=-1)}=\sum(1/n^S)^{(K=-1)}$$

很容易转换为圆对数：

$$\prod(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm(q=P))}=\sum(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm(q=P))}。$$

基于圆对数具有同构性，上述写成：

$$\prod(1-\eta^2)^K=\sum(1-\eta^2)^K。$$

基于乘组合与加组合不同调、不协调的世纪性数学矛盾。

黎曼ζ函数圆对数能够很好的成立。

建立圆对数联立方程为黎曼函数的圆对数中心零点线（临界线）方程：

$$\prod(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^K\bullet(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm(q=P))}=\{0，1\}；$$

$$\sum(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^K+(1-\eta^2)^K=\{0，1\}；$$

获得：黎曼ζ函数零点猜想通过圆对数中心零点存在性。

$(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^{(K=-1)(Kw=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}=\{0,\pm1\}$；

或：$(1\pm\eta^2)^K=(1-\eta^2)^{(K=-1)(Kw=+1)}+(1+\eta^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}=\{0,\pm1\}$；

或：$(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^{(K=-1)(Kw=+1)}+(1+\eta^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}=\{0,(1/2),1\}$；

其中：(K=-1)(Kw=+1)为黎曼函数内部的正向收敛性；

(K=-1)(Kw=-1)为黎曼函数内部的反向收敛性；

{0,±1}与{0,(1/2),1}区别仅为坐标移动，不影响圆对数具体位值。

但是，黎曼ζ函数每一个素数层次的函数在解析度 2 条件下，分解为二个互逆性不对称性函数：它们根据素数定理，以特征模（自然数尾数{5}）为圆对数中心零点稳定性展开，基于黎曼函数各个子项的形式紧致性，同构圆对数的计算时间一致性，确保黎曼函数各个层次对应的中心零点稳定性和存在性。

4.3.2、【预证明 3】圆对数中心零点的同构一致性计算时间

黎曼ζ函数每一个素数函数在解析度 2 条件下，分解为二个互逆性不对称性数值函数，不能体现“偶数性”的对称与不对称转换关系，因此数字数值或逻辑对象不能交换。

在范畴论有假设的“离散型-对称性”的态射，严格地说是不能成立的。能够推广到一阶性的概率，那是个“运气与巧合”。但是，到了“拓扑”算法更不严谨，不能平衡，同样也不能平衡交换组合。

黎曼函数分析，在解析度 2 下，各个子项分解二个互逆性不对称性的子函数，“元素-对象”不能直接平衡交换组合。

$\zeta(S)^{(K=\pm1)}=(X_A^S)^{(K=-1)}+(X_B^S)^{(K=+1)})$；　　$(X_A^S)^{(K=-1)}\neq(X_B^S)^{(K=+1)}$；

或： $\zeta(S)^{(Kw=\pm1)}=(X_A{}^S)^{(Kw=-1)}+(X_B{}^S)^{(Kw=+1)}$； $(X_A{}^S)^{(Kw=-1)}\neq(X_B{}^S)^{(Kw=+1)}$；

同样，黎曼ζ函数每一个素数函数在解析度 3 条件下，分解为三个互逆性不对称性数值函数，“元素-对象”也不能直接交换。

$\zeta(S)^{(K=\pm1)}=(X_A{}^S)^{(K=+1)}+(X_B{}^S)^{(K=-1)}+(X_C{}^S)^{(K=-1)}$； $(X_A{}^S)^{(K=-1)}\neq(X_B{}^S\cdot X_C{}^S)^{(K=+1)}$；

或： $\zeta(S)^{(Kw=\pm1)}=(X_A{}^S)^{(Kw=-1)}+(X_B{}^S)^{(Kw=+1)}+(X_C{}^S)^{(Kw=-1)}$； $(X_A{}^S)^{(Kw=-1)}\neq(X_B)\cdot X_C{}^S)^{(Kw=+1)}$；

其中：二元论特征模：

$(X_0{}^S)^K=(1/2)^K[(X_A{}^S)^K+(X_B{}^S)^K]^K$；

三元论特征模：

$\mathbf{(X_0{}^S)^{K(1)}=(1/3)^K[(X_A{}^S)^K+(X_B{}^S)^K+(Xc^S)^K]^K}$；

$\mathbf{(X_0{}^S)^{K(2)}=(1/3)^K[(X_A{}^S\cdot X_B{}^S)^K+(X_B{}^S\cdot Xc^S)^K+(Xc^S\cdot X_A{}^S)^K]^K}$；

圆对数可以把黎曼ζ函数二元论/三元论不对称性数值，转换为位值圆对数和圆对数中心零点对称性，则同圆对数因子互逆对称的偶数性具有平衡交换组合。

同构圆对数：

$\zeta(S)^K=(1-\eta^2)^K(X_0{}^S)^{(K=\pm1)(Z\pm S\pm q)/t}$；

“零组合与偶组合”互逆性，

$(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm0,\pm1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}=\{0,2\}$；

“加组合与乘组合”互逆性，

$(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm0,\pm1)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}=\{0,1\}$；

其中： $\zeta(S)^K$ 中性质属性 K=(+1,±0,±1,-1)控制着黎曼函数的“收敛、转换、平衡、扩展”。确保中心零点的稳定性和可靠性。

圆对数中心零点分别有外部与内部二种形式：

圆对数中心零线（临界线）对称性；

$(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}=\{1\}$对应特征模(外部)；

圆对数中心零点（临界点）对称性；

$(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm0)}=(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}=\{0\}$对应特征模(内部)；

4.3.3、黎曼函数与“偶数性”平衡交换组合机制”

无量纲特有的“偶数性”对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换组合机制”，通过无量纲圆对数中心零线（临界线）与中心零点（临界点）带动“元素-对象”的平衡交换组合，没有中心零点，就没有完备性和相容性一体化特征。

通过无量纲圆对数表达。

（1）、二元数偶数对称性元素，如二元数{a，b}系列（乘组合、加组合）元素数值不对称性，有：

特征模：$\{D_0{}^{(1)}\}=(1/2)(a+b)$;

圆对数中心零线(临界线)乘与加结合律：

$$\mathbf{A+B=(1-\eta^2)^K\{D_0{}^{(1)}\}}$$
$$\mathbf{=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}]\{D_0{}^{(1)}\}}$$
$$\mathbf{=(0,2)\cdot\{D_0{}^{(1)}\}};$$
$$\mathbf{A\cdot B=(1-\eta^2)^K\{D_0{}^{(2)}\}}$$
$$\mathbf{=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}]\{D_0{}^{(2)}\}}$$
$$\mathbf{=(0,2)\cdot\{D_0{}^{(2)}\}};$$

圆对数中心零点(临界点)乘与加结合律：

$$\mathbf{a+b=(1-\eta_C{}^2)^K\{D_0{}^{(1)}\}}$$
$$\mathbf{=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm0)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}]\{D_0{}^{(1)}\}}$$
$$\mathbf{=(0,1)\cdot\{D_0{}^{(1)}\}};$$
$$\mathbf{a\cdot b=(1-\eta^2)^K\{D_0{}^{(2)}\}}$$
$$\mathbf{=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm0)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}]\{D_0{}^{(2)}\}}$$
$$\mathbf{=(0,1)\cdot\{D_0{}^{(2)}\}};$$

其中：(0,2)表示偶数性，(0)偶数性零平衡，(2)偶数性加（乘）平衡，(0.1)圆对数偶数性平衡交换组合的条件，

圆对数中心零点对称性：

$\mathbf{(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm1,\pm0)}=(1-\eta^2)^{(K=-1)}+(1-\eta^2)^{(K=+1)}}$；

$\mathbf{(1-\eta_C{}^2)^{(Kw=\pm1,\pm0)}=(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}+(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}}$；

平衡交换组合条件必须有“偶数性”相同圆对数：

$$\mathbf{A=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0{}^{(1)}\}};$$
$$\mathbf{B=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0{}^{(1)}\}};$$
$$\mathbf{a=(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}\{D_0{}^{(1)}\}};$$
$$\mathbf{b=(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}\{D_0{}^{(1)}\}};$$

无量纲“偶数性”不对称性元素平衡交换机制：

$$\mathbf{a=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0{}^{(1)}\}}$$
$$\mathbf{\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm1,\pm0)}\{D_0{}^{(1)}\}}$$
$$\mathbf{\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0{}^{(1)}\}]=b};$$

这样：二个不对称性素数通过无量纲圆对数正中反的转换，被带动了平衡交换组合。

（2）、三元数偶数不对称性分布，如三元数{a，b，c}系列的组合有：

特征模（外部）：$\{D_0{}^{(1)}\}=(1/3)(A+B+C)$

$\{D_0{}^{(2)}\}=(1/3)(AB+BC+CA)$

特征模（内部）：$\{D_0{}^{(1)}\}=(1/3)(a+b+c)$

$\{D_0{}^{(2)}\}=(1/3)(ab+bc+ca)$

圆对数中心零线对称性：

$(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}=(1-\eta_B{}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)}$；

圆对数中心零点对称性：

$(1-\eta_a^2)^{(Kw=+1)}=(1-\eta_b^2)^{(Kw=-1)}+(1-\eta_c^2)^{(Kw=-1)}$;

“偶数性”有相同圆对数才能平衡交换组合。

$$A=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0^{(1)}\};$$
$$B=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0^{(1)}\};$$
$$C=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0^{(1)}\};$$
$$a=(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}\{D_0^{(1)}\};$$
$$b=(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}\{D_0^{(1)}\};$$
$$c=(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}\{D_0^{(1)}\};$$

无量纲“偶数性”不对称性元素平衡交换机制：

$$A=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0^{(1)}\}$$
$$\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm1,\pm0)}\{D_0^{(3)}\}$$
$$\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0^{(2)}\}]=BC;$$

其中：

$$B=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0^{(1)}\}$$
$$\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm1,\pm0)}\{D_0^{(2)}\}$$
$$\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0^{(1)}\}]=C$$
$$a=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0^{(1)}\}$$
$$\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm1,\pm0)}\{D_0^{(3)}\}$$
$$\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0^{(2)}\}]=bc;$$

其中：

$$b=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0^{(1)}\}$$
$$\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm1,\pm0)}\{D_0^{(2)}\}$$
$$\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0^{(1)}\}]=c$$

这样：三个不对称性素数通过无量纲圆对数正中反的转换，被带动了平衡交换组合。

中心零点加结合律:(特征：圆对数位值因子相加)

$$A+B+C=(1-\eta_C^2)^K\{D_0^{(1)}\}$$
$$=[(1-\eta_A^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{ABC}^2)^{(K=\pm1)}+(1-\eta_{BC}^2)^{(K=-1)}]$$
$$\bullet\{D_0^{(1)}\}=(0,3)\{D_0^{(1)}\};$$
$$a+b+c=(1-\eta_C^2)^K\{D_0^{(1)}\}$$
$$=[(1-\eta_a^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{abc}^2)^{(K=\pm1)}+(1-\eta_{bc}^2)^{(K=-1)}]$$
$$\bullet\{D_0^{(1)}\}=(0,3)\{D_0^{(1)}\};$$

中心零线乘结合律:(特征：圆对数幂函数因子相加)

$$A\bullet B\bullet C=(1-\eta^2)^K\{D_0^{(3)}\}$$
$$=(1-\eta_A^2)^{(K=+1)}\bullet\{D_0^{(1)}\}+(1-\eta_{BC}^2)^{(K=-1)}\bullet\{D_0^{(2)}\}$$
$$=(1-\eta_{ABC}^2)^{(K=\pm1)}\bullet\{D_0^{(1+2=3)}\};$$
$$a\bullet b\bullet c=(1-\eta^2)^K\{D_0^{(3)}\}$$
$$=(1-\eta_a^2)^{(Kw=+1)}\bullet\{D_0^{(1)}\}+(1-\eta_{bc}^2)^{(Kw=-1)}\bullet\{D_0^{(2)}\}$$
$$=(1-\eta_{abc}^2)^{(Kw=\pm1)}\bullet\{D_0^{(1+2=3)}\};$$

其中： $\{D_0^{(3)}\}=\{D_0^{(1+2=3)}\}$；

当：黎曼函数具有三种性质属性，反映为

$$A\bullet B\bullet C=(1-\eta^2)^{(K=+1,0,-1)(Kw=+1,0,-1)}\{D_0^{(3)}\};$$
$$a\bullet b\bullet c=(1-\eta^2)^{(K=+1,0,-1)(Kw=+1,0,-1)}\{D_0^{(3)}\};$$

体现了圆对数（外部）与中心零线（内部）中心零点一致性，以及同构、同态、同调、同伦，确保中心零点的稳定性、可靠性、可行性，进行零误差的分析。

这样，三个不对称性元素{A+B+C}与**{A·B·C},{a+b+c}与{a·b·c}或对象{aUbUc}与{a∩b∩c}**通过无量纲‘无穷公理’偶数性机制，通过圆对数中心零点正中反的转换，带动了三个素数平衡交换组合。

推广：任意高幂对于“偶数性”概念包含了二元论（对称分布）系列或三元论（不对称分布）系列，以及任意高幂系列，对应的无穷圆对数构造集，以特有的‘无穷公理’机制，都具有紧致性和计算时间同构一致（圆对数已经有“同构定理”证明），在圆对数中心零点对称性的同因子带动下，元素完成平衡交换组合。一旦撤销圆对数，元素恢复原来的不对称性，不能平衡交换组合。

这里，无量纲不仅证明了希尔伯特数论公理系统（平衡、组合），同时也证明逻辑集合论公理系统（态射、交换、映射、集合），只有通过无量纲圆对数的“偶数对称与不对称平衡交换机制”带动下才能成立。

同时也补充证明了传统数学（指哥德尔不完备性定理的“元素-对象”）的原因所在。

这样一来，圆对数中心零点带动“元素-对象”可以叠加成无限长“糖葫芦串”（临界线），或者无限宽“糖圆饼”（临界点）。

结论：任意具有可成为实数集或自然数集的包含哲学，具有无量纲构造的“偶数对称与不对称的平衡交换”独有的条件下，在无量纲圆对数中心零线、点（临界线、临界点），带动了数值、元数、函数、群组合。表明了公理必需通过第三方构造证明。无量纲构造证明了公理的存在性和正确性、可靠性，成为新的数学构造基础。

4.3.4、证明黎曼函数中心零点零点及功能

黎曼ζ函数外部性质属性：K=(K=+1，±0，±1，-1)，表示正幂、零(转换)幂、平衡幂、负幂。对应特征模，代表着一个特定的共同体成员所共有的特征、信仰、价值、技术等构成的整体。表示黎曼函数外部之间的中心点与周围独立素数的同步变化，称为“圆对数中心零线（临界线）。

黎曼ζ函数内部性质属性：Kw=(Kw=+1，±0，±1，-1)，表示正向、零(转换)向、平衡向、负向。对应特征模指谓着哪个整体的一种元素，即具体的谜题的解

答。表示黎曼函数内部中心点与周围独立素数的（位置）关系，称为"圆对数中心零点（临界点）。如果周围独立素数还有动态变化关系，则属于下一个层次的变化，方法同前，实现多层次的统一分析。

基 于黎曼函数性质属性为(K=-1),那么黎曼函数外部、内部都有互逆对称性(K=-1)(Kw=±1，±0)，

写成：(K=-1)(Kw=+1)、(K=-1)(Kw=-1)、(K=-1)。其中(Kw=±0)形式表示黎曼函数（外部）的（临界线）中心零线和黎曼函数内部（临界点）中心零点。满足黎曼零点猜想的"（圆对数中心零线）临界线的对称性"和"（圆对数中心零点）临界点上的对称点"。

（1）、圆对数中心零线偶数性：(黎曼函数外部的平衡对称线)

$$(1-\eta_C{}^{2})^{(K=0)}=\sum(1-\eta_A{}^{2})^{(K=□)}+\sum(1-\eta_B{}^{2})^{(K=□)}+\sum(1-\eta_C{}^{2})^{(K=□)}=\{0,1\};$$

（2）、圆对数中心零点偶数性：(黎曼函数内部的平衡对称线,称非平凡零点，在圆对数中心零线上，处处存在)：

$$(\eta_C{}^{2})^{(Kw=0)}=\sum(+\eta_A{}^{2})^{(Kw=+1)}+\sum(-\eta_B{}^{2})^{(Kw=-1)}+(1-\eta_C{}^{2})^{(Kw=0)}=\{0\};$$

其中：**$(1-\eta^2)$**表示圆对数位值因子（类同几何中心，适应算术平均值、加组合）对应加特征模(正中反均值函数)$\{\mathbf{D}_{00}\}$。

$(\pm\eta_\Delta{}^2)$表示圆对数数值因子（类同质量重力中心，适应几何平均值、乘组合）对应乘特征模(正中反均值函数)$\{\mathbf{D}_0\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm N\pm q)/t}$。

$\{\mathbf{D}_{00}\}$与$\{\mathbf{D}_0\}$关系为**$(\pm\eta^2)\approx 2(\pm\eta_\Delta)$**：表示二者关系无量纲位值因子与无量纲数值因子不一定重合。

其中：性质属性 K；无穷中任意有限(Z±S)；维次(Q=0,1,2,3)；微积分阶(±N=0,1,2)；元素组合形式(q=0，1，2，3，……整数)；一维时间序列(/t)。

4.3.5、证明黎曼函数零点与圆对数中心零点稳定性

（1）、定义黎曼ζ函数外部圆对数中心零线(临界线)，对应不变的特征模：

$$(1-\eta_C{}^{2})^{(K=\pm1)}=\{0，1\};$$

对应特征模（外部）函数与周围独立素数同步变化关系。

（2）、定义黎曼ζ函数内部圆对数中心零点（临界点），对应不变特征模：

$$(1-\eta_C{}^{2})^{(Kw=\pm1)}=\{0\};$$

对应特征模（内部）中心点与周围独立素数位置的测度平衡关系。

其中：圆对数中心零线（临界线）包含了全部圆对数中心零点（临界点，非平凡零点），实现共轭平衡互逆对称性的平衡与交换。

【证】

无量纲圆对数除"实数集与自然数集的比较"，另外一个解释：是黎曼函数"几何平均值与算术平均值"进行单元体比较，成为无量纲圆对数展开：

设：素数（乘组合）组合的黎曼函数平均值展开：

$$\begin{aligned}\{X^{(n)}\}^{K}&=\{{}^{(n)}\sqrt{X}\}^{K(n)}\\&=\{{}^{n}\sqrt{X^{n}}\}^{K(0)}+(1/n)^{K}\{{}^{n}\sqrt{X^{n}}\}^{K(1)}\\&+(2!/(n-0)(n-1))^{K}\{{}^{n}\sqrt{X^{n}}\}^{K(2)}\\&+(3!/(n-0)(n-1)(n-2))^{K}\{{}^{n}\sqrt{X^{n}}\}^{K(3)}+\cdots\\&+(P-1)!/(n-0)!)^{K}X^{K(P)}X^{K(P)}+(R_n)(\text{余项})\\&=X_0{}^{K(0)}+X_0{}^{K(1)}+X_0{}^{K(2)}+X_0X^{K(3)}+\cdots+(R_n)(\text{余项});\end{aligned}$$

素数（加组合）组合的黎曼函数平均值展开：

$$\begin{aligned}\{D^{n}\}^{K}&=D^{K(0)}\\&+(1/n)^{K}D^{K(1)}+(2!/(n-0)(n-1))^{K}D^{K(2)}\\&+(3!/(n-0)(n-1)(n-2))^{K}D^{K(3)}+\cdots\\&+(P-1)!/(n-0)!)^{K}D^{K(P)}+\cdots+(D_n)(\text{余项})\\&=D_0{}^{K(0)}+D_0{}^{K(1)}+D_0{}^{K(2)}+D_0{}^{K(3)}+\cdots+(D_n)(\text{余项});\end{aligned}$$

其中： 组合系数(1)多项式第一项"全体元素乘组合"组合系数（A=1），幂次为零，数值=1。依序：第二项$(B=(1/n)^K)$，$(C=(2!/(n-0)(n-1))^K)$，…,$(P-1)!/(n-0)!)^K$满足正则化系数对称性分布要求，称"偶数性"。

"偶数性"表示中心线、中心点左右二侧存在对称与不对称性分布。

黎曼函数（乘组合）/（加组合）转换为无量纲圆对数，产生二种状态：

（1）、黎曼函数特征模（外部）以圆对数中心零线"临界线"跳跃性过渡的完备性。

$$\begin{aligned}(1-\eta^{2})^{K}&=1+[\{{}^{n}\sqrt{X^{n}}\}/D_0]^{K(1)}+[\{{}^{n}\sqrt{X^{n}}\}/D_0]^{K(2)}+\ldots\\&+[\{{}^{n}\sqrt{X^{n}}\}/D_0]^{K(P)}+\cdots+[(R_n)/(D_{0n})]^{K(n)}\\&=(1-\eta^{2})^{K}+(1-\eta^{2})^{K(1)}+(1-\eta^{2})^{K(2)}+\cdots\\&+(1-\eta^{2})^{K(P)}+\cdots+(1-\eta^{2})^{K(n)}(\text{余项});\end{aligned}$$

这里，(余项)统一转换为圆对数，确保黎曼函数整数性展开。同时确保圆对数中心零点对称性的稳定性。

$$(1-\eta^{2})^{K}=(1-\eta^{2})^{(K=+1)}+(1-\eta^{2})^{(K=\pm1)}+(1-\eta^{2})^{(K=-1)}=\{0，2\};$$

$$(1-\eta^{2})^{K}=(1-\eta^{2})^{(K=+1)}+(1-\eta^{2})^{(K=\pm0)}+(1-\eta^{2})^{(K=-1)}=\{0，1\};$$

其中：(R_n)(余项)/(D_n)(余项),仍然成为无穷集"一一对应"

确定性的圆对数无穷构造集展开的部分。并且满足无量纲‘无穷公理’平衡交换组合机制。

（2）、黎曼函数特征模（内部）以圆对数中心零点“临界点”的连续性过渡的相容性。

$$(1-\eta^2)^{Kw}=1+[\{{}^n\sqrt{X^n}\}/D_0]^{Kw(1)}+[\{{}^n\sqrt{X^n}\}/D_0]^{Kw(2)}+\dots$$
$$+[\{{}^n\sqrt{X^n}\}/D_0]^{Kw(P)}+\cdots+[(R_n)/(D_{0n})]^{Kw(n)}$$
$$=(1-\eta^2)^{K}+(1-\eta^2)^{Kw(1)}+(1-\eta^2)^{Kw(2)}+\cdots$$
$$+(1-\eta^2)^{K(P)}+\cdots+(1-\eta^2)^{Kw(n)}(\text{余项});$$

这里，(余项)统一转换为圆对数，确保黎曼函数整数性展开。同时确保圆对数中心零点对称性的稳定性。

$$(1-\eta^2)^{Kw}=(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta^2)^{(Kw=\pm1)}+(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}=\{0，2\};$$
$$(1-\eta^2)^{Kw}=(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta^2)^{(Kw=\pm0)}+(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}=\{0，1\};$$

其中：(R_n)(余项)/(D_n)(余项),仍然成为无穷集“一一对应”确定性的圆对数无穷构造集展开的部分。并且满足无量纲‘无穷公理’平衡交换组合机制。其中：(R_n)(余项)/(D_n)(余项),仍然成为“一一对应”确定性的圆对数无穷构造集展开的部分。

黎曼ζ函数转换为数值特征模和无量纲圆对数的无穷展开，满足“整数性”（无穷圆对数构造集，消除了余项，具有整数性、零误差的单元体子集）；“偶数性”（每个子集具有对称与不对称性、随机与不随机的平衡交换组合机制）；“同构性”（每个子集具有圆对数形式一致性的计算时间）的构造集。确保无穷圆对数构造集的中心零点（零线）二侧的对称性、稳定性、紧致性。

特别的，黎曼函数以素数尾数的四个素数{1,3,7,9}对应具有自然数尾数{5}通过‘无穷公理’机制移动素数(把素数不对称分布很难组成稳定性中心零线)，转换为无量纲圆对数的中心零线（临界线）和无量纲中心零点（临界点）以对应{5=0}为中心的左右为“(5±1),(5±2)”对应稳定性中心零线、中心零点，对应不变的最大数值（特征模），确保圆对数中心零点圆对数中心零点的稳定性、零误差性。

4.3.6、黎曼函数中心零点交换规则：

平衡交换规则：命题不变，特征模不变、同构圆对数不变，同构圆对数中心零线、中心零点不变性，表示了中心零线、中心零点在{+1,0，-1}范围的稳定性（没有具体元素的干扰，防止模式塌坍和模式混淆，起着重要作用）。以性质属性的正向、中性、反向的平衡交换，由真命题转换为逆命题。范畴论称：态射、映射、投影、转换等。但是范畴论的态射不能平衡，数值分析的平衡不能交换，系统自身不能自证“真伪”，反映了它们依靠的“公理化”存在严重缺陷。

通过无量纲圆对数特有的“偶数对称与不对称平衡交换”特征，进行正中反向之间的随机与不随机的转换。这个交换适应群组合-圆对数的外部与内部的正向-中性-反向的互逆性平衡交换。

黎曼函数数值本身不能直接交换，通过无量纲圆对数及圆对数中心零线（临界线）对应正中反向线的平衡交换，带动了特征模（外部）整体性的平衡交换：

（真命题）$(X^S)^{(K=+1)(Z\pm S)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\bullet(X_0^S)^{(K=+1)(Z\pm S)}$
$=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}]\cdot(X_0^S)^{(K=\pm1)(Z\pm S)}$
$=(X^S)^{(K=-1)(Z)/t}=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\cdot(X_0^S)^{(K=-1)(Z)}$（逆命题）；

黎曼函数数值本身不能直接交换，通过无量纲圆对数及圆对数中心零点（临界点）对应正中反向点的平衡交换，带动了特征模（内部）数值元素的平衡交换：

圆对数中心零线（临界线）对应正中反向线的平衡交换，带动了特征模（外部）整体性的平衡交换：

（真命题）$(X^S)^{(Kw=+1)(Z\pm S)}=(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}\bullet(X_0^S)^{(Kw=+1)(Z\pm S)}$
$=[(1-\eta^2)^{(Kw=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[C]}^2)^{(Kw=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}]\bullet(X_0^S)^{(K=\pm1)(Z\pm S)}$
$=(X^S)^{(K=-1)(Z)/t}=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\bullet(X_0^S)^{(K=-1)(Z)}$（逆命题）；

也就是说，黎曼函数分析的素数数值，通过圆对数以无量纲‘无穷公理’的（对称性二元数）、（不对称性三元数）、（任意多元数系列）机制，带动了素数数值的平衡交换组合，仍然保持只有无量纲圆对数相同因子“偶数性”相同的随机与不随机平衡交换的特征。

特别的，黎曼函数（任意数值函数）的任意幂次“元素-对象”不能交换，只能通过无量纲圆对数的“偶数性”圆对数中心零点对称性，带动素数数值平衡交换组合。一旦撤销圆对数恢复原来数值不对称不交换性。

由此，表示了无量纲圆对数为第三方无量纲圆对数构造集身份，以及无量纲构造特有的“偶数性”特征，成为完整性的构造集，没有具体元素干扰，随机自证“真伪”，依靠圆对数中心零线（临界线）-中心零点（临界点）的对称性，进行可靠、可控的平衡与交换，成为新的公理化和新的数学基础。

其中：素数分布的不均匀性转换为素数无量纲圆对数和中心零点为中心的均匀性、对称性分布，见 3.1.6、素数与无量纲圆对数关系章节。

由此，证明了黎曼ζ函数只有在无穷构造集特有的‘无穷公理’机制，实现黎曼零点猜想。

5、郎道-西格尔（零点）猜想与圆对数中心零点证明

5.1、朗道-西格尔零点猜想产生背景

朗道-西格尔零点猜想（the Landau-Siegel Zeros Conjecture），是一个数学难题。与数学上著名的未解难题“黎曼猜想”有关，它是广义黎曼猜想的“一种特殊并且可能比其弱得多的形式”。朗道-西格尔零点猜想中断言朗道-西格尔零点“不存在”的猜想，而朗道-西格尔零点被定义为黎曼猜想的反例。

有人认为也就是说，如果存在朗道-西格尔零点，那么黎曼猜想就是错的。

其实，朗道-西格尔零点属于黎曼ζ函数的性质属性表示为(K=-1)(kw=-1)(多连通、圆环)，黎曼ζ函数的性质属性表示为(K=-1)(kw=+1)(单连通、圆球)。可见黎曼零点本身与朗道-西格尔零点猜想不会发生冲突。

2022 年 11 月，美籍华裔数学家、加州大学圣塔芭芭拉分校教授张益唐，就他对于朗道-西格尔零点猜想的最新研究成果作公开演讲。张益唐表示：在本质上，他已经证明了朗道-西格尔零点猜想，表示“我只是在一定范围里、部分地解决，黎曼假设应该是对的”。但是，著名数学家陶哲轩审查中，发现张益唐的证明存在一定的不足。张益唐还在积极的调整中。

无量纲圆对数证明：黎曼ζ函数具有（内外部）性质属性的正中反向的转换。黎曼函数零点猜想与朗道-西格尔零点猜想，具有同构一致的黎曼函数对应无量纲圆对数，表现了它们共享的性质属性具有“相反、互补”特征。

其中：黎曼函数转换为无量纲圆对数，满足无量纲圆对数独有的“偶数性‘无穷公理’对称与不对称的平衡交换机制”，带动了黎曼函数各个层幂次元素的平衡交换组合。这是中国圆对数团队首次发现的“宝藏”。

黎曼函数各个层次的组合（加组合-乘组合）在无量纲圆对数的表现：“加组合”为圆对数因子的算术相加，“乘组合”为圆对数幂函数因子的算术相加。

$$\prod[(1-(1/p^S)]^{(K=-1)}=\sum(1/n^S)^{(K=-1)}$$
$$=(1-\eta^2)^K\{X_0{}^S\}^{(K=-1)(Z\pm S)}$$
$$=\{X^S\}^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S)};$$

圆对数总和：

$$(1-\eta^2)^K=\prod(1-\eta^2)^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}$$
$$=\sum(1\pm\eta^2)^{(K=-1)(KW=\pm1)}=\{0,2\}^{K(Z\pm S)};$$

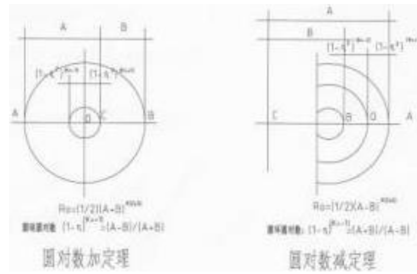
偶数性圆对数中心零点：

$$(1-\eta_C{}^2)^K=\prod(1-\eta^2)^K=\sum(1-\eta^2)^K=\{0,1\}^K;$$

黎曼函数零点猜想对应的圆对数：

$$(1-\eta_1{}^2)^{(K=-1)(Kw=+1)}=[(a-b)/(a+b)]^{(K=-1)(Kw=+1)}$$

朗道-西格尔零点猜想对应的圆对数：



$$(1-\eta_2{}^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}=[(a+b)/(a-b)]^{(K=-1)(Kw=-1)}$$

黎曼函数零点猜想$(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)(Kw=+1)}$（单连通、圆球）与朗道-西格尔零点猜想$(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}$（多连通、圆环）具有偶数的对称与不对称的互逆与互补性。

前者称无量纲圆对数“加组合”，后前者称无量纲圆对数“减组合”(图 5.2)。这个证明仍然需要历史鉴定。

5.2、朗道-西格尔零点与黎曼函数零点的圆对数证明

圆对数证明：朗道-西格尔零点是黎曼函数表现的“单连通-圆球零点（称一个内零点）与双连通-圆环零点（称二个内外零点）”。

5.2.1、证【1】无量纲圆对数几何图形证明

二维平面上，选择一个任意点为圆心 O，分别以(a≥b)作二个同心圆：

（图 5.1）单连通的正反向椭圆

圆半径(Oa≥Ob)，(a≥b)之间为(a-b)的“圆环”，

圆环半径 $R_2=(1/2)(a-b)$，

对应圆对数：

$$\mathbf{(1-\eta_2{}^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}=[(a+b)/(a-b)]^{(K=-1)(Kw=-1)}}\ ,$$

圆环内部为圆面直径：2・(Ob)=(2a-2b)/(2a+2b)

对应圆对数$(1-\eta_1{}^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}=[(a-b)/(a+b)]^{(K=-1)(Kw=+1)}$ ，

圆球半径 $R_2=(1/2)(a+b)$，

（1）、黎曼ζ函数(K=-1)(kw=-1)(K=-1)(kw=+1)(单连通、圆球)对应(K=-1)(kw=-1)(多连通、圆环)

（2）、朗道-西格尔零点有二个中心点：

其一：由 $(1-\eta_2{}^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}=[(a+b)/(a-b)]^{(K=-1)(Kw=-1)}$ 对应圆环半径 $R_2=(1/2)(a-b)$，为“圆环中心零线称圆环中心轴线，以及圆环轴线上中心零点”，圆环(a-b)对应圆面半径 $R_1=(1/2)(a+b)$称外中心零点 O_1，

其二：由 $(1-\eta_1{}^2)^{(K=-1)(Kw=+1)}=2\cdot[(a-b)/(a+b)]^{(K=-1)(Kw=+1)}$ 圆环外半径 R_1 对应“圆面中心零线的圆面 2・(Oab)中心零线，以及圆面中心轴线上的圆面中心零点 O_1”。中心零点 O_1 与圆环外中心零点为 O_2 重合。称“双连通”。

其三：黎曼函数“单连通”圆面空间中心零点 O 对应

黎曼函数“中心轴线（临界点）$(1-\eta_O^2)$的中心零点 O”与“圆面（圆环外部、“单连通”）中心轴线上的圆面中心零点 O_1”与“圆环外部中心轴线的曲率中心零点 O_2”一致重合。

$$(1-\eta_O^2)^{(K=-1)(Kw=+1)}=[(b+b)/(a+a)]^{(K=-1)(Kw=+1)}$$
$$=[(a-b)/(a+b)]^{(K=-1)(Kw=+1)}$$

（图 5.2）朗道-西格尔对应的（单连通，圆球）与（双连通，圆环）

表明了朗道-西格尔零点与黎曼函数零点的无矛盾的一致性，仅仅是黎曼 ζ 函数为 $\zeta(S_0^{-1})^{(K=-1)}$）描述的区域具有互逆性的的不同。

但是，无量纲圆对数对应几何图形具有“公理化”或“几何-代数公理化”，具有直观性和可理解的逻辑性。但是“几何-代数公理化”，仍然需要证明它们可靠性。

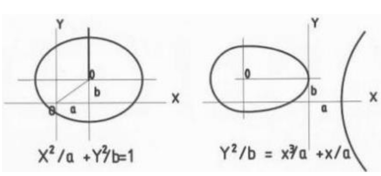
这样还是需要第三方无穷构造集的无量纲圆对数构造“偶数性”的‘无穷公理’机制的严格证明。

5.2.2、证【2】无量纲圆对数代数公式证明

以黎曼 ζ 函数转换为第三方构造集：无量纲圆对数证明，任任“代数-几何”自身体系都不能证明其内部自身的“真伪”，困难在于无穷构造中处处存在（解析度 2 下）“偶数性的共轭不对称性”，没有找到以第三方构造身份证明“偶数性共轭的对称与不对称性的平衡交换机制”。

由于传统的黎曼ζ函数本身“$\zeta(S_0^{-1})=\zeta(S_0^{-1})^{(K=+1)}$”存在性质属性不明确的描述，改进为新的（广义黎曼函数定义黎曼 ζ 函数为 $\zeta(S_0^{-1})^{(K=-1)}$）表示全体由素数组成的函数，称负幂黎曼函数。即黎曼函数的性质属性与函数元素的一致性，其中，性质属性 K 控制黎曼函数的“偶数性的共轭互逆不对称性”。确保黎曼ζ函数可以转换为无量纲圆对数确保黎曼 ζ 函数的收敛性及稳定性，与前述的黎曼函数的圆对数证明是一致的。

证明黎曼函数 $\zeta(S_0^{-1})^{(K=-1)}$对应的“朗道-西格尔零点猜想(“双连通”圆环空间内部)$\zeta(S_0^{-1})^{(K=-1)(Kw=-1)}$”(“双连通”圆环空间外部)$\zeta(S_0^{-1})^{(K=-1)(Kw=+1)}$”与黎曼函数零点猜想 $\zeta(S_0^{-1})^{(K=-1)(Kw=+1)}$可以在同一个区域(称圆环的外部)重合



成立，没有矛盾。

黎曼 ζ 函数$\{X_0\}^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}$，数论中任意多个足够大的素数，与联系的性质属性组成定义。

黎曼ζ函数(乘)特征模$\{^{KS}\sqrt{X}\}^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}$：多个足够大的素数连“乘组合”组成素数函数正中反单元体。

$$\{^{KS}\sqrt{X}\}^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}=\prod\{X_1^S X_2^S\cdots X_S^S\}^K$$
$$=[^{KS}\sqrt{\{X_1^S X_2^S\cdots X_S^S\}}]^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S)},$$

黎曼 ζ 函数(加)特征模$\{X_0\}^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}$多个足够大的素连“加组合”组成素数函数(正中反均值函数)单元体。

$$\{X_0\}^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}$$
$$=\sum[((P-1)!/(S-0)!)]^K\prod_{[Z\pm(S=p)]}\{X_1^S X_2^S\cdots X_P^S+\cdots\}^K。$$

黎曼ζ函数性质属性 K：

$K=k(\pm1,\pm0)$，$Kw=(\pm1,\pm0)K\cdot Kw=(+1,\pm0,\pm1,-1)$：

黎曼 ζ 函数乘与加组合，转换为无量纲圆对数及性质属性：

$$(1-\eta^2)^K=[\{^{KS}\sqrt{X}\}/\{X_0\}]^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)};$$

其中：黎曼ζ函数$\{X\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)}$中，分别为黎曼函数以及对应的朗道-西格尔零点。

朗道-西格尔零点有二个内容：

（1）、$\{X\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)}$对应$\{X\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S)}$（双连通、圆环），

（2）、$\{X\}^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S)}$对应$\{X\}^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S)}$（单连通、圆球）；

前述的黎曼 ζ 函数零点猜想证明，归纳状态与形式完全一致性，区别在于“幂函数的性质属性”。

当：已知 $[\{^{KS}\sqrt{X}\}$和$\{X_0\}]^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)}$二个变量函数，就可以转换为统一的无量纲圆对数关系进行分析：

$$\{X^S\}^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}=(1-\eta^2)^K\{X_0^S\}^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S)};$$

其中：$\{X^S\}^{(K=\pm1)}$称广义黎曼函数，$\{X^S\}^{(K=-1)}$称黎曼 ζ 函数，通过性质属性分别控制黎曼函数各子函数结构。

(K=±1)表示广义黎曼 ζ 函数外部完备性的跳跃过渡形式，特征：函数中心点与周围独立素数的同步变化，圆对数中心零线（临界线）满足外部偶数性的函数不对称性函数转换为无量纲对称性。

(KW=±1)表示广义黎曼 ζ 函数内部相容性性的连续过渡形式，特征：函数中心点与周围独立素数之间的数值与位置的关系，圆对数中心零线（临界线）满足内部偶数性的函数不对称性函数转换为无量纲对称性。

黎曼函数性质属性(K=±1)・(KW=±1)以方程式运算（包含三维空间的五维复分析[Q=*jik*+*uv*]，五维复分析包含在三维物理空间内有三维的对应（单连通、圆球、进动）与二维的对应（双连通、圆环、旋转）。

这样，证明黎曼函数中心零点猜想与朗道-西格尔零点猜想，具有共轭互逆性的存在性。

5.2.3、证【3】黎曼函数与朗道-西格尔零点猜想的互逆同构一致性的存在

证明目的：黎曼函数在总素数元素不变下，（单连通、圆球）与（双连通、圆环）平衡交换机制成立？如果成立，黎曼函数中心零点猜想与朗道-西格尔零点猜想的互逆一致性的存在，没有矛盾。

设：已知的边界函数$\{^{K(S)}\sqrt{D}\}$和特征模$\{D_0\}$：黎曼ζ函数$\{X\}$在解析度 2 条件下，分解为共轭二个互逆不对称性子函数$\{X_A\}$与$\{X_B\}$，

$$\{X\pm^{K(S)}\sqrt{D}\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm[Q=jik+uv]\pm(q=0,1,2,3\ldots^{\text{整数}}))/t}$$

$$=A\{X\}^{K(Z\pm[Q=jik+uv]\pm(q=0))/t}\pm B\{X\}^{K(Z\pm[Q=jik+uv]\pm(q=1))/t}+\ldots$$

$$+P\{X\}^{K(Z\pm[Q=jik+uv]\pm\pm(q=P-1))/t}+\ldots+\{^{K(S)}\sqrt{D}\}$$

$$=(1-\eta^2)^K[(0,2)\cdot\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S\pm[Q=jik+uv]\pm(q=0,1,2,3\ldots^{\text{素数}})};$$

$$(1-\eta^2)^{(K=-1)(Kw=\pm1)}=\{0,1\},$$

其中：方程式的(0,2)表示二个黎曼函数的组合（加(减)组合、乘（除）组合），(0)为零平衡，(2)为偶平衡，

共轭二个互逆不对称性子函数$\{X_A\}$与$\{X_B\}$不能实现平衡交换，通过无量纲圆对数解决：

$$\{X_A\}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\cdot\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S\pm[Q=jik+uv]\pm(q))/t};$$

$$\{X_B\}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\cdot\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S\pm[Q=jik+uv]\pm(q))/t};$$

平衡交换机制：

$$\{X_{AB}\}=(1-\eta^2)^{K}\cdot\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S\pm[Q=jik+uv]\pm(q))/t};$$

其中：（单连通、圆球）与（双连通、圆环）平衡机制（具有相同的圆对数偶数性）：

$$\{X_{AB}\}=(1-\eta^2)^{K}\cdot\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S\pm[Q=jik]\pm(q)}$$

$$=\{X_{AB}\}=(1-\eta^2)^{K}\cdot\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S\pm[Q=uv]\pm(q)};$$

平衡交换规则（含黎曼函数各个层次与组合）：

$$\{X_A\}=(1-\eta^2)^{K}\cdot\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S\pm[Q=jik+uv]\pm(q))/t}$$

$$\leftrightarrow[(1-\eta^2)^{(K=-1)(Kw=+1)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)(Kw=\pm0)}$$

$$\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}]\cdot\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S\pm[Q=jik+uv]\pm(q))/t}$$

$$\leftrightarrow(1-\eta^2)^{K}\cdot\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S\pm[Q=jik+uv]\pm(q))/t}=\{X_B\};$$

也就是说：上述证明：$\{X_A\}\leftrightarrow\{X_B\}$之间存在无量纲圆对数的“偶数性”平衡交换组合机制，具有可靠、可行、零误差。

【证】

（1）、“朗道-西格尔零点猜想”分别成为圆对数的“加定理”，

特征模$\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=+1)}=(1/2)[\{X_A\}+\{X_B\}]$;

$$\{X+^{K(S)}\sqrt{D}\}=[\{X_A\}-\{X_B\}]/[\{X_A\}+\{X_B\}]^{(K=-1)(Kw=+1)}$$

$$=(1-\eta^2)^K[(2)\cdot\{D_0\}\}^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S\pm[Q=jik+uv]\pm(q))/t};$$

其中：朗道-西格尔零点猜想：分别有单连通、圆球、加定理：存在一个共享特征模称$\zeta(X_0)^{(K=-1(Kw=-1)}$，分别收敛于一个圆球（即圆环外部）点中心**{0}**：

（2）、“朗道-西格尔零点猜想”分别成为圆对数的“减定理”，

特征模：$\{D_0\}^{(K=-1)(Kw=-1)}=(1/2)[\{X_A\}-\{X_B\}]$;

$$\{X-^{K(S)}\sqrt{D}\}=[\{X_A\}+\{X_B\}]/[\{X_A\}-\{X_B\}]^{(K=-1)(Kw=-1)}$$

$$=(1-\eta^2)^K[(0)\cdot\{D_0\}\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S\pm[Q=jik+uv]\pm(q))/t};$$

其中：朗道-西格尔零点猜想：存在一个共享特征模称$\zeta(X_0)^{(K=-1(Kw=-1)}$，分别收敛于一个圆环外部点中心**{0}**和一个圆环内部轴中心线**{1}**：

（3）、“朗道-西格尔零点猜想”分别成为圆对数的“平衡交换组合”机制 ：

$$\{X\pm^{K(S)}\sqrt{D}\}$$

$$=(1-\eta^2)^K[(0\leftrightarrow2)\cdot\{D_0\}\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S\pm[Q=jik+uv]\pm(q))/t};$$

第一个中心零线为圆环中心轴线±(1/2)

$$(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)(Kw=\pm1)}\rightarrow\{0(\text{中心零点}),\pm(1/2)(\text{圆环中心轴线}),\pm1(\text{圆环边界线})\};$$

圆环第二个中心零点±(0)

$$(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)(Kw=\pm1)}\rightarrow\{0(\text{中心零点}),\pm1(\text{圆环边界线})\};$$

也就是说，黎曼函数（外部、负幂函数）(K=-1)与哥德巴赫猜想（外部、正幂函数、调和函数）(K=+1)互逆；黎曼函数内部的（正向）(K=-1)(Kw=+1)可见黎曼函数“加定理”与（负向）(K=-1)(Kw=+1)可见黎曼函数“减定理”朗道-西格尔零点猜想互逆。

方程式中广义黎曼函数,分别对应边界函数 D^K,可以分解为一个共享数值特征模（正中反均值函数）$\{D_0\}^{K(Z\pm S)}$和无量纲位值一个圆对数$(1-\eta^2)^K$，定性-定量地描述特征模中心点及圆对数中心零点与周围或多个素数之间的关系。圆对数控制在{0,1/2,1}范围内，以$(1/2)^{K(Z\pm S)}$为圆对数中心零点，趋近于共轭中心零点对称性的正反向（偶数）展开。圆对数统一解决黎曼零点猜想、哥德巴赫猜想、朗道-西格尔零点猜想，解决单连通（圆球）与双连通（圆环）空间同时存在的互逆性难题。

同构互逆性圆对数很容易推导圆对数计算规则：

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta^2)^{(K=-1)(Kw=+1)}\cdot(1-\eta^2)^{(K=-1)(Kw=-1)};$$

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta^2))^{(K=-1)(Kw=+1)}+(1-\eta^2))^{(K=-1)(Kw=-1)};$$

$$(1-\eta^2)^{(Kw=\pm1)}=(1-\eta)^{(Kw=+1)}\cdot(1+\eta)^{(Kw=-1)};$$

$$(1-\eta^2)^{(Kw=\pm1)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1+\eta^2)^{(K=-1)};$$

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)(Kw=\pm1)}\rightarrow\{0,1/2,1\};$$

圆对数具备完备性与相容性为一体的无穷构造集：

（1）、以圆对数中心零点跳跃过渡方式向二侧对称

性展开，确保中心零点稳定性。

$$(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm Q\pm(N)+(q))/t}=\{0 或(1/2)或 1\}^{K(Z\pm[S=2,3]\pm(q))/t};$$

（2），以圆对数中心零点连续过渡方式向二侧对称性展开，确保中心零点稳定性。

$$(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm Q\pm(N)+(q))/t}=\{0 到(1/2)到 1\}^{K(Z\pm[S=2,3]\pm(q))/t};$$

圆对数二维复分析：

$$(1-\eta^2)^{(Kw=\pm1)}=(1-i\,\eta^2)^{(K=\pm1)}+(1+i\,\eta^2)^{(K=\pm1)};$$

对应二维$\{2\}^{2n}$四元数($+1\eta$，-1η，$+i\eta$，$-i\eta$),四象限空间，建立二维平面直角坐标系的中心零点为圆对数共轭对称性变值。

圆对数三维复分析：

$$(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(K=\pm1)}=j\,(1-\eta^2)^{(K=+1)}+i(1-\eta^2)^{(K=-1)}+k(1-\eta^2)^{(K=-1)},$$

$$(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(Kw=\pm1)}=ik(1-\eta^2)^{(K=+1)}+ki(1-\eta^2)^{(K=-1)}+ij\,(1-\eta^2)^{(K=-1)};$$

交换规则：

满足三维四元数($jik=\pm1$，$ik=\pm1,\pm0$，$kj=\pm1,\pm0$，$ji=\pm1,\pm0$),$jik=\pm0$)八象限空间，见三维复分析推导。

5.3、广义黎曼函数零点之间相互关系

已知黎曼函数三个要素$\{^{K(S)}\sqrt{D}\}$、$\{D_0\}$、$(1-\eta^2)^K$中的任意二个，就可以对黎曼函数进行三维网络空间动态复分析。

所说的广义黎曼函数是指传统黎曼函数赋予“性质属性”的控制，成为广义黎曼函数，分别提取数值特征模和位值圆对数，转换为无量纲构造特有的“偶数性”对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换组合机制，进行圆对数的“无关数学模型，没有具体（质量）元素”的分析。

$$\{X^S\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)}=(1-\eta^2)^K\{X_0{}^S\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S)};$$

$$(1-\eta^2)^K=\{0，1\}^{(K=\pm1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)};$$

$$(1-\eta_C{}^2)^K=\{0\}^{(K=\pm1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)};$$

圆对数中心零点之间，具有相互联系的关系，分别对应：广义黎曼函数零点转换，黎曼零点猜想，朗道-西格尔第一个零点猜想：朗道-西格尔第二个零点猜想，哥德巴赫猜想，孪生素数零点猜想等。

零点具有“平衡”功能的重要因素，是‘无穷公理’的核心机制，没有平衡。就没有后面的对称与不对称、随机与不随机的“交换、组合（加（减）组合、乘（除）组合）”。迄今为止，传统数学都没有很好地解决“中心零点”问题，采用“逼近计算”失去了属性本性和演绎的正确性。

（1）、当：(K=±1)为广义黎曼函数（正中反幂函数）解决广义黎曼函数正中反的零点转换问题。

$$\{X^S\}^{(K=\pm1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)}$$
$$=\sum\{X_1{}^{(K=-1)S}+X_2{}^{(K=-1)S}+\ldots+X_S{}^{(K=-1)S}\}^{(K=\pm1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}$$
$$=\prod[{}^S\sqrt{\{X_1{}^S,X_2{}^S\ldots X_S{}^S\}}]^{(K=\pm1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}$$
$$=(1-\eta^2)^K\{X_0{}^S\}=\{X^S\}^{(K=\pm1)(KW=\pm1)(Z\pm S)};$$

广义黎曼函数(K=±1)转换为圆对数的总和：

$$(1-\eta^2)^K=\{0，2\}^{(K=\pm1)(KW=\pm1)(Z\pm S)};$$

广义黎曼函数中心零线（临界线）对应特征模系列：

$$(1-\eta_C{}^2)^K=\{0，\pm1\}^{(K=\pm1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)};$$

广义黎曼函数中心零点（临界点）对应特征模中心点：

$$(1-\eta_C{}^2)^K=\{0\}^{(K=\pm1)(Kw=\pm0)(Z\pm S)};$$

对应广义黎曼函数特征模$\{X_0{}^S\}^{(K=\pm1)(Kw=\pm1)}$；

（2）、当：(K=-1)为黎曼函数（负幂函数）解决黎曼函数（零点）猜想：

$$\{X^S\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)}$$
$$=\sum\{X_1{}^{(K=-1)S}+X_2{}^{(K=-1)S}+\ldots+X_S{}^{(K=-1)S}\}^{(K=-1)}$$
$$=\prod[{}^S\sqrt{\{X_1{}^S,X_2{}^S\ldots X_S{}^S\}}]^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}$$
$$=(1-\eta^2)^K\{X_0{}^S\}=\{X^S\}^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}$$

黎曼函数(K=-1)转换为圆对数的总和：

$$(1-\eta^2)^K=\{0，2\}^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S)};$$

广义黎曼函数中心零线（临界线）对应特征模系列：

$$(1-\eta_C{}^2)^K=\{0，\pm1\}^{(K=-1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)};$$

广义黎曼函数中心零点（临界点）对应特征模中心点：

$$(1-\eta_C{}^2)^K=\{0\}^{(K=-1)(Kw=\pm0)(Z\pm S)};$$

其中：对应广义黎曼函数特征模$\{X_0{}^S\}^{(K=\pm1)(Kw=\pm1)}$；

（3）、当：(K=-1)(Kw=+1),为黎曼函数（单连通、圆球），解决朗道-西格尔第一个零点猜想：

$$\{X^S\}^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S)}$$
$$=\sum\{X_1{}^{(Kw=+1)S}+X_2{}^{(Kw=+1)S}+\ldots+X_S{}^{(Kw=+1)S}\}^{(K=-1)}$$
$$=\prod[{}^S\sqrt{\{X_1{}^S,X_2{}^S\ldots X_S{}^S\}}]^{(K=-1)(Kw=+1)(Z\pm S)}$$
$$=(1-\eta^2)^K\{X_0{}^S\}=\{X^S\}^{(K=-1)(KW=+1)(Z\pm S)},$$
$$(1-\eta^2)^K=\{0，\pm1\}^{(K=-1)(K=+1)};$$
$$(1-\eta_C{}^2)^K=\{0\}^{(K=-1)(Kw=+1)};$$

分别对应广义黎曼函数特征模$\{X_0{}^S\}^{(K=-1)(Kw=+1)}$和圆对数的偶对称的中心零线（临界线）、中心零点（临界点）。称“圆对数加定理”。

（4）、当：(K=-1)(Kw=-1),为黎曼函数（双连通、圆环）解决朗道-西格尔第二个零点猜想：

$$\{X^S\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S)}$$
$$=\sum\{X_1{}^{(Kw=-1)S}+X_2{}^{(Kw=-1)S}+\ldots+X_S{}^{(Kw=-1)S}\}^{(K=-1)}$$
$$=\prod[{}^S\sqrt{\{X_1{}^S,X_2{}^S\ldots X_S{}^S\}}]^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S)}$$
$$=(1-\eta^2)^K\{X_0{}^S\}=\{X^S\}^{(K=-1)(Kw=-1)(Z\pm S)},$$

$(1-\eta^2)^K=\{0,\pm1\}^{(K=-1)(Kw=-1)}$;

$(1-\eta_C{}^2)^K=\{0\}^{(K=-1)(Kw=-1)}$;

分别对应广义黎曼函数特征模$\{X_0{}^S\}^{(K=-1)(Kw=-1)}$和圆对数的偶对称的中心零线（临界线、圆环中心零线）、中心零点（临界点）。称“圆对数减定理”。

（5）、当：(K=+1)(Kw=±1),为广义黎曼函数（正幂函数），解决哥德巴赫猜想：

$\{X^S\}^{(K=+1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)}$

$=\sum\{X_1{}^{(K=+1)S}+X_2{}^{(K=+1)S}+\ldots+X_S{}^{(K=+1)S}\}^{(K=+1)}$

$=\prod[{}^S\sqrt{\{X_1{}^S,X_2{}^S\ldots X_S{}^S\}}]^{(K=+1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}$,

$=(1-\eta^2)^K\{X_0{}^S\}=\{X^S\}^{(K=+1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}$,

$(1-\eta^2)^K=\{0，\pm1\}^{(K=+1)(KW=\pm1)}$;

$(1-\eta_C{}^2)^K=\{0\}^{(K=+1)(KW=\pm1)}$;

分别对应广义黎曼函数特征模$\{X_0{}^S\}^{(K=+1)(Kw=-1)}$和圆对数的偶对称的中心零线（临界线、圆环中心零线）、中心零点（临界点）。称“（称零平衡、偶平衡幂函数）”。

（6）、当：(K=±1),为偶数性平衡黎曼函数。分别称“（零平衡（减平衡）、偶平衡（加平衡）”。

$\{X^S\}^{(K=\pm1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)}$

$=\sum\{X_1{}^{(K=\pm1)S}+X_2{}^{(K=\pm1)S}+\ldots+X_S{}^{(K=\pm1)S}\}^{(K=\pm1)}$

$=\prod[{}^S\sqrt{\{X_1{}^S,X_2{}^S\ldots X_S{}^S\}}]^{(K=\pm1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}$

$=(1-\eta^2)^K\{X_0{}^S\}=\{X^S\}^{(K=\pm1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}$,

$(1-\eta^2)^K=\{0，\pm1\}^{(K=\pm1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}$;

$(1-\eta_C{}^2)^K=\{0\}^{(K=\pm1)(KW=\pm1)(Z\pm S)}$;

分别对应广义黎曼函数特征模$\{X_0{}^S\}^{(K=\pm1)(Kw=\pm1)}$和圆对数的偶对称的中心零线(临界线的平衡对称性中心零线)。

（7）、当：(K=±0),为互逆性转换黎曼函数（函数、线、点对称性转换点）

$\{X^S\}^{(K=\pm0)(Kw=\pm0)(Z\pm S)}$

$=\sum\{X_1{}^{(K=\pm0)S}+X_2{}^{(K=\pm0)S}+\ldots+X_S{}^{(K=\pm0)S}\}^{(K=\pm0)}$

$=\prod[{}^S\sqrt{\{X_1{}^S,X_2{}^S\ldots X_S{}^S\}}]^{(K=\pm0)(KW=\pm0)(Z\pm S)}$,

$(1-\eta^2)^K=\{0，\pm1\}^{(K=\pm0)(KW=\pm0)(Z\pm S)}$,

$(1-\eta_C{}^2)^K=\{0\}^{(K=\pm0)(KW=\pm0)(Z\pm S)}$,

分别对应广义黎曼函数特征模（正中反幂函数）$\{X_0{}^S\}^{(K=\pm0)(Kw=\pm0)}$和圆对数的偶对称的中心零线（临界线的平衡转换对称性中心零线）、中心零点（临界点的平衡转换对称点）。

5.4、“零点猜想”与无量纲圆对数证明结论

黎曼函数“零点”猜想内容：广义黎曼函数、黎曼函数、哥德巴赫猜想、孪生素数猜想、朗道-西格尔零点猜想的（外部、内部）存在无量纲的偶数性共轭互逆对称与不对称性的平衡转换机制，都受到无量纲构造的圆对数及性质属性的控制，具有高稳定性、零误差、高可判定性优越性。

特别的，黎曼函数具有广泛应用前景：几乎所有的任意（合理的、友好的、正则化）函数都能够与广义黎曼函数联系。四个“零点猜想”都采用了第三方公正性的无量纲圆对数构造集，证明：

（1）、黎曼函数零点猜想与哥德巴赫猜想（含孪生素数猜想）证明具有[K=-1 与 K=+1]互逆性。分别成为无量纲圆对数构造（乘（除）定理与加（减）定理）的互逆性平衡交换关系。

（2）、黎曼函数零点猜想与朗道-西格尔零点猜想）证明具有(K=-1)·[(Kw=-1 与 Kw=+1)]互逆性。分别成为无量纲圆对数的（单连通、圆球）与（多连通、圆环）互逆性平衡交换关系。

无量纲圆对数构造证明：任意不对称性的对象（数值、数字、函数、事件）甚至包括物理对象之间存在的对称与不对称性，是不能直接平衡转换（包括数描述的组合、分解），只能通过一种最抽象、最基本的无量纲圆对数的“偶数性”，同圆对数对称的因子条件下，出现随机与不随机地带动了对象（数值、数字、函数、事件、空间）的转换。一旦撤销圆对数，恢复它们原来的不对称性特征。

无量纲圆对数以第三方无穷构造集身份公正、客观、可靠地分析：“减与加”、“乘与加”“中心零线（临界线），中心零点（临界点）偶数性二侧互逆的平衡交换机制”。带动了整数、复杂多项式与简单多项式、空间数学结构、体系的同构一致的计算时间，成为偶数性的平衡交换机制。具体地说，可以适应“圆球与圆环”、“椭圆与正圆”、“任意函数与均值函数”、“任意几何空间与正圆模式空间”、高维与低维空间、概率-拓扑之间的共轭互逆对称性，在$\{3\}^{2n}$范畴的平衡交换。其中还涉及“庞加莱拓扑猜想”（单连通/双连通）“费马大定理（含不等式）以及各种中心零点的共轭互逆平衡对称性转换，以及数学、哲学的“对称逻辑”对应的无量纲组合、分解的完整性分析。

还可以根据无量纲圆对数空间及原理，解释物理学的速度、加速度、动能、能量、力，随机与不随机、波粒二重性、正反现象的转换、甚至可能解释许多自然现象，以及还没有搞明白的“暗物质（数学称概率）、暗能量（数学称拓扑）、黑洞（数学称中心零线（临界线）中心零点（临界点）”、“宇宙演变”、“超距离纠缠（幽灵粒子）”、

“微观的原子构造与作用”，“信息密码”、“经典（引力、电磁、热力）计算、“量子计算”、“人类思维与认知”，……等等，都可能转换为无量纲语言定义的“圆对数空间”进行统一的无量纲构造分析。开启了“无关数学模型、没有具体（质量）元素内容的零误差逻辑化算术计算”，成为新的数学基础理论和计算工具。

这个无量纲数学构造，极大地震惊、改造、重整、重塑西方国家 400 年来建立的数学结构，开启了最抽象、最深刻、最基本的“无量纲构造”新数学历史时期。

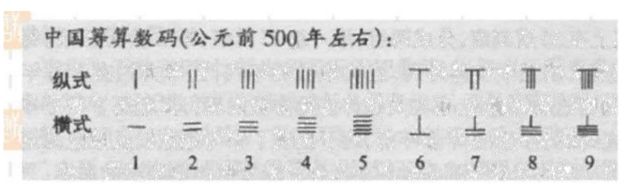
6、无量纲圆对数与数论的衔接

6.1、数论的背景

6.1.1、数论的发展史

目前，数论是纯粹数学的分支之一，主要研究正整数的性质及其有关的规律。主要研究整数的性质。整数可以是方程式的解(丢番图方程)。有些解析函数(像黎曼ζ 函数)中包括了一些整数、质数的性质，无量纲圆对数后来增加了“性质属性”，可以包含“分数、有理数、无理数、三维复数，超级基数”等对象，透过这些对象可以了解一些数论的问题。建立实数和有理数和对象的无量纲构造联系，摒弃了传统有理数来逼近实数(丢番图逼近)，实现零误差计算与分析。其高精确性零误差可以达到 10^{222} 宇宙级别，这个级别表示了宇宙的真正归宿——高混沌的煲汤。

按研究方法来看，数论大致可分为初等数论和高等



《孙子算经》中记载的筹算记数法则说：“凡算之法，先识其位。一纵十横，百立千僵。千十相望，百万相当”。

数论。初等数论是用初等方法研究的数论，它的研究方法本质上说，就是利用整数环的整除性质，主要包括整除理论、同余理论、连分数理论。高等数论则包括了更为深刻的数学研究工具。它大致包括代数数论、解析数论、计算数论等数学结构。

公元前 500 年，中国古数学商时期《孙子算经》的筹算记数法有“十进制”，指出数字有“数值和位值”二种内涵，明确指出“凡算之法，先识其位”。

公元前 300 年，古希腊数学家欧几里德证明了有无穷多个素数，公元前 250 年古希腊数学家埃拉托塞尼发明了一种寻找素数的埃拉托斯特尼筛法。寻找一个表示所有素数的素数通项公式，或者叫素数普遍公式，是古典数论最主要的问题之一。

(图 6.1） 2500 年前《孙子算经》的数码（图片引自网络）

数论从早期到中期跨越了 1000-2000 年时间，除了中国的“同余式”几乎是空白。中期主要指 15-16 世纪到 19 世纪，是由费马，梅森、欧拉、高斯、勒让德、黎曼、希尔伯特等人发展的。

内容是寻找素数通项公式为主线的思想，开始由初等数论向解析数论和代数数论转变，产生了“皮亚诺公理”，留下了越来越多的数学猜想无法解决许许多多的困难还是依赖素数通项公式，例如黎曼猜想。如果找到一个素数通项公式，一些困难问题就可以由解析数论转回到初等数论范围。

18 世纪末，历代数学家积累的关于整数性质零散的知识已经十分丰富了，但是仍然没有找到素数产生的模式。德国数学家高斯集中前人的大成，写了一本书叫做《算术研究》，1800 年寄给了法国科学院，但是法国科学院拒绝了高斯的这部杰作，高斯只好在 1801 年自己发表了这部著作。这部书开始了现代数论的新纪元。在《算术研究》中，高斯把过去研究整数性质所用的符号标准化了，把当时现存的定理系统化并进行了推广，把要研究的问题和已知的方法进行了分类，还引进了新的方法。高斯在这一著作中主要提出了同余理论，并发现了著名的二次互反律，被其誉之为"数论之酵母"。由于“数值分析”和以后的“逻辑分析”，一开始都忽略了“位值作用”，意味着 400 年来西方国家的数学体系是不牢固的。

6.1.2、数论的内容

当前传统数学体系数论内容有：

初等数论：主要就是研究整数环的整除理论及同余理论。此外它也包括了连分数理论和少许不定方程的问题。本质上说，初等数论的研究手段局限在整除性质上。

解析数论：借助微积分及复分析(即复变函数)来研究关于整数的问题，主要又可以分为乘性数论与加性数论两类。乘性数论藉由研究积性生成函数的性质来探讨素数分布的问题，其中质数定理与狄利克雷定理为这个领域中最著名的古典成果。加性数论则是研究整数的加法分解之可能性与表示的问题，华林问题是该领域最著名的课题。

黎曼在研究 ζ 函数时，发现了复变函数的解析性质和素数分布之间的深刻联系，由此将数论领进了分析的领域。这方面主要的代表人物还有英国著名数论学家哈

代、李特伍德、拉马努金等等。在国内，则有华罗庚、陈景润、王元等等。

代数数论：将整数环的数论性质研究扩展到了更一般的整环上，特别是代数数域。一个主要课题就是关于代数整数的研究，目标是为了更一般地解决不定方程求解的问题。其中一个主要的历史动力来自于寻找费马大定理的证明。所以又发展出了代数数论的研究课题。比如库默尔提出了理想数的概念——可惜他当时忽略了代数扩环的唯一分解定理不一定成立。

高斯研究了复整数环的理论--即高斯整数。他在 3 次情形的费马猜想中也用了扩环的代数数论性质。代数数论发展的一个里程碑，则是希尔伯特的《数论报告》。

几何数论：主要在于通过几何观点研究整数(在此即格点， 也称整点)的分布情形。最著名的定理为 Minkowski 定理。这门理论也是有闵科夫斯基所创。对于研究二次型理论有着重要作用。

计算数论：借助电脑的算法研究数论的问题，例如素数测试和因数分解等和密码学息息相关的课题。

超越数论：研究数的超越性，其中对于欧拉常数与特定的 riemann ζ 函数值之研究尤其令人感到兴趣。此外它也探讨了数的丢番图逼近理论。

组合数论：利用组合和机率的技巧，非构造性地证明某些无法用初等方式处理的复杂结论。这是由保罗·艾狄胥开创的思路。比如兰伯特猜想的简化证明。

算术代数几何

这是数论发展到目前为止最深刻最前沿的领域， 可谓集大成者。它从代数几何的观点出发，通过深刻的数学工具去研究数论的性质。比如怀尔斯证明费马猜想就是这方面的经典实例。整个证明几乎用到了当时所有最深刻的理论工具。当代数论的一个重要的研究指导纲领，就是著名的郎兰兹纲领。

上述传统方法之外，也有其他一些研究数论之法，但是没有完全得到数学家的认可。比如有物理学家，通过量子力学方法声称证明了黎曼假设。

这些 400 年来西方国家建立的数学、哲学体系，没有按照“先识其位”的研究方法，直接进行数值分析或逻辑分析，可是数值及逻辑对象之间不能直接进行交换，采用的公理化没有数学证明，基础不牢固。

事实证明：西方国家的数学确实走了一段“弯曲之路”。大家不得不又回重新认识中国古数学“先识其位”、“二生三，三生万物”。意味着国内外数学家都不得不在“无量纲位值圆对数$(1-\eta^2)^K$”同一条起跑线重新开始，开启了无量纲构造数学历史新时期。

6.1.3、数论的探索

目前，数论中采用了皮亚诺公理“1+1=2”偶数性的二个素数之和为偶数，属于“偶数性的对称性”和“1+2=3”（偶数性的三个素数之和为奇数，属于“偶数性的不对称性”，其中三个素数中包含孪生素数。最好的成果是中国陈景润的“1+2”，还差一点点的完成“1+1=2”，“1+2=3”的哥德巴赫猜想。

另外一个最好的成果是：证明"弱孪生素数猜想"。美国新罕布什尔大学数学家张益唐经过多年努力，在不依赖未经证明推论的前提下，率先证明了一个"弱孪生素数猜想"，即"存在无穷多个之差小于 7000 万的素数对"。

2019 年 4 月 17 日，他将论文投稿给世界顶级期刊《数学年刊》。美国数学家、审稿人之一亨里克·艾温尼科评价说:“这是一流的数学工作”，他相信不久会有很多人把"7000 万"这个数字"变小"。之后，陶哲轩组织了一个线上项目，利用张益唐的结果，继续缩小间距的数值。到目前为止，已经证明了差为 246 的情形（即存在无穷多个素数对，使得它们的差不大于 246）。

英国数学家戈弗雷·哈代和约翰·李特尔伍德曾提出一个"强孪生素数猜想"。这一猜想不仅提出孪生素数有无穷多对，而且还给出其渐近分布形式，解开"弱哥德巴赫猜想"。 5 月 13 日，秘鲁数学家哈拉尔德·赫尔弗戈特在巴黎高等师范学院宣称：证明了一个"弱哥德巴赫猜想"，即"任何一个大于 7 的奇数都能被表示成 3 个奇素数之和"。他将论文投稿给全球最大的预印本网站(arXiv);有专家认为这是哥德巴赫猜想研究的一项重大成果。不过，其证明是否成立，还有待进一步考证。

赫尔弗戈特在论证技术上主要使用了哈代-李特尔伍德-维诺格拉多夫圆法。在这一圆法中，数学家创建了一个周期函数，其范围包括所有素数。

1923 年，哈代和李特尔伍德证明，假设广义黎曼猜想成立，三元哥德巴赫猜想对充分大的奇数是正确的；

1937 年，苏联数学家伊万·维诺格拉多夫更进一步，在无须广义黎曼猜想的情形下，直接证明充分大的奇数可以表示为 3 个素数之和。

英国数学家安德鲁·格兰维尔称，不幸的是，由于技术原因，赫尔弗戈特的方法很难证明"强哥德巴赫猜想"，即"关于偶数的哥德巴赫猜想"。如今数学界的主流意见认为：要证明强哥德巴赫猜想，还需要新的思路和工具，

或者在现有的方法上进行重大的改进。

在中国近代，数论也是发展最早的数学分支之一。从二十世纪三十年代开始，在解析数论、丢番图方程、一致分布等方面都有过重要的贡献，出现了华罗庚、闵嗣鹤、柯召、陈景润、潘承洞等第一流的数论专家。其中华罗庚教授在三角和估值、堆砌素数论方面的研究是享有盛名的。1949 年以后，数论的研究的得到了更大的发展。陈景润、王元等在"筛法"和"哥德巴赫猜想"方面的研究，已取得世界领先的优秀成绩;周海中在著名数论难题--梅森素数分布的研究中取得了世界领先的卓著成绩。

随着数学工具的不断深化，数论开始和代数几何群组合理论深刻联系起来， 其中有朗兰兹纲领，最终发展称为当今最深刻的数学理论，诸如算术代数几何， 它们将许多此前的研究方法和研究观点最终统一起来，从更加高的观点出发，进行研究和探讨。

由于近代计算机科学和应用数学的发展，数论得到了广泛的应用。比如在计算方法、代数编码、组合论等方面都广泛使用了初等数论范围内的许多研究成果；又文献报道，有些国家应用"孙子定理"来进行测距，用原根和指数来计算离散傅立叶变换等。此外，数论的许多比较深刻的研究成果也在近似分析、差集合、快速变换等方面得到了应用。特别是由于计算机的发展，用离散量的计算去逼近连续量而达到所要求的精度已成为可能。

到 20 世纪哥德尔不完备性定理，解释了“公理的不证自明”的不可靠性。数学不能依赖“公理”建立，否则数学大厦的基础是不牢固的，具体表现为“一大批世纪性数学难题”不能获得解决或不完整性的解决。特别是“1931 年以来，数学没有取得实质性进步”（引自美国数学家克莱因《古今数学思想》）。进步的障碍在哪里？克莱因没有明说。

20 世纪末-21 世纪初，中国圆对数团队根据古中国数学的“凡算之法，先识其位”，把“位值-数值”的作为统一概念，认为洛伦兹-爱因斯坦的狭义相对论是最早出现的无量纲萌芽。首次发现“实数和自然数之间“一一对应”的第三种无穷构造集，无量纲语言定义的位值为“无穷构造集的无量纲圆对数”，以及无量纲构造特有的“偶数性对称与不对称、随机随机与不的‘无穷公理’平衡交换组合机制”。以一个简单的无量纲圆对数公式，统揽了传统数学“数论-代数-几何-群组合理论”以及逻辑代数和哲学模型，在无量纲的{0,±1}分析。

其中有“有量纲系统”定义：是指哥德尔不完备性定理所说的“元素-对象”，能够用具体的单位去量化一一对应的具体的量化指标。

有“无量纲系统”定义：是没有或没法用具体的单位去量化的没有具体的量化指标。

通过第三方无穷构造集证明，获得有量纲的“元素-对象”如数值分析和逻辑分析以及哲学逻辑的“对象”（数字、群组合、代数、几何、函数、空间）之间是不能直接“一一对应”地交换、映射、态射，必须通过‘无穷公理’机制的无量纲圆对数和中心零点（临界线与临界点）的“偶数性的对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换组合机制”，进行鉴定、验证、平衡、交换、集合、组合与解析。如通过圆对数中心零点带动当前传统数学所有的“数值与逻辑分析”、“完备性与相容性”、“宏观与微观”进行一体化的无量纲分析。数学进入“无量纲构造”分析的新历史时期。

6.2、数论定理

数论有四大定理包括：费马小定理、威尔逊定理、欧拉定理和中国剩余定理（孙子定理）。

（1）、费马小定理：费马小定理是数论中的一个重要定理，其内容为：假如 p 是质数，且(a,p)=1，那么 a^(p-1)≡1(modp)。也就是说，如果 p 是质数，且 a,p 互质，那么 a 的(p-1)次方除以 p 的余数恒等于质数。

（2）、威尔逊定理：威尔逊定理是数论中的一个重要定理，它提供了判定一个自然数是否为素数的充分必要条件。具体来说，当且仅当 p 为素数时，有(p-1)!≡-1(modp)。这意味着，如果 p 是一个素数，则(p-1)!加上 1 后能够被 p 整除 4。

（3）、欧拉定理：也称费马-欧拉定理或欧拉函数定理，是数论中的一个重要定理。欧拉定理表明，若 n,a 为正整数，且 n,a 互质，即 gcd(a,n)=1，则 a^φ(n)≡1(modn)，其中 φ(n)为欧拉函数，表示小于等于 n 的正整数中与 n 互质的数的个数。欧拉定理实际上是费马小定理。

（4）、孙子定理，称中国剩余定理。假设整数 $m_1,m_2, ... ,m_n$ 两两互质，对任意的整数:$a_1,a_2, ... ,a_n$，方程组 S 有解，并可构造得出。构造见词条"中国剩余定理"。

6.2.1、素数的概论

目前，数论讨论对象适应假设整数 $m_1,m_2, … ,m_n$“1-1，2-2，3-3，p-p 各种组合”的互质。现有的数值分析没有考虑分数及转换，态射没有考虑平衡，现在引入“性质属性”组成群组合的正中反平均值函数，称（分别有乘与加）特征模。

在数论中：任意素数尾数对应的四个圆对数以自然数尾数$(1\pm\eta^2)=5$为中心零点{1，3，(5=0)，7，9}互逆对称平衡转换点，组成素数的圆对数分布定理 PNT。

传统素数的定义(又称为质数)：是一个正整数，除了本身和 **1** 以外并没有任何其他因子可以除尽。

(1)，在所有比 1 大的整数中，除了 1 和它本身以外，不再有别的约数，这种整数叫做素数或质数。
还可以说成素数只有 **1** 和它本身两个约数。

(2)，素数是这样的整数，可以有"三个自然数平方之和"如 $59=1^2+3^2+7^2$,梅森素数 2^P-1(有 **29** 个)，费马素数 $2^{2^n}+1$(有 **5** 个)，有许多数如完全数、裴波那契数列等与素数有关，特征模的整数平均值，即加组合（算术平均值）也可以出现素数。

(3)，著名的高斯「唯一分解定理」说，任何一个"整数"，可以写成一串素数相乘的"乘组合"平均值或"几何平均值。

所说的，数论与圆对数衔接是指："没有具体素数元素"的采用无量纲语言定义的圆对数计算。圆对数证明：素数函数及素数之间不能直接交换，只能转换无量纲位值圆对数，位值表示其所在地的位置，没有具体素数内容，以及通过圆对数中心零线（临界线）中心零点（临界点）对称性的平衡与交换描述。

二个数值元素或逻辑对象为什么不能直接组合的理由和依据。这是整个数学界没有注意其数学严格逻辑性，被"选择公理化"掩盖了真正的数学基础核心，这里以无量纲事实证明给与还原。

也就是说，任何一个整数不仅可以写成一串素数"乘组合"单元体称几何平均值。同时也可以组成"加组合"平均值（算术平均值）单元体。如果全部是素数，称素数函数。平均值统一称"特征模"（正中反均值函数）。

例如 素数尾数{指素数 xx…x 最后一个自然数(1,3,(5),7,9)}是素数必要条件，但是不是所有的素数尾数{(1,3,(5),7,9)}都是素数，可以通过如埃拉多托色尼《筛法》、中国《陈氏定理》、《薛氏筛法》、以及其它方法筛选素数尾数存在的素数，不存在的则为空项。而其它所有的整数尾数"不是素数的，称合成数或合数。其中：自素数尾数尾数{2，4，(5)，6，8}：

$$(1-\eta_3{}^2)^K=(1\pm3/5)\cdot\{5\};$$

$$(1-\eta_1{}^2)^K=(1\pm1/5)\cdot\{5\};$$

不属于素数。从这个观点可将整数分为两种，一种叫素数，一种叫合成数。数论讨论的对象是素数。

6.2.2、素数定义

✹定义 6.2.1 数论特征模：无穷中任意有限"K(Z±S)"全体素数的集合，各个素数元素进行不重复的组合，其元素组合形式除以组合的个数（除组合系数），获得的均值函数的集合称"特征模"。特征模有"乘组合"特征模（几何平均值，实数）和加组合（算术平均值，自然数）二种形式。

✹定义 6.2.2 素数元素：无穷中任意有限素数（元素）以及任意可数字化的元素的组合（指乘（除）组合与加（减）组合），$\{q\}\in\{q_1q_2\ldots q_S\}=\{X\}^{K(Z\pm S)}$，基于无量纲圆对数的"组合"仅仅代表素数元素的位置与序列，没有具体（质量）元素的内容的无穷构造集。

✹定义 6.2.3 横向以{5}为中心零点的层次为一元四次方程转换为圆对数（概率）分析与孪生素数（拓扑分析。

✹定义 6.2.4 纵向以{10}为中心零点的段次的为一元高次方程转换为圆对数,组成一个段次分析。

✹定义 6.2.5 素数的（概率素数-拓扑孪生素数）"的单元体：为横向、纵向圆对数方式统计单元体：

$$(1-\eta_{[x]}{}^2)^{K(Z\pm S\pm(q=4)}=[(\alpha_x)-(\beta_x)]/[(\alpha_x)+(\beta_x)]$$
$$=\{0,1\};$$

$$(1-\eta_{[y]}{}^2)^{K(Z\pm S\pm(q=n)}=[(\alpha_y)-(\beta_y)]/[(\alpha_y)+(\beta_y)]$$
$$=\{0,1\};$$

✹定义 6.2.6 素数方程判别式：

$$\Delta=(\eta^2)^K=\{{}^{(n)}\sqrt{D/D_0}\}^{(0)}=\ldots=\{{}^{(n)}\sqrt{D/D_0}\}^{(n)};$$

其中：圆对数为(乘组合（几何平均值）/加组合（算术平均值））。

其中：$\{{}^{(4)}\sqrt{D/D_0}\}$表示横向四个素数组成的方程式：$\{{}^{(n)}\sqrt{D/D_0}\}$表示纵向（N）个素数组成的方程式：

自然数素数尾数分别转换为位值圆对数，只表示素数的在有关层次、位置，没有具体素数数值内容。

但是位值圆对数个数可以与素数个数对应同时存在，即一个素数对应的素数尾数都有一个层次、位置所在地。

✹定义 6.2.7 幂函数：是与素数层次为底的幂函数：$\{X\}^{K(Z\pm(S=g+s+b+q+w)\pm\ldots)/t}$，(分别表示个十百千万……层次)。

单元素数$\{1,3,(5=0),7,9\}^{(Z\pm S)}$

分别对应$(1-\eta_4{}^2)^K$与$(1-\eta_2{}^2)^K$；

$$(1，9)：(1\pm\eta_{[x]4}{}^2)^{K(Z\pm S)}=(1\pm4/5)\cdot\{5\};$$

$$(3，7)；(1\pm\eta_{[x]2}{}^2)^K=(1\pm2/5)\cdot\{5\};$$

孪生素数{<u>1,3</u>}，{<u>7,9</u>}

分别对应$(1\pm\eta_{\underline{(4,2)}}{}^2)^{K(Z\pm S)}$

$\{1，3\}(1-\eta_{[x]4,2}{}^{2})^{K(Z\pm S)}=(1-(4,2)/5)\cdot\{5\}^{(2)}$；

$\{7，9\};(1+\eta_{[x](2,4)}{}^{2})^{K(Z\pm S)}=(1+(2,4)/5)\cdot\{5\}^{(2)}$；

空白素数{0，0，（5=0），0，0}特征模对应$(1-\eta_{[x]0}{}^{2})^{K(Z\pm S)}=(1\pm 0/5)\cdot\{5\}$；

（1）、横向（行）层次

$(1-\eta_{[x]}{}^{2})^{K(Z\pm S)}=\{^{(4)}\sqrt{D/D_0}\}$（行）

数值层次写在幂函数里，为四个圆对数元素的"乘组合D"，"特征模{5}"为中心零点{1,3,7,9}四个素数群，进行"四色定理或"或"一元四次方程"解析。对应横向素数圆对数群$(1-\eta_{[x]}{}^{2})^{K(Z\pm S)}$。

其中："1-1 组合（素数概率）"，"2-2 组合（孪生素数）"，"3-3 组合（素数与孪生素数）"，"0-0 组合（空项）（边界函数）"的四种组合状态。

（2）、纵向（列）为

$(1-\eta_{y}{}^{2})^{K(Z\pm S)}=\{^{(S)}\sqrt{D/D_0}\}$

每个在固定的范围内"特征模{10}"分段，"相邻二个圆对数元素"为单位，进行"纵向（列）"的不均匀分布的"圆对数统计"，组成分段的"一元 N 次方程"解析，之后，总段的左右二侧的"二次方程"。选择"1-1 组合（素数概率）"，"2-2 组合（孪生素数）"，"3-3 组合（素数与孪生素数组合）"，"0-0 组合（空项）"，四种组合状态的圆对数。

$(1-\eta_{(q)}{}^{2})^{K(Z)}=(1-\eta_{x}{}^{2})^{K(Z\pm S)}=(1-\eta_{y}{}^{2})^{K(Z\pm S)}$；

其中：素数或孪生素数之间通过横向（行）层次圆对数中心零点$(1-\eta_{[x]0}{}^{2})^{K(Z\pm S)}=(1\pm 0/5)\cdot\{5\}$不对称性分布转换（缩小）为横向的数值因子实现交换。纵向（列）圆对数中心零点$(1-\eta_{[y]0}{}^{2})^{K(Z\pm S)}=(1\pm 0/10)\cdot\{10\}$不对称性分布转换（缩小）为纵向的数值因子$(\alpha_{qy})$-$(\beta_{qy})$对称性实现平衡与交换。

这样一来，素数各种组合都可以进行素数尾数$(1\pm\eta_4{}^{2})^{(K=+1)}=\{1,9\}$；$(1\pm\eta_2{}^{2})^{K}=\{3,7\}$；统计分布的均匀度和有关位置范围的个数。圆对数横向中心零点{5}牢牢地控制素数分析或统计的稳定性。

6.2.3、素数有关规则

乘组合特征模单元体：

$\{X^{(S)}\}^{K}=\prod\{^{(S)}\sqrt{X}\}^{K(S)}$

对应性质属性调整后）黎曼 ζ 函数$\sum(^{(S)}\sqrt{X})^{(K=-1)(S)}$；

加组合特征模单元体：

$\{X_0\}^{K(S)}=\{\sum[(P-1)!/(S-0)!]^{K}\prod_{[S\pm q]}(X_q)\}^{K(S)}$；

任意函数已知边界函数$\{X\}^{K(Z\pm S)}$和特征模$\{X_0\}^{K(Z\pm S)}$就可以转换为无量纲圆对数分析：

同构圆对数：

$(1-\eta^{2})^{K}=\sum\{^{(S)}\sqrt{X}\}^{K}/(X_0)^{(K=-1)K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\ldots整数)}\leq 1$；

或写成：

$\{^{(S)}\sqrt{X}\}^{K}=(1-\eta^{2})^{K}(X_0)^{(K=-1)K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\ldots整数)}$；

圆对数中心零线（临界线）对应特征模系列：

$(1-\eta^{2})^{K}=\{^{(S)}\sqrt{X/X_0{}^{(S)}}\}^{(K=-1)(Kw=\pm 1)(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\ldots整数)}\leq 1$；

圆对数中心零线（临界线）的集合总和：

$(1-\eta^{2})^{K}=(1-\eta^{2})^{(K=-1)}+(1-\eta^{2})^{(K=\pm 1)}+(1-\eta^{2})^{(K=-1)}=\{0,2\}^{K(Z\pm S)}$；

圆对数中心零线（临界线）对称性：

$(1-\eta^{2})^{(K=\pm 1)}=\{(1-\eta^{2})^{(K=-1)}+(1-\eta^{2})^{(K=-1)}\}=\{\pm 1\}^{K(Z\pm S)}$；

圆对数中心零点（临界点）对应特征模系列的点：

$(1-\eta_{C}{}^{2})^{Kw}=(1-\eta^{2})^{(Kw=-1)}+(1-\eta^{2})^{(Kw=\pm 0)}+(1-\eta^{2})^{(Kw=-1)}\}$

$=\{0,1\}^{K(Z\pm S)}$；

圆对数中心零点（临界点）对应性：

$(1-\eta_{C}{}^{2})^{(Kw=\pm 0)(Z\pm S)}=\{(1-\eta^{2})^{(Kw=-1)}+(1-\eta^{2})^{(Kw=-1)}\}^{K(Z\pm S)}$

$=\{0\}$；

无量纲圆对数交换规则：

不变真命题，不变特征模，不变同构圆对数，仅仅同构圆对数性质属性正中反的转换，真命题以'无穷公理'偶数性的平衡交换组合机制，成为逆命题。

$A=(1-\eta^{2})^{(K=-1)}(X_0{}^{(S)})$

$=[(1-\eta^{2})^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta^{2})^{(K=\pm 0)}\leftrightarrow(1-\eta^{2})^{(K=+1)}]\cdot(X_0{}^{(S)})$

$=(1-\eta^{2})^{(K=+1)}(X_0{}^{(S)})=B$；

其中：K(Z±S±(q=0,1,2,3,…整数)表示黎曼函数在性质属性 K 控制下无穷中任意有限(Z±S)的各种素数组合形式(q=0,1,2,3,…整数)。

这是无量纲构造特有的'无穷公理'偶数性的对称与不对称平衡交换组合机制，称完整性的无量纲构造。即："真命题↔逆命题"之间的平衡交换组合，这个关系只能通过第三方无量纲构造给与证明和实现。

这个无量纲构造的平衡交换规则明确地告诉我们：传统数学所说的"数值分析的平衡不能交换"，"逻辑分析的映射（态射）→不能平衡"。

6.2.4、素数对应无量纲圆对数二个重要分析步骤

（a）、无量纲位值圆对数：解决数论素数群组合特征模与周围个体素数，外部之间同步变化和跳跃过渡形式的完备性关系。

（b）、有量纲数值特征模：解决特征模内部中心点与周围的位值-位置关系，通过圆对数中心零点（临界线临界点）具有连续过渡形式的相容性关系进行解析根素数。如果这个根元素仍然具有"群组合体关系"，继续以这个"群组合体关系"进入下一个层次无量纲圆对数构造分析。

其中：正平均值函数为正整数（正幂）的组合(K=+1)，反平均值函数为分数（负幂）的组合(K=-1)，中性平均值函数（零幂）组合(K=±0)为正向与反向之间的平衡交换临界点（临界线）。

目前，西方 400 年数学结构都是依靠“希尔伯特数论公理化系统”和“集合论公理化”。20 世纪初，数学深入到数学基础的讨论，这是个涉及“数学本性”和“演绎的正确性”。如果数学基础不牢固或得不到证明，则整个西方的数学系统全部坍塌，需要重验、重整、重塑。

1931 年哥德尔不完备性定理指出上述所有的数学和哲学（属于有量纲结构体系）结构“系统自身”不能“自证”真伪，是不牢固的。只有“不依靠公理的证明”或“超出希尔伯特元数学范围”的数学证明公理化，这个数学才有可靠的数学基础。

基于无量纲圆对数构造集特有的“偶数性对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换组合机制”，解决了无量纲随机与不随机自证真伪的困难”，突破了“希尔伯特元数学”范围，成为完整性‘无穷公理’机制，以第三方无量纲形式公正性、权威性地证明了传统数学“公理化”，认为任意“元素-对象”或“数值-逻辑”的不完整性。这样一来，任意“对象-函数”（代数-几何-数论-群组合-空间）都可以转换数值特征模和位值圆对数。在不变特征模条件下，剩下来的无量纲圆对数的“偶数性的对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换组合机制”进行可靠的分析。无量纲圆对数进行“无关数学模型，没有具体元素”，回归数学本性，实现零误差精确性的分析环境，自洽地替代现有的数学模型运算。

这就是所说的：开启了“无量纲构造”的数学新历史时期。

6.3.1、传统素数定理与圆对数概述

素数定理（prime number theorem）是素数分布理论的中心定理，是关于素数个数问题的一个命题：

设 $x\geq 1$，以 $\pi(x)$表示不超过 x 的素数的个数，当 $x\to\infty$ 时，$\pi(x)\sim Li(x)$或 $\pi(x)\sim x/\ln(x)$。（$Li(x)$为对数积分）。约在 1792 年，高斯（即约翰·卡尔·弗里德里希·高斯，Johann Carl Friedrich Gauß）经过深入分析和例证，对素数分布提出猜测：

素数定理可以给出第 n 个素数 p(n)的渐近估计：$P(n)\approx n/\ln(n)$ 。它也给出从整数中抽到素数的概率。从不大于 n 的自然数随机选一个，它是素数的概率大约是 $1/\ln(n)$。

1949 年，塞尔伯格给出的是一个完全“初等”的证明，这一结果轰动了整个数学界。〔后来有人用代替，($n\leq x$)，给出了一个连指数、对数函数都不需要的初等证明。塞尔伯格由于这项成就及其他工作而获得了菲尔兹奖，埃尔德什则与陈省身一起获得了沃尔夫数学奖。

20 世纪末-21 世纪初，中国圆对数团队提出将素数位值化（即没有具体素数数值的内容）以素数尾数的{1,3,(5=0),7,9}转换为圆对数因子表示素数所在的位置与序列。以{<u>1,3</u>,(5=0),<u>7,9</u>}转换为圆对数双因子表示孪生素数所在的位置与序列。

以自然数尾数系列$\{5\}^{K(Z\pm S)}=0$ 为中心零线（临界线），以及系列上的点自然数尾数$\{5\}^{K}=0$ 为中心零点（临界点），组成“黎曼函数-素数函数”（多素数元素的乘组合）与均值函数（多素数-元素加组合）关系：

$(1-\eta^2)^{K(Z\pm S)}=\sum\{^{(S)}\sqrt{X}\}^K/(X_0)^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\ldots\text{整数})}$

✷定义 6.3.1 横向：素数尾数以自然数“0-10”为边界对应的一个层次，特征模中心点$\{5=0\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1)}$为临界点。

素数有“{1,3,(5=0),7,9}”的四个素数分布，孪生素数以{<u>1,3</u>,(5=0),<u>7,9</u>}的二个孪生素数分布，一个素数与一个孪生素数，组成“三元数不对称性”通过“一元三次方程”处理它们之间关系。

素数尾数与圆对数： $\{1,3,(5=0),7,9\}^K$

$(1-\eta_4^2)=(5-4)/5=1$；$(1-\eta_2^2)=(5-2)/5=3$；

$(1+\eta_2^2)=(5+2)/5=7$；$(1+\eta_4^2)=(5+4)/5=9$；

孪生素数尾数系列：

$\{1,3,(5=0),7,9\}^{K(Z\pm S)}$

$(1-\eta_{[4,2]}^2)=(1/5),(3/5)]^{K(Z\pm S)}$对应(<u>1,3</u>);

$(1+\eta_{[2,4]}^2)=(7/5),(9/5)]^{K(Z\pm S)}$对应(<u>7,9</u>);

横向素数映射圆对数：

$(1-\eta_{[x]}^2)^K=(1-\eta_4^2)^K+(1-\eta_2^2)^K+(1+\eta_2^2)^K+(1+\eta_4^2)^K$

$=(1-\eta_{4,2}^2)^K+(1+\eta_{2,4}^2)^K$

横向素数映射系列圆对数：

$(1-\eta_{[x]}^2)^{K(Z\pm S)}=(1-\eta_4^2)^{(K=+1)(Z\pm S)}+(1-\eta_2^2)^{(K=+1)(Z\pm S)}$

$+(1+\eta_2^2)^{(K=-1)(Z\pm S)}+(1+\eta_4^2)^{(K=-1)(Z\pm S)}$

$=(1-\eta_{4,2}^2)^{(K=+1)(Z\pm S)}+(1-\eta_{2,4}^2)^{(K=-1)(Z\pm S)}$

横向孪生素数映射圆对数：

$$(1-\eta_{[x]}^2)=(1-\eta_{4,2}^2)^K+(1+\eta_{2,4}^2)^K;$$

横向孪生素数系列映射圆对数：

$(1-\eta_{[x]}^2)=(1-\eta_{4,2}^2)^{(K=+1)(Z\pm S)}$

$+\sum_{[y]}\{5\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\ldots\text{整数})}+(1+\eta_{2,4}^2)^{(K=+1)(Z\pm S)}$;

✷定义 6.3.2 纵向系列：素数尾数以自然数“0-10”为

边界组成多个层次，特征模$\{5\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\ldots整数)}$为临界线。

纵向素数圆对数：

$$(1-\eta_{[y]}^2)^K=\sum_{[y]}(1-\eta_4^2)^K+\sum_{[y]}(1-\eta_3^2)^K$$
$$+\sum_{[y]}\{5\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\ldots整数)}+\sum_{[y]}(1+\eta_2^2)^K+\sum_{[y]}(1+\eta_4^2)^K$$
$$=\sum_{[y]}(1-\eta_{4,2}^2)^K+\sum_{[y]}\{5\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\ldots整数)}+\sum_{[y]}(1+\eta_{2,4}^2)^K$$

纵孪生素数映射系列圆对数：

$$(1-\eta_{[y]}^2)=\sum_{[y]}(1-\eta_{\underline{[4,2]}}^2)^{(K=+1)(Z\pm S)}$$
$$+\sum_{[y]}\{5\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\ldots整数)}+\sum_{[y]}(1+\eta_{\underline{[2,4]}}^2)^{(K=-1)(Z\pm S)};$$

✷定义 6.3.3 密度圆对数：在指定的素数范围内，素数个数与自然数个数的比值，

$$(1-\eta_{[ym]}^2)=S/N$$
$$=\sum_{[ym]}(1-\eta_{1,3}^2)^{(K=+1)(Z\pm S)}+\sum_{[ym]}\{5\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\ldots整数)}$$
$$+\sum_{[ym]}(1+\eta_{7,9}^2)^{(K=-1)(Z\pm S)};$$

其中：为方便运算，

$$(1-\eta_{[ym]}^2)=(1-\eta_{[y]}^2)=\{0,1\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\ldots整数)};$$

6.3.2、圆对数与素数的不对称性分布与映射

纵向圆对数$(1-\eta_{[y]}^2)^K$是以对应规定的层次的素数个数与自然数个数的比较，组成素数密度(距离空间)以横向的中心零点{5}为纵向临界线的圆对数分布：分别有：

如，横向圆对数$(1-\eta_{(xm)}^2)^{K(Z)}=(1-0.93587)=0.006413$，随 N 增加，纵向分布测度圆对数$(1-\eta_{(ym)}^2)^{K(Z/t)}\to 0$；

$$(1-\eta_{(xm)}^2)^{K(Z)}=(\alpha_1-\beta_1)/(\alpha_1+\beta_1)^{K(Z)};$$

其中：(α_1)与(β_1)分别表示计算的左右层次；

如，纵向圆对数

$$(1-\eta_{(ym)}^2)^{K(Z)}=(1-0.93587)=0.006413,$$

随 N 增加，纵向分布测度圆对数

$$(1-\eta_{(ym)}^2)^{K(Z/t)}\to 0;$$

反映它们纵向分布的密度规律趋近于均匀性。

$$(1-\eta_{(ym)}^2)^{K(Z)}=(\alpha_2-\beta_2)/(\alpha_2+\beta_2)^{K(Z)};$$

其中：(α_2)与(β_2)分别表示计算的上下层次；反映它们纵向分布的密度规律趋近于均匀性。也就是说，在无量纲圆对数$(1-\eta_{(ym)}^2)^{K(Z)}$控制下，孪生素数分布也变得均匀性：

如：素数专项的统计：

可以认定：均匀分布素数无量纲圆对数没有素数层次空格，素数圆对数中心零点{5}为对称中心，素数概率为 1；

$$(1-\eta_{[x]}^2)^{K(Z\pm S)}=\sum(1-\eta_1^2)^{(Z\pm S)}+\sum(1-\eta_3^2)^{(Z\pm S)}$$
$$+\sum(1-\eta_7^2)^{(Z\pm S)}+\sum(1-\eta_9^2)^{(Z\pm S)}=1;$$

素数圆对数中心零线对称性：

$$\sum(1-\eta_{1,3}^2)^{(K=+1)(Z\pm S)}+\sum(1-\eta_{7,9}^2)^{(K=-1)(Z\pm S)}=0;$$

如：孪生素数专项的统计：有自然数尾数的 16 种有 7 种分布状态：可以采用“四色定理”解决分布的位置和个数。兼顾“一元三次”的不对称性分析。

$\{\underline{1，3}，(5=0)，\underline{7，9}\}$，

$\{0，0，(5=0)，\underline{7，9}\}$，$\{0，3，(5=0)，\underline{7，9}\}$，

$\{1，0，(5=0)，\underline{7，9}\}$，$\{\underline{1，3}，(5=0)，0，0\}$，

$\{\underline{1，3}，(5=0)，7，0\}$，$\{\underline{1，3}，(5=0)，0，9\}$，

$[(1-\eta_{\underline{[4,2]}}^2)，(5=0)，(1+\eta_{\underline{[2,4]}}^2)]$，

$[(1-\eta_{\underline{[4,2]}}^2)，(5=0)，7,0]$； $[(1-\eta_{\underline{[4,2]}}^2)，(5=0)，0,9]$；

$[(1+\eta_{\underline{[4,2]}}^2)，(5=0)，0,0]$； $[1,0，(5=0)，(1+\eta_{\underline{[2,4]}}^2)]$；

$[0,3，(5=0)，(1+\eta_{\underline{[2,4]}}^2)]$； $[0,0，(5=0)，(1+\eta_{\underline{[2,4]}}^2)]$；

其中：采用‘无穷公理’移动不均匀分布为均匀分布的无量纲圆对数孪生素数。成为均匀条件下没有层次的空格，“二个孪生素数之间间隔距离仅差 2 个位置”。

孪生素数无量纲圆对数中心零点{5}为对称中心，孪生素数概率为 1；

$$(1-\eta_{[x]}^2)^{K(Z\pm S)}=\sum(1-\eta_{\underline{1,3}}^2)^{(Z\pm S)}+\sum(1-\eta_{\underline{7,9}}^2)^{(Z\pm S)}=1,$$

对应特征模中心{5}；

孪生素数无量纲圆对数中心零线对称性：

$$\sum(1-\eta_{1,3}^2)^{(K=+1)(Z\pm S)}+\sum(1-\eta_{7,9}^2)^{(K=-1)(Z\pm S)}=0;$$

上述素数与孪生素数不均匀分布，转换为中心零线（临界线）不对称分布，通过圆对数中心零点（临界点）为中心的偶数性的对称与不对称的平衡交换机制，带动了素数的平衡与交换。

上述素数分布表现了强烈不对称性。转换为圆对数对称性，方便素数分析。

其中：对素数分布为无量纲位值圆对数分析，有：

圆对数“行列式”：

$(1-\eta_x^2)^{K(Z\pm S\pm(q=1,3,7,9)}$ 和$(1-\eta_y^2)^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\ldots整数)}$

分别对应不变的特征模{5}，圆对数个数分布与确定其个数、位置所在地的个数素数同步。

$$(1-\eta_{[q]}^2)^K=(1/2)((1-\eta_x^2)+(1-\eta_y^2))=\{0 到 1\};$$

无量纲圆对数素数分布定理涉及了传统的素数定理(PNT)，及素数尾数{1,3,7,9}的圆对数$(1-\eta_{[q]}^2)^K$对应{1,3,(5=0),7,9}，以自然数尾数{5}为中心的统计，包括二个素数连乘的孪生素数统计。

$$\{q\}=(1-\eta_{[q]}^2)^K(1/2)(\alpha+\beta)$$
$$=(1/2)[(1-\eta_x^2)+(1-\eta_y^2)]\cdot\{5\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3,\ldots整数)};$$

素数的纵向-横向密度采用圆对数统计，解决“论小于一个给定值的素数的个数”。

根据德比希尔著作结合前期数学家素数定理的研究

成果，引入圆对数拓展为（表格 1）-（表格 2）。认为这是素数分布最好统计形式。

参考 1901 年冯·科赫的成果。处理 $\pi(x)=Li(x)-\mathbf{O}(\sqrt{x}\ lin)$的结构，使得 $\mathbf{O}(\sqrt{x}\ lin)$等于“0”，通过圆对数把不稳定性的素数分布转换为的“中心零线（临界线）、中心零点（临界点）”纵横行列式分布的稳定性对称性分布。

无量纲素数$(1-\eta_{(q)}{}^2)^{K(Z/t)}$为$(0\text{-}10^{18})$区间密度概率：

在规定的素数区段内纵向$\sum(1-\eta_{(y)}{}^2)^{K(Z/t)}$横向$\sum(1-\eta_{(xq)}{}^2)^{K(Z/t)}$存在素数的个数,以圆对数密度概率表示，即素数个数与圆对数个数相同，区别在于素数分布的不对称性转换为密度缩小的圆对数，以中心零点{5}为中心的纵向$\sum(1-\eta_{(y)}{}^2)^{K(Z/t)}$横向$\sum(1-\eta_{(xq)}{}^2)^{K(Z/t)}$均匀对称性分布。

6.3.4、素数分布与圆对数偶数性的平衡交换机制

无量纲圆对数素数的移动（即平衡交换）原则：

以$(1-\eta_{[x]}{}^2)^K$对应的层次{10}=(q=1,2,3,…整数)、横向分布,以 $(1-\eta_{[x]}{}^2)^{K(Z\pm S)}$对应{5}为对称中心零点左右二侧 P=(1,3,(5=0),7,9)应用它们的平衡交换规则，填补空格，满足圆对数的均匀性：

无量纲圆对数平衡交换规则：不变素数，不变特征模，不变同构圆对数实现平衡交换，仅仅通过圆对数性质属性的正中反转换，由正命题转换成逆命题。

正命题$^{(K=+1)}$↔圆对数中心零点$^{(K=\pm0)}$↔逆命题$^{(K=-1)}$，通过素数（含孪生素数）映射填满空格，确保素数圆对数没有空格，满足无量纲圆对数的均匀分布。

表现：如空格位置(x)与多余的素数[x],通过圆对数性质属性相互映射，以“↔”符号表示。

“(1)↔[3]，(1)↔[7]，(1)↔[9]，

(3)↔[7]，(3)↔[9]，(7)↔[9]，(1,3)↔[7,9]”，

素数的偶数性的平衡交换的四种形式：

$$(1-\eta_{(x=1)}{}^2)^{(K=+1)K(Z\pm S)}\leftrightarrow(1-\eta_{(x=5=0)}{}^2)^{(K=\pm0)K(Z\pm S)}\leftrightarrow(1-\eta_{(x=9)}{}^2)^{(K=-1)K(Z\pm S)};$$

$$(1-\eta_{(x=3)}{}^2)^{(K=+1)K(Z\pm S)}\leftrightarrow(1-\eta_{(x=5=0)}{}^2)^{(K=\pm0)K(Z\pm S)}\leftrightarrow(1-\eta_{(x=7)}{}^2)^{(K=-1)K(Z\pm S)};$$

$$(1-\eta_{(x=1)}{}^2)^{(K=+1)K(Z\pm S)}\leftrightarrow(1-\eta_{(x=5=0)}{}^2)^{(K=\pm0)K(Z\pm S)}\leftrightarrow(1-\eta_{(x=3)}{}^2)^{(K=-1)K(Z\pm S)};$$

$$(1-\eta_{(x=3)}{}^2)^{(K=+1)K(Z\pm S)}\leftrightarrow(1-\eta_{(x=5=0)}{}^2)^{(K=\pm0)K(Z\pm S)}\leftrightarrow(1-\eta_{(x=9)}{}^2)^{(K=-1)K(Z\pm S)};$$

其中：素数尾数$\{1.3.7.9\}^{K(Z\pm S)}$对应的“位值（个，十百、千、万，…）”幂函数数字（S=1,2,3,4,5…）；

孪生素数偶数性的平衡交换形式：

$$(1-\eta_{(x=\underline{4,2})}{}^2)^{(K=+1)K(Z\pm S)}\leftrightarrow(1-\eta_{(x=5=0)}{}^2)^{(K=\pm0)K(Z\pm S)}\leftrightarrow(1+\eta_{(x=\underline{42})}{}^2)^{(K=-1)K(Z\pm S)};$$

其中：孪生素数尾数$\{\underline{1.3}.\underline{7.9}\}^{K(Z\pm S)}$对应的“位值（个，十百、千、万，…）”幂函数数字（S=1,2,3,4,5…）；

素数尾数表示：

$4651=1^{K(S=4650)}$；$2473=3^{K(S=2470)}$；$4157=7^{K(S=4150)}$；$4969=9^{K(S=4960)}$；…；

算法优越性：素数数值和中心零点不变，素数尾数，不影响“组合数的奇数-偶数”，这样素数的计算内容压缩为“四个素数尾数”和“二个孪生素数”对应的无量纲圆对数，幂函数(Z±S)对应无穷的素数。

6.3.5、圆对数素数定理

无量纲位值圆对数不代表具体素数数值，仅代表它们的位置与序列。素数在均匀圆对数中对应的数值为“4”个元素分布，孪生素数在均匀圆对数中对应的数值为“2”个元素分布，确保无量纲圆对数偶数性的平衡交换。通过素数调整映射“在某个区域的素数压缩”的圆对数没有空项，保持素数分布的不均匀性和圆对数的对称性。

素数定理可以给出第 n 个素数 p(n)的渐近估计：按照密度圆对数规则分布，它也给出从整数中抽到素数的概率。从不大于 n 的自然数随机选一个，它是素数在各个区段（均匀分布）的个数采用圆对数表示。表示四个素数尾数通过圆对数还原原来的素数数值，其中的中心零线（临界线）与中心零点（临界点）对应特征模$\{5\}^{K(Z\pm S)}$稳定性不变。

总元素不变下，全体素数$\{1,3,7,9\}^{K(Z\pm S)}$符合圆对数$(1-\eta_{(q)}{}^2)^{K(Z\pm S)}$，由于有“映射”的调整为对称性，除个别素数点分布在圆对数曲线附近，不影响整个圆对数的描述。称圆对数素数定理

圆对数素数定理

$$(1-\eta_{(q)}{}^2)^{K(Z\pm S)}=[Li(x)-\pi(N)]/Li(x)+\pi(N)$$
$$=(\alpha-\beta)/(\alpha+\beta)^{K(Z\pm S)}\rightarrow0;\ q=1,2,3,\dots(\text{序列});$$

其中：(α-β)/(α+β)为相邻纵向上(α)与下(β)二个序列的“素数个数”成为无量纲圆对数无穷构造集。这个分布规则与现有素数分布规则一致，是以无量纲圆对数形式表示。

$(1-\eta_{(q)}{}^2)^{K(Z)}=(\alpha-\beta)/(\alpha+\beta)$；$(1-\eta_{(y)}{}^2)^{K(Z)}$位值圆对数

（表格 6.1）素数纵向分布测度与圆对数

	序列(q)	N	N/π(N)	个数	密度圆对数$(1-\eta_{(q)}{}^2)^{K(Z)}=(\alpha-\beta)/(\alpha+\beta)$	$(1-\eta_{(y)}{}^2)^{K(Z)}$位值
圆对数						
	1	$(1-\eta_{(1)}{}^2)$	10^3	5.9524	1	
	2	$(1-\eta_{(2)}{}^2)$	10^6	12.7392	(12.7392 - 5.9524)/(12.7392 +5.9524)	0.36369
	3	$(1-\eta_{(3)}{}^2)$	10^9	19.6665	(19.6665- 12.7392)/ (19.6665+12.7392)	0.21367
	4	$(1-\eta_{(4)}{}^2)$	10^{12}	26.5901	(26.5901- 19.6665)/ (26.5901+ 19.6665)	0.14967
	5	$(1-\eta_{(5)}{}^2)$	10^{15}	33.6247	(33.6247- 26.5901)/ (33.6247+ 26.5901)	0.11689
	6	$(1-\eta_{(6)}{}^2)$	10^{18}	40.4204	(40.4204- 33.6247)/ (40.4204+33.6247)	0.09177

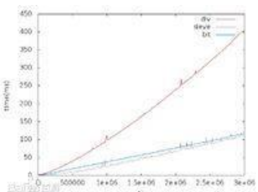
分布概率：$\sum(1-\eta_{(y)}{}^2)^{K(Z/t)}=1+0.36369+0.21367+0.14967+0.11689+0.09177=0.93587\to 2$；

分布规律：$\sum(1-\eta_{(y)}{}^2)^{K(Z/t)}=1\to 0.36369\to 0.21367\to 0.14967\to 0.11689\to 0.09177\to 0$；

N/π(N)表示：103/168=5.9524（第一项序）；106/78498=12.7392（第二项序）；……；

（表格 6.1）素数纵向分布测度与圆对数

下图比较了 π(x)，x/ln(x)和 Li(x)-π(N)（图 6.2）和圆对数（含孪生素数）渐近线$(1-\eta_{[y]}{}^2)^{K(Z)}$密度变化趋近零：意味着素数尾数{1,3,7,9}对应的素数分布(测度、距离、空间)趋近平稳（图 6.3）。

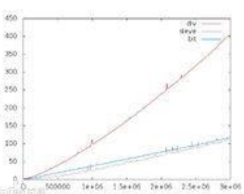


（图 6.2） 传统素数定理概述图

（图 6.3）素数（$x=0,10^3,10^6,10^9,10^{12},10^{15},10^{18}$）圆对数曲线分布图

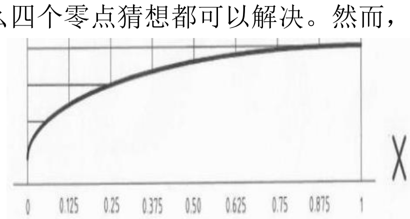
6.4、无量纲圆对数破解黎曼零点猜想

1859 年 8 月，佰恩哈德·黎曼提出了一篇论文《论小于一个给定值的素数有几个？》，文中黎曼探索了普通算术中一个看似简单的问题，并且为此创造了一个非常



强大而精妙的数学对象和哪个对象的猜测。被称为“黎曼零点猜想”，也称“黎曼假设”。

1900 年希尔伯特把黎曼函数的特殊零点猜想还包含哥德巴赫猜想、孪生素数猜想、朗道-西格尔零点猜想为一个猜想，因为它们都涉及素数分布定理，一旦解决了，那么四个零点猜想都可以解决。然而，解决零点猜想是



一个方面，更重要地是找到一个新的数学方法或数学结构，解决当前数学的困境。

已经越来越清楚，黎曼假设掌握着打开各种科学和数学研究之门的钥匙，黎曼函数成为不断地联系着当前各个学科的数学模型。165 年来，许多国家研究部门投入大量财力、人力、物力，探索黎曼零点猜想，无果，至今一直是一个迷。

在这个时代大背景下无量纲圆对数应运而生，通过它验证了“自然数公理或任意有量纲系统公理化”具有天生的不完整性。如“数值分析平衡不能交换，逻辑分析映射不能平衡”。如哥德尔不完备性定理所说的：“系统的自身不能自证系统的真伪”，这是一系列世纪性数学难题无解的根本原因。怎么办？许多数学家认为“必须寻找新的数学构造”。

在古今中外前辈数学家成果的基础上，圆对数团队创建性发现一种新的无穷构造集无量纲圆对数。任意一个数值函数集-逻辑对象集，都可以转换为无量纲圆对数集，无穷集无量纲圆对数的每一个子集都特有一种“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”，每一步分析运算程序都在进行自我平衡与交换，确保运算零误差的高精确性、权威性、公正性——这是当前（有量纲）数学体系所没有的这么一个无穷构造集。

其中，无量纲圆对数自身具有完整性的圆对数公理化和偶数性的对称与不对称的平衡交换机制，具有无关数学模型，没有具体元素干扰，确保每一个自身程序零误差分析与证明。也就是说，这是一个与众不同的第三方构造集身份。可以应用道黎曼函数零点猜想有关数学问题上去证明、去分析、去运算。

黎曼假设归纳起来为二个问题，通过这种无穷构造集破解，彻底解开了黎曼零点猜想（包含哥德巴赫猜想、孪生素数猜想、朗道-西格尔零点猜想）在任意数学分析中，占据了重要的无可替代的公理作用。

第一个问题：首先解决素数分布定理，如何把素数的“不均匀转换为对称性”分布的方法。以圆对数的平衡交换机制解决对称性分布，圆对数带动素数的映射的调整，获得素数圆对数稳定性的中心零点。称圆对数素数定理。

第二个问题：“黎曼假设的所有非平凡零点的实部都是(1/2)”。黎曼 ζ 函数被写成：“各个素数系列的总和$\sum\zeta(x^{(-S)})$”，称“倒数之和”。由于素数性质属性与指数函数性质属性不一致的矛盾，圆对数调整写成“倒数之和再倒数$\sum\zeta(x^{(-1)})^{(K=-1)(Z\pm S)}$”。

性质属性(K=+1,-1,±0,±1)控制着黎曼 ζ 函数的稳定

性和收敛性，不失黎曼函数一般性。根据第一个问题的圆对数素数定理，获得素数圆对数稳定性的对称性，有：

（1）、中心零线（临界线）对应（正中反均值函数）素数特征模系列，

（2）、中心零点（临界点）对应（正中反均值函数）素数特征模点。即“黎曼假设的所有非平凡零点的实部都是(1/2)或(1)。

其中：所有非平凡零点的实部都是(1/2)是指{0,1}区域，坐标移动不影响具体数值，也可以都是(0)是指{0,±1}区域。中心零点（临界点）在中心零线（临界线）上，这个“所有非平凡零点的实部都是(0)”在、中心零线（临界线）对应的特征模。

应用无量纲圆对数解决素数分布为对称性，这是破解黎曼ζ函数零点猜想首要难题。

核心是在于用什么方法或手段解决素数具有强烈的不对称性的分布，遇到了“非平凡零点的实部都是(1/2)，即坐标移动不影响中心零点特征，圆对数为了表示对称性，写成（0,±1），对称中心零点为0”。

那么为什么不能采用“素数”直接进行平衡交换处理？

理由：皮亚诺公理“不证自明”的平衡计算，不能解决由于二个素数之间的不对称性不能直接“映射/态射/移动/投影”；逻辑“集合论公理化”，如：素数 3≠7 不能交换，3→7 不能平衡。

只有通过圆对数映射（即无量纲构造特有的偶数性对称与不对称‘无穷公理’平衡交换组合机制），通过圆对数调整（映射、态射、移动）为对称性，带动了素数成为素数圆对数密度描述，以（缩小）圆对数数值，通过中心零点进行对称性的平衡与交换。

也就是说，“黎曼ζ函数的素数，通过‘无穷公理’圆对数调整素数为均匀，则所有“非平凡零点的实部”（临界点）都是中心零点(0)”的稳定性与对称性。

本文已有具体分析已经有专题阐述，不重复（略）。这里简要介绍破解黎曼零点猜想（黎曼假设）的过程，通过大家参考或理解。

第一步：解决区段内横向（多行）层次：

$$(1-\eta_{[x]}^2)^{K(Z\pm S)}=\{^{(4)}\sqrt{D/D_0}\}$$

的解析的根素数确定素数根或素数个数，以圆对数中心零点$(1-\eta_{[x]}^2)^{K(Z\pm S)}\cdot\{5\}$形式，{5=(0,±1)}垂直划分纵向分别为中心零线（临界线）为“0”和边界线为“±1”，对应（缩小）的数值因子，

第二步：解决区段内纵分布：

$$(1-\eta_{[y]}^2)^{K(Z\pm S)}=[(\alpha_{qx})-(\beta_{qx})]/[(\alpha_{qx})+(\beta_{qx})],$$

圆对数中心零点以 N 个 10 为底

$$(1-\eta_{[y]}^2)^{K(Z\pm S)}=(1\pm 0/10)\cdot\{10\}”$$

的分段。统计的素数（多行-层次）分为左向-右向对称性实现平衡与交换。计算的优越性是圆对数中心零点

$$(1-\eta_{[x]0}^2)^{K(Z\pm S)}=(1\pm 0/5)\cdot\{5\}不变。$$

第三步：解决区段内纵向-横向素数（含孪生素数）不对称分布，通过“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”，以特征模{5}为中心零线（临界线），（严格地说不能直接移动映射，必须通过圆对数的平衡交换，带动素数）进行映射。把残缺项序撤销该项序，素数移动到空格填补，这样，这个区段内纵向-横向素数（含孪生素数）不对称分布转换为无量纲素数圆对数对称性分布。

第四步：素数圆对数对称性分布反映射获得区段内

$$(1-\eta_{[x]}^2)^{K(Z\pm S)}和(1-\eta_{[y]}^2)^{K(Z\pm S)}.$$

并且保持中心零线（临界线）中心零点（临界点）不变的稳定性。为破解中心零点猜想奠定了基础。

如：$(1-\eta_{(q)}^2)^{(K=-1)(Z\pm S)}=(\alpha-\beta)/(\alpha+\beta)^{(K=-1)(Z\pm S)}\to 0$,(减组合)

中心零点（临界线、临界点）适应黎曼函数零点分析

如：$(1-\eta_{(q)}^2)^{(K=-1)(Z\pm S)}=(\alpha-\beta)/(\alpha+\beta)^{(K=+1)(Z\pm S)}\to 2$,(加组合)中心零点（临界线、临界点）适应哥德巴赫猜想零点分析。

如：$(1-\eta_{(q)}^2)^{(K=-1))(Kw=-1)(Z\pm S)}=(\alpha+\beta)/(\alpha-\beta)^{(K=-1)(Z\pm S)}\to 1$,中心零点（临界轴线、临界点）适应朗道-西格尔零点猜想的第一个零点（圆环（内部）点和中心轴线、减组合）分析。

如：$(1-\eta_{(q)}^2)^{(K=-1))(Kw=+1)(Z\pm S)}=(\alpha+\beta)/(\alpha-\beta)^{(K=-1)(Z\pm S)}\to 0$,

中心零点（临界线、临界点）适应朗道-西格尔零点猜想的第二个零点（圆球（外部）点和中心轴线、加组合）分析。

现在需要数学具体证明：素数区段内纵向-横向素数（含孪生素数）不对称分布，以中心零点{5}不变的层次或段次的圆对数对应素数个数（或根素数），转换为无量纲圆对数（缩小的）均匀分布理由。证明方法采用第三方构造的无量纲圆对数：

证：

设：区段内（横向-纵向）素数尾数

$$\{X\}^{K(Z\pm S\pm 4)}=\{x_ax_bx_cx_d\}=\{^{K(4)}\sqrt{(x_ax_bx_cx_d)}\}^{K(Z\pm S\pm 4)},$$

对应任何素数尾数的{1,3,7,9}四个数值无穷展开，它们存在特征模（正中反均值函数）{5=0}、{10=0}二种形式。

（1）、区段内任何素数尾数纵向总段对应特征模中心零线（临界线）$\{10^{K(1N)}=0\}$(素数), $\{5^{K(2N)}=0\}$(孪生素数)。

（2）、区段内任何素数尾数横向每一个小段对应特

征模中心零点（临界点）(素数)$\{5^{K(1N)}=0\}$，(孪生素数)$\{5^{K(2N)}=0\}$，即中心零线（临界线）各个中心零点（临界点），包含临界线上各个临界点。

（3）、最后，圆对数中心零点{5}分解为区段内纵向左右二个不对称性函数，转换为区段内二个圆对数因子对称分布，实现平衡与交换。

$$(1-\eta_{(q)}^2)^{(K=-1))(Kw=+1)(Z\pm S)}=(\alpha-\beta)/(\alpha+\beta)^{(K=-1)(Z\pm S)}\le 1,$$

（与不对称性分布的比较成为缩小的圆对数）分别对应区段之间特征模{10=0}和区段内部特征模{5=0}；其中：还包括$\{5^{K(1)}=0\}$表示“1-1 组合”适应素数统计分析，$\{5^{K(2)}=0\}$表示“2-2 组合”，适应孪生素数统计分析。

边界数值：无穷素数任意四个素数尾数{1,3,7,9} 其完整性是可确定的（纵向、横向）四个素数连乘。对于空缺的素数（不能组成完整的四个素数项）则不可确定。

已知：四个素数乘组合：

$$\{D\}^{K(S)}=\{^{K(S)}\sqrt{D}\}^{K(Z\pm S\pm[Q]\pm(N)+(q=4))/t};$$

四个素数特征模（平均值）中心点{5}分解素数分布为二个不对称性分布，通过圆对数转换为对称性分布进行平衡与交换。

如果素数统计，遇到了“空缺、空项”，该“空缺”对于：乘组合为“1”，加组合为“0”的方式分析统计。

不完整性的素数分布为：（二个素数的）一元二次方程式（其中包含二个孪生素数）：（一元三个素数的）三次方程式（其中包含一个孪生素数）：前面已经有阐述例。

以完整性素数分布为例：组成素数分布为一元四次方程式：

计算特征：横向点的特征模{5=0},纵向线的特征模{10=0}进行分区段为$\{5\}^{K(Z\pm S\pm[Q]\pm(N)+(q=4))/t}$；

$\{D_a+D_b+D_c+D_d\}$分别对应素数{1,3,(5=0),7,9}转换为无量纲圆对数$(1-\eta_a^2)^K+(1-\eta_b^2)^K+(1-\eta_c^2)^K+(1-\eta_d^2)^K$

素数个体统计“1-1 组合”特征模（均数值函数）：

$$\{D_0\}^{K(1)}=(1/4)\{D_a+D_b+D_c+D_d\}/\{X^{(1)}\}^K$$
$$=(1/4)[(1-\eta_a^2)^K+(1-\eta_b^2)^K+(1-\eta_c^2)^K+(1-\eta_d^2)^K]\cdot\{5^{(1)}\}^K;$$

孪生素数统计“2-2 组合”特征模（均数值函数）；

$$\{D_0\}^{K(2)}=(1/6)\{x_ax_b+x_ax_c+x_ax_d+x_bx_c+x_bx_d+x_cx_d\}/\{X^{(2)}\}^K$$
$$=(1/6)[(1-\eta_{ab}^2)^K+(1-\eta_{ac}^2)^K+(1-\eta_{ad}^2)^K+(1-\eta_{bc}^2)^K+(1-\eta_{bd}^2)^K$$
$$+(1-\eta_{cd}^2)^K]\bullet\{5^{(2)}\}^K;$$

区段内“素数概率统计”圆对数：

$$(1-\eta_{[x]}^2)^{K(1)}=\{x_a+x_b+x_c+x_d\}/\{X\}^{K(1)}$$
$$=(1-\eta_a^2)^K+(1-\eta_b^2)^K+(1-\eta_c^2)^K+(1-\eta_d^2)^K=1;$$

区段内“素数概率统计”圆对数中心零线(临界线)：

$$(1-\eta_{[x]}^2)^{K(1)}=\{x_a+x_b+x_c+x_d\}/\{X\}^{K(1)}$$
$$=(1-\eta_a^2)^K+(1-\eta_b^2)^K+(1-\eta_c^2)^K+(1-\eta_d^2)^K=1;$$

区段内“素数概率统计”圆对数中心零点(临界线)：

$$(1-\eta_{[x]}^2)^{K(1)}=\{x_a+x_b+x_c+x_d\}/\{X_0\}^{K(1)}$$
$$=(1-\eta_a^2)^K+(1-\eta_b^2)^K+(1-\eta_c^2)^K+(1-\eta_d^2)^K=0;$$

区段内“素数拓扑统计”圆对数：

$$(1-\eta_{[x]}^2)^{K(1)}=\{x_a+x_b+x_c+x_d\}/\{X\}^{K(2)}$$
$$=(1-\eta_a^2)^K+(1-\eta_b^2)^K+(1-\eta_c^2)^K+(1-\eta_d^2)^K=1;$$

区段内“素数拓扑统计”圆对数中心零线(临界线)：

$$\{D_0\}^{K(2)}=(1/6)\{x_ax_b+x_ax_c+x_ax_d+x_bx_c+x_bx_d+x_cx_d\}/\{X^{(2)}\}^K$$
$$=(1/6)[(1-\eta_{ab}^2)^K+(1-\eta_{ac}^2)^K+(1-\eta_{ad}^2)^K+(1-\eta_{bc}^2)^K+(1-\eta_{bd}^2)^K$$
$$+(1-\eta_{cd}^2)^K]=1;$$

区段内“素数拓扑统计”圆对数中心零点（临界线）对称性：

$$(1-\eta_{[x]}^2)^{K(1)}=(1/6)\{x_ax_b+x_ax_c+x_ax_d+x_bx_c+x_bx_d+x_cx_d\}/\{X_0^{(2)}\}^K$$
$$=(1/6)\{x_ax_b+x_ax_c+x_ax_d+x_bx_c+x_bx_d+x_cx_d\}/\{X^{(2)}\}^K=0;$$

区段内“横向孪生素数拓扑圆对数”，圆对数中心零点{5}不变，分别有$[(\alpha_{qx})与(\beta_{qx})]^{K(2)}$：

$$(\alpha_{qx})=(x_a+x_b)^{K(2)};\ (\beta_{qx})=(x_c+x_d)^{K(2)}$$
$$(1-\eta_{[x]}^2)^K=\{[(\alpha_{qx})-(\beta_{qx})]/[(\alpha_{qx})-(\beta_{qx})]\}^{K(2)}=(0,1);$$

满足概率-拓扑临界线对称性，对应系列：

$$(1-\eta_{C}^2)^K=[\textstyle\sum(1-\eta_a^2)^K+\sum(1-\eta_b^2)^K]^{K(1)}=\{0,\ \pm1\}^{K(Z\pm S\pm4)};$$
$$(1-\eta_{C}^2)^K=[\textstyle\sum(1-\eta_{ab}^2)^K+\sum(1-\eta_{bd}^2)^K]^{K(2)}=\{0,\ \pm1\}^{K(Z\pm S\pm4)};$$

满足概率-拓扑临界点对称性：

$$(1-\eta_{C}^2)^K=[\textstyle\sum(1-\eta_a^2)^K+\sum(1-\eta_b^2)^K]^{K(1)}=0;$$
$$(1-\eta_{C}^2)^K=[\textstyle\sum(1-\eta_{ab}^2)^K+\sum(1-\eta_{bd}^2)^K]^{K(2)}=0;$$

规定范围内“素数”圆对数个体统计：

$$(1-\eta_q^2)^K=(\alpha_q-\beta_q)/(\alpha_q+\beta_q)^{K(Z)}=(1-\eta_x^2)^K+(1-\eta_y^2)^{K(Z)}$$
$$=\{1\to0\}^{K(Z)};\quad(q=1,2,3,\ldots圆对数个数);$$

其中：$(1-\eta_x^2)^K$与$(1-\eta_y^2)^{K(Z)}$组成：包括密度圆对数对应“素数个数/自然数个数”的组成。

6.4.1、素数与无量纲圆对数的映射

连续有四个素数{1,3,7,9}占据了四个或四个以上的项序，通过圆对数偶数性‘无穷公理’平衡交换组合机制，

（1）、素数{1,3,7,9}分别映射为解决同区域素数移动，中心零点(5=0)不变：

$$1^{K(s=a\ 项序)}\to(1-\eta_a^2)^K\{1\}^{K(s=M\ 项序)},\ (5=0),$$
$$3^{K(s=b\ 项序)}\to(1-\eta_b^2)^K\{3\}^{K(s=M\ 项序)},$$
$$7^{K(s=c\ 项序)}\to(1-\eta_c^2)^K\{7\}^{K(s=M\ 项序)},\ (5=0),$$

$9^{K(s=d\ 项序)} \to (1-\eta_d^2)^K \{9\}^{K(s=M\ 项序)}$，

（2、）素数{1,3,7,9}分别映射为解决同区域素数移动为解决夸同区域素数移动，补充移动的素数到相应空缺位置。取消其它空格，组成具有完整项序分布的序列，如任意需要移动的例如空缺素数{3}的跨区域移动例：

$\{3\}^{K(s=a\ 项序)} \leftarrow (1-\eta_a^2)^K \{1\}^{K(s=M\ 项序)}$，(5=0)，

$\{3\}^{K(s=b\ 项序)} \leftarrow (1-\eta_b^2)^K \{3\}^{K(s=M\ 项序)}$，

$\{3\}^{K(s=c\ 项序)} \leftarrow (1-\eta_c^2)^K \{7\}^{K(s=M\ 项序)}$，(5=0)，

$\{3\}^{K(s=d\ 项序)} \leftarrow (1-\eta_d^2)^K \{9\}^{K(s=M\ 项序)}$，

通过无量纲对称性圆对数分析确保中心零线（临界线）和临界线上的中心零点（临界点）满足中心零点在{+1,0,-1}的稳定性、对称性。反过来验证了素数通过圆对数的平衡交换机制带动了素数的映射，撤销圆对数后，恢复原来的素数。

其中：K 性质属性；(Z)无穷；(±S)素数总个数；(±Q))横向素数个数；(±M)纵向层次素数个数；(±q)素数组合形式。

无特别说明的一般指素数尾数奇数{1,3,(5=0),7,9}四个素数代码（素数尾数）数值无穷展开。这里，圆对数仅表示素数所在地的位置，没有具体素数实质，通过素数圆对数中心零点{5}在{1，0}内确定素数位置后，再确定具体素数数值。

6.4.2、在假设某个层次区域内圆对数素数定理

（1）、横向圆对数密度：横向素数圆对数中心零点{5}为左右二侧不对称素数分布：$\{X_{ax}\}$和$\{X_{bx}\}$；

横向圆对数密度：

$$(1-\eta_{[x]}^2)=\{X_{ax}-X_{bx}\}/\{X_{ax}+X_{bx}\}\le 1;$$

（称缩小的圆对数为横向均匀分布）

该区段 n 层次全体素数(P)/全体自然数(N)：

$$(1-\eta_{(Px)}^2)^{K(Z)}=\{(P)/(N)\}^{K(Z)};$$

（2）、纵向圆对数密度：纵向是属于一元四次方程分析与统计，在假设某个层次区域内统计的密度数字，即纵向分布的上下层次之间的不对称素数分布$\{P_{ay}\}$和$\{P_{by}\}$

纵向不对称性圆对数统计：

$$(1-\eta_{(Py)}^2)^{K(Z)}=[\{P_{ay}-P_{by}\}/\{P_{ay}+P_{by}\}^{K(Z)};$$

表示该 n 层次中心上下层次素数不对称性。

该区段 n 层次全体素数(P)/全体自然数(N)：

$$(1-\eta_{(Py)}^2)^{K(Z)}=\{(P)/(N)\}^{K(Z)};$$

素数密度表示这个层次素数与全体自然数之比，孪生素数密度表示这个层次素数与全体自然数之比；

孪生素数纵向密度：$(1-\eta_{(y)}^2)^{K(Z)}=(Y_n)/(Y_0)$；$(Y_0)$表示该 n 层次素数/全体自然数;

如，区段 n 层次 400 个素数内在个数密度不对称性 0.4175 范围内圆对数不对称性为 0.005988；

如，区段 n 层次 10^{18} 个素数内在个数密度不对称性 0.09177 范围内圆对数不对称性为为 0.000008；

由此，解决黎曼函数零点猜想的第一个问题

比较：区段 n 层次纵向无量纲圆对数密度比传统素数数值统计，具有更清晰、更精确的确定性统计，由于映射为圆对数的对称性、均匀性分布，计算更方便。

$$(1-\eta_{[y]}^2)=[N/\pi(N)-Li(x)]/[N/\pi(N)+Li(x)]\to 0;$$

多层次的纵向圆对数密度统计：

$$(1-\eta_{[y]}^2)= (1-\eta_{[y1]}^2)+ (1-\eta_{[y2]}^2)+\ldots+ (1-\eta_{[y]}^2)=\{0，1\};$$

圆对数 $(1-\eta_{[y]}^2)=\{1\to 0\}$以无量纲形式表示趋近均匀的某个常数，可以与传统素数定理衔接、拓展。更好地实现纵向-横向的个数和密度方便统计。

同理：孪生素数横向-纵向分布的不对称性，同样转换为孪生素数的圆对数统计，把不对称性孪生素数分布为无量纲圆对数对称性状态。

以素数尾数的个数转换（映射）调整为圆对数的对称性纵向/横向密度，称“圆对数素数定理”。

6.4.3、关于中心零点问题的解释

根据黎曼函数和性质属性，解决函数的单调收敛性，转换（映射）调整为圆对数的均匀和对称性分布，很容易保持系列的中心零线（临界线）和素数个体点的中心零点（临界点）对称性。

（1），传统数学以极限（极值）方式处理 X 是两个数列的收敛点

当 n 趋向于无穷时，$\lim(X_{an})=\lim(X_{bn})=X$ 属于$[X_a,X_b]$

下面证明这个收敛点是一个零点（单连通）：由于函数连续,而且 lim(an)(n-->无穷)=X

因此：$f(x)=\lim(f(X_{an}))$(n-->无穷)=<0(这是因为有正反向工作时 $f(X_{an})<0$)

同理：$f(x)=\lim(f(X_{bn}))$(n-->无穷)>=0，于是 f(x)=0；

其中：(n-->=)表示平衡与交换的符号。

因此：X 是一个零点而且 X 属于[a,b](中心)极限点。

（2），以圆对数联立方式处理 X 是两个数列的极值点：（见下面章节证明）。

获得中心零点：

$$(1-\eta^2)^K=\{0,(1/2),1\},或(1-\eta^2)^K=\{-1,(0),+1\};$$

（坐标移动不影响方程式数值）。

中心零线（临界线）$(1-\eta_0^2)^K=\{1\}$表示特征模系列中心线（点）和周围元素同步变化关系；

中心零点（临界点）$(1-\eta_c^2)^K=\{0\}$表示特征模系列中心线对应的各个中心点和周围元素位置关系；并且应用概率-拓扑圆对数中心零点和特征模（正中反均值函数）关系，解析群组合的各个根。

（3），圆对数中心零线（临界线）对应特征模满足整体的对称性：

$$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm1)}=[\sum(1-\eta_A^2)^{(K=+1)}+\sum(1-\eta_0^2)^{(K=\pm1)}+\sum(1-\eta_B^2)^{(K=+1)}]=2,$$

$$\sum(1-\eta_0^2)^{(K=\pm1)}=[\sum(1-\eta_A^2)^{(K=+1)}+\sum(1-\eta_B^2)^{(K=+1)}]=1,$$

（4），圆对数中心零点（临界点）对应特征模内部中心零点与周围元素的对称性：

$$(1-\eta_C^2)^{K(Kw=\pm1)}=[\sum(1-\eta_{\Delta a}^2)^{(Kw=+1)}+\sum(1-\eta_0^2)^{(Kw=\pm0)}=\sum(1-\eta_{\Delta b}^2)^{(Kw=-1)}]^{(K=\pm1)}=1,$$

$$\sum(1-\eta_0^2)^{(K=\pm0)}=[\sum(1-\eta_{\Delta a}^2)^{(K=+1)}+\sum(1-\eta_{\Delta b}^2)^{(K=+1)}]=0,$$

（5），数值的交换规则：

原命题不变、特征模不变、同构圆对数（含圆对数位值、数值因子）形式不变，仅仅通过圆对数幂函数性质属性进行随机与不随机的正中反向的转换，此时才能进行素数的各种组合的平衡与交换。

$$[X_a]=(1-\eta_C^2)^{K(Kw=\pm1)}[X_0]$$
$$=[\sum(1-\eta_{\Delta a}^2)^{K(Kw=+1)}[X_0]$$
$$\leftrightarrow\sum(1-\eta_{\Delta b}^2)^{K(Kw=-1)}[X_0]$$
$$\leftrightarrow\sum((1-\eta_c^2)^{(K=\pm1)}[X_0]=[X_b],$$

（6），数值的交换后，获得各个根解析：

有：获得各个素数根，根据根的个数可以进行素数的统计分析。

$$x_a=(1-\eta_a^2)X_0;\quad x_b=(1-\eta_b^2)X_0;\quad \cdots;$$

有：获得孪生素数根，根据根的个数可以进行孪生素数的统计分析。

$$x_{ab}=(1-\eta_{ab}^2)X_0^{(2)};\quad x_{cd}=(1-\eta_{cd}^2)X_0^{(2)};\quad \ldots;$$ （证毕）

6.4.4、素数分布通过无量纲圆对数映射结论

任意二个（多个）素数或者任意二个（多个）数值-逻辑对象的平衡，不能直接组合与交换，必须依靠无量纲圆对数中心零点的对称性，当中心零点左右圆对数因子相同时，才能进行（圆对数中心零点不动位置-位值）平衡组合与转换，进一步证实了传统数学（数值分析互逆性的平衡不能交换、逻辑分析互逆性的映射不能平衡）即：“没有偶数性平衡交换机制”的，不能直接转换的数学基础性。这里，如哥德尔所说的：传统数学因“系统不完备性”，所以系统不能自证系统内的真伪原因。

7、无量纲圆对数与欧氏空间-酉空间-辛空间的衔接

当前的数学有“经典代数”和“近代代数”二大数学体系。它们各有所长，也各有所短。表现为：

（1）、数值分析：采用经典数学只能计算（如许多不对称性计算没有解决）平衡问题，不能处理交换关系问题；

（2）、逻辑分析：采用逻辑数学只能关系（如许多不对称性拓扑没有解决），态射不能可靠地解释逻辑对象（内外部）平衡计算问题。

针对数值分析和逻辑分析存在的缺陷，许多国家的科学家、数学家都在探索。

中国圆对数团队以无量纲圆对数构造集特有的“偶数性对称与不对称平衡交换机制”，成为完备性的系统，创建性解决了它们它们的缺陷给与转换为无量纲圆对数构造集一体化的统一分析。

7.1、经典代数的概述

经典代数的起源可以追溯到古巴比伦的时代。当时的人们发展出了较之前更进步的算术系统，使其能以代数的方法来做计算。经由此系统地被使用，他们能够列出含有未知数的方程并求解，这些问题在今日一般是使用线性方程、二次方程和不定线性方程等方法来解答的。相对地，这一时期大多数的埃及人及西元前 1 世纪大多数的印度、希腊和中国等数学家则一般是以几何方法来解答此类问题的，如在兰德数学纸草书、绳法经、几何原本及九章算术等书中所描述的一般。希腊在几何上的工作，以几何原本为其经典，提供了一个将解特定问题解答的公式广义化成描述及解答代数方程之更一般的系统之架构。

在古代，当算术（arithmetic）里积累了大量的，关于各种数量问题的解法后，为了寻求有系统的、更普遍的方法，以解决各种数量关系的问题，就产生了代数（algebra）以解代数方程的原理为中心问题的初等代数。

比如，如果你认为“代数学”是指解 bx+k=0 这类用符号表示的代数方程的技巧。这种“代数学”是在十六世纪才发展起来的。后来，从方程式计算根的原理发展成为“经典代数”。称“数值分析”

数值分析：称经典代数式，是由数和表示数的字母经有限次加、减、乘、除、乘方和开方等代数运算所得的式子，或含有字母的数学表达式称为代数式。

例如：ax+2b，－2/3，b^2/26，√a+√2 等。

经典代数数论是研究代数数域和它的代数整数环的代数和算术性质的，而高维代数簇是基本域 K 上代数方程组的解，比如一维代数簇就是 K 上的代数曲线，考虑代数簇上的整数点，这就成了数论问题。

根据德国 F.Klein（克莱因）的 Erlangen 纲领（爱尔兰根纲领），几何学是研究某些数学对象在某个群作用不变量的理论。

这些都可以归纳为“数值分析”的数学体系。最突出的贡献是欧拉，对数学的贡献有：

1．数论：欧拉的一系列成奠定作为数学中一个独立分支的数论的基础.欧拉的著作有很大一部分同数的可除性理论有关.欧拉在数论中最重要的发现是二次反律.

2．代数：欧拉《代数学入门》一书,是 16 世纪中期开始发展的代数学的一个系统总结.

3．无穷级数：欧拉的《微分学原理》（Introductio calculi differentialis,1755）是有限差演算的第一部论著,他第一个引进差分算子。推出了傅里叶系数公式，把函数展开式引入无穷乘积以及求初等分式的和,这些成果在后来的解析函数一般理论中占有重要的地位。

4．函数概念：欧拉写的数学名著《无穷分析引论》、《微分学原理》和《积分学原理》组成的分析学三部曲中.这三部书是分析学发展的里程碑四式的著作.

5．初等函数：《无穷分析引论》第一卷共 18 章,主要研究初等函数论.其中,第八章研究圆函数,第一次阐述了三角函数的解析理论,并且给出了棣莫弗（de Moivre）公式的一个推导.欧拉在《无穷分析引论》中研究了指数函数和对数函数,他给出著名的表达式——欧拉恒等式（表达式中用

表示趋向无穷大的数；1777 年后,欧拉用表示虚数单位，但仅考虑了正自变量的对数函数。1751 年,欧拉发表了完备的复数理论.

6．单复变函数：通过对初等函数的研究,达朗贝尔和欧拉在 1747－1751 年间先后得到了（用现代代数语表达的）复数域关于代数运算和超越运算封闭的结论。

7．微积分学：欧拉的《微分学原理》和《积分学原理》二书对当时的微积分方法作了最详尽、最有系统解说,他以其众多的发现丰富可无穷小分析的这两个分支。

8．微分方程：《积分原理》还展示了欧拉在常微分方程和偏方程理论方面的众多发现.他和其他数学家在解决力学、物理问题的过程中创立了微分方程这门学科.

在常微分方程方面：欧拉在 1743 年发表的论文中，用代换给出了任意阶常系数线性齐次方程的古典解法，最早引人了“通解”和“特解”的名词。1753 年,他又发表了常系数非齐次线性方程的解法,其方法是将方程的阶数逐次降低。欧拉在 18 世纪 30 年代就开始了对偏微分程的研究.这方面最重要的工作,是关于二阶线性方程的.

9．变分法：1734 年,他推广了最速降线问题.然后,着手寻找关于这种问题的更一般方法.1744 年,欧拉的《寻求具有某种极大或极小性质的曲线的方法》一书出版.这是变分学史上的里程碑,它标志着变分法作为一个新的数学分析的诞生.

10．几何学：1735 年,欧拉用简化（或理想化）的表示法解决了著名的歌尼斯堡七桥游戏问题,得到了具有拓扑意义的河－桥图的判断法则,即现今网络论中的欧拉定理。欧拉解决哥尼斯堡七桥问题,开创了图论。

坐标几何方面：欧拉的主要贡献是第一次在相应的变换里应用欧拉角,彻底地研究了二次曲面一般方程。

微分几何方面：欧拉于 1736 年首先引进了平面曲线的内在坐标概念,即以曲线弧长这一几何量作为曲线上点的坐标,从而开始了曲线的内在几何研究。1760 年,欧拉在《关于曲面上曲线的研究》中建立了曲面的理论.这本著作是欧拉对微分几何最重要的贡献,是微分几何发展史上的里程碑。

十九世纪前半叶末，随着哈密顿四元数理论的建立，非交换代数的研究已经开始. 在十九世纪下半叶，随着 M.S.李的工作，非结合代数出现了. 到二十世纪初，由于放弃实数体或复数体作为算子域的限制，代数得到了重大扩展与外代数，对称代数，张量代数，克利福德代数等一起，代数结构在多重线性代数中也建立了起来。

如：非交换代数上复杂的高维（多变元、多方程）矩阵方程群的相容性、通解及各种约束解的结构表示及其在系统控制和量子信息中的相关应用。

归纳：经典代数的分析源头来自于：

1664-1665 年艾萨克·牛顿提出二项式定理，推广到任意实数次幂，即广义二项式定理。同样可以推广到无穷任意实数-自然数-无理数，称无穷二项式。

牛顿二项式为无穷元素（任意对象可以数字化的元素数值），在总元素不变条件下进行不重复的组合与集合，成为无限子项的组合与集合。

二项展开式的公式为：

(a+b)^n=C(n,0)a^n+C(n,1)a^(n-1)b+…

+C(n,i)a^(n-i)b^i+…+C(n,n)b^n

$=a^n+Ba^{(n-1)}b+Ca^{\wedge(n-2)}+\cdots+b^n$；(A=1)

式中，C(n,i)表示从 n 个元素中任取 i 个的组合数=n!/(n-i)!i!, 成为 A,B,C…整数系数。幂函数写成：n=K(Z±S±Q±N±(q=0,1,2,3,…无穷整数)，方便幂函数中容纳更多的数学对象和分析内容。

目前，数值分析有许多方法，大多限制于“二元论”及复分析。不能解决数值之间的交换关系，意味着数值分析还有拓展空间。方法是必须与无量纲圆对数特有的“偶数性对称与不对称平衡交换”机制，紧密地联系在一起，在圆对数带动下，进行数值的映射。

7.2、行列式-欧氏空间-酉空间-辛空间概述

传统数学的“数值分析”具有代表性的有：欧几里得空间,希尔伯特空间,巴拿赫空间，或数值拓扑空间都属于函数空间。希尔伯特空间与内积空间是一种极为重要的特殊线性赋范空间，在这类空间中可以引入正交概念和投影概念，从而把维欧几里得空间的几何学推广到无限维空间中去。

比较	欧式空间	酉空间	辛空间
考虑的范围	$\mathbf{V}(\mathbb{R})$	$\mathbf{V}(\mathbb{C})$	$\mathbf{V}(\mathbb{R})$或$\mathbf{V}(\mathbb{C})$
与之有关的结构	(·|·)	<·|·>	[·|·]
这个结构名叫	对称双线性型	Hermit型	斜对称双线性型
我们还要求它	正定	正定	非退化（自然要求是偶数维）
在某组基下结构的矩阵	$\begin{pmatrix} x_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & x_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & x_n \end{pmatrix}$ x为正实数	$\begin{pmatrix} x_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & x_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & x_n \end{pmatrix}$ x为正实数	$\mathbf{J_0}=\begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I_m} \\ -\mathbf{I_m} & 0 \end{pmatrix}$
这组基叫	标准正交基	标准正交基	辛基
这些基之间的转换矩阵叫（它们成群）	正交矩阵	酉矩阵	辛矩阵
也就是说它们满足	(Au|Av) = (u|v)	<Au|Av>=<u|v>	[Au|Av]=[u|v]

知乎 @葡萄味的玉米

（图 7.1 欧氏空间-酉空间-辛空间）

酉空间(unitary linear space)是一种特殊的复线性空间。指以一类埃尔米特函数作内积的复线性空间。

根据欧氏空间-酉空间与圆对数的定义，获得行列式与圆对数关系：

$$\begin{vmatrix} X_1=(1-\eta_1^2)^{(K=+1)}\{R_0\} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & X_2=(1-\eta_2^2)^{(K=\pm0)}\{R_0\} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & X_n=(1-\eta_n^2)^{(K=-1)}\{R_0\} \end{vmatrix}$$

辛空间与圆对数：

$$\begin{vmatrix} 0 & +\mathbf{I_m}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{R_0^{(n)}\} \\ -\mathbf{I_m}=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{R_0^{(n)}\} & 0 \end{vmatrix}$$

（图 7.2 欧氏空间-酉空间-辛空间与圆对数

设 V 是复数域 C 上的线性空间，J 是 C 的(共轭)自同构：J(a+bi)=a-bi。若在 V 上定义了一个关于 J 的埃尔米特函数，并且对任意 α∈V，内积(α，α)≥0 及(α，α)=0 当且仅当 α=0，则称征≠2 的域 K 上的向量空间，ω 是 V 上一个反对称 2 形式。若 ker ω={0}，则称 ω 为 V 上的一个辛形式。此时，(V，ω)就称为辛空间。V 是偶数维的。

这里，将阐述）

“行列式-欧氏空间-酉空间-辛空间”转换为无量纲的圆对数空间。

V 为酉空间。n 维酉空间 U 中总存在标准正交基。对 U 的任一线性变换 σ，都存在它的共轭变换 σ*。若以 A，

B 分别表示 σ 与 σ*关于给定基的矩阵，则 A=G′-1，B-′G′，这里 G 是关于给定基的格拉姆矩阵，B-′是 B 的转置共轭矩阵。对 U 的任一正规(埃尔米特)变换 σ，

都存在标准正交基，使 σ 关于此基的矩阵为对角形(实对角形)矩阵。

辛空间(symplectic linear space)是一个数学术语，在数学上，辛空间是一类有特殊结构的向量空间。设 V 是

7.3、行列式-欧氏空间-酉空间-辛空间与圆对数

约在公元前 300 年，古希腊数学家欧几里得建立了角和空间中距离之间联系的法则，现称为欧几里得几何。欧几里得首先开发了处理平面上二维物体的"平面几何"，他接着分析三维物体的"立体几何"，所有欧几里得的公理已被编排到叫做二维或三维欧几里得空间的抽象数学空间中。

这些数学空间可以被扩展来应用于任何有限维度，而这种空间叫做 n 维欧几里得空间(甚至简称 n 维空间)

或有限维实内积空间。具有代表性的经典代数为“欧氏空间-酉空间-辛空间”以及“希尔伯特空间”

“欧氏空间-酉空间-辛空间”的行列式，行列式等阶于多项式，在数学的向量分析中广泛应用。也就是说，平面的多向量的欧氏空间-酉空间，目前，以二维的“辛空间”（$A=+I_m$ 与 $B=-+I_m$）描述，广泛应用于$\{2\}^{2n}$。如果行列

式/多项式分别提取特征模和圆对数，可以进行三维复分析的解析度 2“辛空间”（$A=+I_{ma}$ 与 $B=-I_{mb}$ 加 $B=-I_{mc}$）（一个元素与二个元素的组成形式）描述的不对称性转换为圆对数，通过圆对数中心零点互逆平衡对称性进行交换，广泛应用于$\{3\}^{2n}$。

酉空间(unitary linear space)一种特殊的复线性空间.指以一类埃尔米特函数作内积的复线性空间.设 V 是复数域 C 上的线性空间，J 是 C 的(共扼)自同构:(a+bi)}=a-bi。若在 V 上定义了一个关于。I 的埃尔米特函数，并且对`d a E V，内积(a,a)>0 及(a,a)=。当且仅当 a=0，则称 V 为酉空间.n 维酉空间 U 中总存在标准正交基.对 U 的任一线性变换 6，都存在它的共扼变换 6}.若以 A,B 分别表示 Q 与 Q'关于给定基的矩阵，则 A - GI 一 1BIGI，这里 G 是关于给定基的格拉姆矩阵，B}是 B 的转置共扼矩阵。对 U 的任一正规(埃尔米特)变换 Q，都存在标准正交基，使 a 关于此基的矩阵为对角形(实对角形)矩阵。

这些数学空间还可被扩展到任意维的情形，称为实内积空间(不一定完备)，希尔伯特空间在高等代数教科书中也被称为欧几里得空间。为了开发更高维的欧几里得空间，空间的性质必须严密地表达并被扩展到任意维度。尽管这样做的结果导致数学非常抽象，但却捕获了我们熟悉的欧几里得空间的根本本质，即平面性。还另存在其他种类的空间，例如球面则非欧几里得空间，相对论所描述的四维时空在重力出现的时候也不是欧几里得空间。（图 7.1）

这里，把传统的欧氏空间-酉空间-辛空间转换为圆对数，在原函数命题、空间不变，特征模（特征向量）$\{R_0^{(n)}\}$不变，同构圆对数形式不变条件下，圆对数中心零点的共轭互逆对称性：

$$(1-\eta^2)^K\{R_0\}=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}]\cdot\{R_0^{(n)}\};$$

空间的转换过程：

$\{R_0^{(n)}\}$、$(1-\eta^2)$不变，变化特征模与圆对数共享的性质属性满足交换：

（1）外部离散性跳跃过渡形式）

$$(1-\eta^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)};$$

（2）内部离散性跳跃过渡形式）

$$(1-\eta^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)};$$

我们已经证明：任意函数$\{X\}$与特征模 $\{R_0\}$（正中反均值函数）可以转换为无量纲圆对数$(1-\eta^2)^K$分析：

$$\{X\}=(1-\eta^2)^K\{R_0^{(n)}\};\quad (1-\eta^2)^K=\{0,1\};$$

存在函数被圆对数带动具体的函数空间，获得共轭互逆平衡对称性，满足偶数性对称与不对称的平衡交换机制，圆对数带动了数值的映射。

其中：“欧氏空间-酉空间的行列式”等价于“牛顿二项式展开的多项式”，转换为辛空间等价于特征模$\{R_0^{(n)}\}$通过圆对数$(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}$与圆对数正中反$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}$之间的交换 。这个交换不仅可以满足二维复分析，也可以解决三维复分析问题，见第四章节阐述。

1900 年希尔伯特提出的数学问题。“已知二个变量函数，解析一般解”这是通俗地说：二个变量函数分别是

其一：边界函数$\{R={}^S\sqrt{(x_1x_2\ldots x_s)}\}$，称“乘组合”，单元体为几何平均值；

其二：特征模函数（特征向量）或正中反均值$\{R_0^S\}^K$，称（正则化）“加组合”，单元体为（概率-拓扑）算术平均值。

这是当前的数学解析的焦点问题：根据“已知二个变量函数求解一般根”。为解决这个问题，传统的方法一般是建立数学模型，“行列式/多项式”进行解析方法很多，大多是“逼近计算”获得近似的根。

圆对数方法：任意群组合-函数边界函数$\{X\}^{K(n)}$，分别提取不变性数值特征模（正中反均值函数）$\{R_0^S\}^{K(n)}$和无量纲位值圆对数

$$(1-\eta^2)^K=\{{}^S\sqrt{(x_1x_2\ldots x_s)}/(R_0^S\}^{K(n)}。$$

通过圆对数中心零线（临界线）$(1-\eta^2)^K=\{1\}^{K(n)}$对应特征模$\{R_0^S\}^{K(n)}$，分别对应群组合特征模外部与内部的圆对数关系。圆对数中心零点（临界点）$(1-\eta_C^2)^K=\{0\}^{K(n)}$为特征模内部的平衡，通过中心零点互逆平衡对称性进行根解析。

其中的任意群组合-函数可以是：任意数值函数、逻辑对象，以及自然数、实数、无理数、可数字化的任意对象，转换为位值圆对数，进行行列式-多项式-函数、群组合、空间的“无关数学模型，没有具体（质量）元素”的无量纲分析。

分析必须分别为二个步骤：

（1）、函数转换为数值数值中心点与独立的周围元素，以圆对数形式$(1-\eta^2)^K=1$ 同步变化。

（2）、中心零点与独立的周围元素之间，以圆对数形式$(1-\eta_C^2)^K=0$ 相互之间不同的位置或变化。

数学和数学物理有两方面步骤：其一：是构建理论模型，写下系统满足的方程。比如牛顿的力学方程，爱因斯坦的引力方程，麦克斯韦方程，薛定谔方程，模型

的构建从根本推动了物理的发展，每一个方程都是物理历史上的里程碑。其二：无量纲语言定义的圆对数，只要有边界函数和特征模函数，产生圆对数就可以解析，不一定需要数学或物理数学模型，在实际应用中，往往是“观察对象的（连乘）如何确定数值特征模（正中反算术均值函数）”。

7.4、欧氏空间-酉空间-行列式与无量纲圆对数的“偶数性”平衡交换

传统数值分析中，满足结合律，不满足交换律。严格地说，任意群组合的数值元素都不满足交换律。目前的应用是二元数为主题的复分析，以离散-对称形式进行强制性的交换，这就是所说的的概率分析进行交换，应用受到局限，包括计算机离散型迭代法程序，只能近似地逼近计算。

至于具有三元数及三元数以上出现不对称性“概率-拓扑”分布的，没有形成交换（态射、映射、投影）环境。

可是，这些数值分析运算符号（如加、减、乘、除、乘方、开方、微积分等）能否自证成立？

按照哥德尔不完备性定理，上述经典代数不能“自证成立”。无量纲圆对数验证了它们分析系统，由于没有“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”成为“不完备性”，由此经典数值“不能直接交换”。许多国家研究部门、数学家、计算机专家都在探索。

圆对数证明：任意群组合-函数的数值解析度 2 下，分解二个对称与不对称性分布的数值函数，不能直接交换。同样，逻辑分析的范畴论的态射，函子，没有定量的计算也不能直接交换，必须转换为无量纲圆对数，在圆对数中心零点对称条件下，建立“偶对称”的圆对数因子随机交换。

交换过程：“不变动群组合-函数原命题 $\{X\}=\{^{(S)}\sqrt{X_s}\}^{(Z\pm S\pm(q=P)}$、不变动特征模$\{R_0\}$、不变动圆对数$(1-\eta^2)$，通过共享的幂函数$(K=+1,\pm0,-1)$性质属性转换实现交换”。

特别的，特征模通过圆对数中心零点，解决结合律、交换律，与圆对数具有共享性质属性时，通过性质属性的改变带动了数值实现交换。

$$\{X\}(\text{正命题})=[(1-\eta^2)\{R_0\}^{(K=+1)}]$$
$$\leftrightarrow[(1-\eta^2)\{R_0\}^{(K=\pm0)}\leftrightarrow[(1-\eta^2)\{R_0\}^{(K=-1)}]$$
$$=[(1-\eta^2)\{R_0\}^{(K=+1)}]=D(\text{逆命题});$$

其中：这个交换必须满足包含圆对数中心零线和圆对数中心零点的对称性平衡，才能交换。

群组合公式包括各个个体元素，通过处理“乘与加、加与减”互逆性，都转换为圆对数关系：

$$\{X\}=\{^{(S)}\sqrt{X_s}\}^{K(Z\pm S\pm(q=P)}=(1-\eta^2)^K\{R_0\}^{K(Z\pm S\pm(q=P)}$$

位值圆对数不同组合形式的无穷展开：

$$(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm(q=1)}+(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm(q=2)}+\ldots$$
$$+(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm(q=P)};$$

位值圆对数的同构性展开：

$$(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm(q=1)}=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm(q=2)}=\ldots$$
$$=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm(q=P)}=\{0,1\};$$

位值圆对数中心零点互逆对称性：

$$(1-\eta_C{}^2)^K=\left|\sum(1-\eta^2)^{(K=+1)(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})}\right|$$
$$=\left|\sum(1-\eta^2)^{(K=-1)(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})}\right|=\{0\};$$

数值圆对数因子中心点互逆对称性：

$$(\eta_C)^K=\left|\sum(+\eta_\Delta)^{(Kw=+1)(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})}\right|$$
$$=\left|\sum(-\eta_\Delta)^{(Kw=-1)(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})}\right|=\{0\};$$

其中：圆对数中心零点$(1-\eta_C{}^2)^K=0$ 对应$\{R_0\}$，$\{R_0\}$称数值特征模（正中反平均值）。

7.4.1、任意空间数值-位值的二元数圆对数交换例

为了说明（后面相关章节有专题证明）二元数/三元数/多元素（称高幂维次）能够实现统一的圆对数分析，先进行简单介绍有关圆对数计算规则及交换条件如下：

如：传统域的一个集合 F，配备两个二元（a,b）运算，产生加法的乘法。二元的意思就是你输入两个元素，通过加法(或者乘法)会产生一个确定的元素。形成一个包含所有对象的域。

有概率“**1-1** 组合”形式的加法 (+) 和乘法 (·) 的运算以数值的通常方式定义。这个已经有成熟的分析方法，它们以逻辑代数语言描述应用于$\{2\}^{2n}$范围。

当前计算机以离散-对称为前提的假设编写程序算法广泛应用于人工智能。可是遇到了离散-不对称为前提的依然没有好的算法。其实所说的平衡交换并不是数值之间的直接平衡交换，而是通过无量纲圆对数特有的“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”，在其它条件不变下，以圆对数的性质属性正中反向的转换，带动了数值平衡交换；

如：二元数：特征：元数分布为对称性，数值不同

$$a\bullet b=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\{R_0\}^{(2)},$$
$$a=(1-\eta)^{(K=+1)}\{R_0\};\quad b=(1+\eta)^{(K=-1)}\{R_0\};$$
$$[(1-\eta)^{(K=+1)}=a/\{R_0\}\leftrightarrow[(1+\eta)^{(K=-1)}=b/\{R_0\}]$$

写成： $[a\leftrightarrow b]$;

其中：交换的条件是具有相同的圆对数因子“$(\pm\eta)$”对称性

平衡为前提，才有随机与不随机（计算机称“自动监督”），$[a\leftrightarrow b]$下，才有的加与乘的“组合”，

$$“a + b”=(1-\eta)^{(K=+1)}\{R_0\}+(1-\eta)^{(K=+1)}\{R_0\}=2\{R_0\}$$

$$“a \cdot b”=(1-\eta)^{(K=+1)}\{R_0\}+(1-\eta)^{(K=-1)}\{R_0\}$$

$$=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\{R_0\}^{(2)}$$

7.4.2、任意空间数值-位值的三元数圆对数交换例

如：三元数：特征：元数分布与数值为不对称性，

传统域的一个集合 F，配备三元数（a,b,c）运算，产生加法与乘。三元的意思就是输入三个元素，通过加法(或者乘法)会产生一个确定的元素，形成一个包含所有对象的域，称“组合”。反之，输入一个元素，通过减法(或者除法)会产生三个确定的元素，形成一个包含所有对象的域。

一个三元数可以分解为概率-拓扑“**1-1** 组合与“**2-2** 组合”形式的加法 (+) 和二元数乘法 (·) 的运算，称“不对称分布”，这种“道生一，一生二，二生三”的数值分析，

18 世纪卡尔丹公式以来还没有出现成熟的、完整性的平衡交换分析方法。其实所说的平衡交换并不是数值之间的直接平衡交换，而是通过无量纲圆对数特有的“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”，在其它条件不变下，以圆对数的性质属性正中反向的转换，带动了数值平衡交换；

有：

$$a \cdot b \cdot c=(1-\eta_{abc}{}^2)^{(K=\pm1)}\{R_0\}^{(3)},$$

$$a=(1-\eta_a{}^2)^{(K=+1)}\{R_0\}^{(1)};$$

$$bc=(1-\eta_{bc}{}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(2)};$$

其中：分解

$$(1-\eta_{bc}{}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(2)}$$

$$=(1-\eta_b{}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(1)}+(1-\eta_c{}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(1)},$$

$$(1-\eta_{abc}{}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_a{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_b{}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_c{}^2)^{(K=-1)},$$

其中：$(1-\eta_{bc}{}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(2)}$属于第二个层次的互逆对称平衡交换；也可以在第一个层次实现互逆对称平衡交换；有

$$a=(1-\eta_a{}^2)^{(K=+1)}\{R_0\}^{(1)};$$

$$b=(1-\eta_b{}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(1)};$$

$$c=(1-\eta_c{}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(1)}.$$

交换的条件是圆对数中心零点具有相同的圆对数因子

$$(\pm\eta^2)=(+\eta_a{}^2)+(-\eta_{bc}{}^2)$$

$$=(+\eta_a{}^2)+(-\eta_b{}^2)+(-\eta_c{}^2)=0;$$

对称性平衡为前提，才有随机与不随机（计算机称“自动监督”），$[a\leftrightarrow b\leftrightarrow c]$下才有的圆对数中心零点对称性$(\pm\eta^2)=0$，满足结合律、交换律：

$$\sum(+\eta_a{}^2)=\sum(-\eta_b{}^2)+\sum(-\eta_c{}^2);$$

$$\sum(+\eta_a{}^2)^{(K=+1)}=\sum(-\eta_b{}^2)^{(K=-1)}+\sum(-\eta_c{}^2)^{(K=-1)};$$

如果进行三维复分析，采用圆对数方法，以无量纲圆对数才能合理地应用于$\{3\}^{2n}$范围。其描述的对象可以是离散-连续一体化的，可以进行实分析、复分析，并且把所有数字化（数值化）对象都可以整合为一个简单的整体，具有三维八象限空间：$\{jik\}=\pm1$，$+\{ji\}=-1\{k\}$，$+\{ik\}=-1\{j\}$，$+\{\{kj\}=-1\{i\}$，平面法向线与轴线组成互逆不对称性，数值不能平衡交换，数值转换为无量纲圆对数，通过圆对数中心零点共轭对称带动下，数值进行平衡交换组合。

$$a \cdot b \cdot c=(1-\eta_{abc}{}^2)^{(K=\pm1)}\{R_0\}^{(3)};$$

概率计算：

$$ja=j(1-\eta_a{}^2)^{(K=+1)}\{R_0\}^{(1)};$$

$$ib=i(1-\eta_b{}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(1)};$$

$$kc=k(1-\eta_c{}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(1)};$$

拓扑计算：

$$jiab=ji(1-\eta_{ab}{}^2)^{(K=+1)}\{R_0\}^{(2)};$$

$$ikbc=ik(1-\eta_{bc}{}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(2)};$$

$$kjca=kj(1-\eta_{ca}{}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(2)};$$

三元数平衡交换条件（即一个元数与二个乘组合元数的平衡交换组合）：

$$jiab \leftrightarrow kc;$$

$$ji(1-\eta_{ab}{}^2)^{(K=+1)}\{R_0\}^{(2)} \leftrightarrow k(1-\eta_c{}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(1)}$$

$$ikbc \leftrightarrow ja;$$

$$ik(1-\eta_{bc}{}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(2)}\leftrightarrow j(1-\eta_a{}^2)^{(K=+1)}\{R_0\}^{(1)}$$

$$kjca \leftrightarrow ib;$$

$$kj(1-\eta_{ca}{}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(2)}\leftrightarrow i(1-\eta_b{}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(1)};$$

可见，三维复分析还是需要依靠‘无穷公理’机制。

其中：三元数平衡交换规则按照三元数哈密顿-汪一平四

元数平衡交换规则。

三元数平衡交换组合规则：不变命题，不变特征模、不变同构圆对数，以圆对数的幂函数正中反向进行转换，使得真命题转换为逆命题，范畴论称态射、映射。但是范畴论根据集合论公理化的态射等没有严格数学证明。基础不牢固或不完整。无量纲圆对数以第三方完整性的“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”具有完整性的系统，每一个步骤都能完整性的自动（随机与不随机）的平衡交换公理化。具有权威性、公正性、零误差的分析、验证数值分析系统或逻辑分析系统。

如：传统域的一个集合 F，配备 S 个 S 元（a,b,c,…,S）运算，产生加法的乘法。S 元的意思就是你输入 S 个元素，通过加法(或者乘法)会产生一个确定的元素。形成一个包含所有对象的域。

有概率-拓扑“**1-1** 组合、“**2-2** 组合”、“**P-P** 组合”形式的加法(+)和多元数乘法(·) 的运算以数值的通常方式定义，同样目前还没有成熟的分析方法。同理，它们的交换同样不是数值之间的交换，而是通过无量纲圆对数特有的“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”，在其它条件不变下，以圆对数的性质属性正中反向的转换，带动了数值平衡交换；有：

如： $(a,b,c,\ldots,S)=(1-\eta^2)^K\{R_0\}^{(S)}$,

$(ab,\ldots,S)=(1-\eta_{ab\ldots S}{}^2)^K\{R_0\}^{(S)}$;

$(ac,\ldots,S)=(1-\eta_{ac\ldots S}{}^2)\{R_0\}^{(2)}$;

解析度 2 条件下，产生圆对数中心零点，分解为二个系列子项，

$$(1-\eta_{abc\ldots S}{}^2)^{(K=1)}\{R_0\}^{(S)}$$
$$=(1-\eta_{ac\ldots S}{}^2)^{(K=+1)}\{R_0\}^{(S)}+(1-\eta_{ac\ldots S}{}^2)^{(K=-1)}\{R_0\}^{(S)},$$

属于第二、三、四……个层次的互逆对称平衡交换；也可以在第一个层次实现互逆对称平衡交换；

$a=(1-\eta_a{}^2)\{R_0\}^{(1)}$；

$b=(1-\eta_b{}^2)\{R_0\}^{(1)}$；

$c=(1-\eta_c{}^2)\{R_0\}^{(1)}$；…；

$s=(1-\eta_s{}^2)\{R_0\}^{(1)}$.

平衡交换组合的条件是具有同层次相同的“$(\pm\eta_i{}^2)$”；

位值-数值圆对数因子中心零点互逆对称性：

$$(\eta_C)^K=\left|\sum(+\eta_{\Delta A})^{(K=+1)(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})}\right| +\left|\sum(-\eta_{\Delta B})^{(K=-1)(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})}\right|=0;$$

传统计算机采用离散型、对称性假设，没有“圆对数中心零点”之说，但是有“极限”一词，没有证明其实际成为互逆对称平衡交换的条件，造成计算机计算结果不稳定性的近似计算。

对比圆对数中心零点是确保数值分析的稳定性和可共轭互逆对称交换性，中心零点叠加，组成具有统一的边界域$\{-1,\pm0,+1\}^{(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})}$的无穷长“糖葫芦串”，或无穷宽“糖薄圆饼”。圆对数中心零点的存在确保计算机的稳定性、精确性、零误差性、高鲁棒性，有效防止模式混淆、描述坍塌。

8、无量纲圆对数与范畴论的衔接

传统数学的“逻辑分析”具有代表性的有：集合论,范畴论，或对象拓扑映射、态射等都属于函数空间。GB 系统中有一系列公理保证类中的的相等、子类、交、补、差、积等一系列操作的合理性(进而可以考虑类上的关系、函数等)。规定的空间是一种极为重要的特殊二元性赋范空间，在这类空间中可以引入态射概念和映射概念，从而把范畴论空间的几何学推广到无限维空间中去。

范畴论是以逻辑语言定义和逻辑符号，抽象地处理数学结构以及结构之间联系的一门数学理论。范畴论出现在很多数学分支中，以及理论计算机科学和数学物理的一些领域。

意大利数学家卡尔达诺(G.Cardano)在 1545 年出版的《大术》一书中，首先发表了上述公式，此公式来自意大利数学家塔尔塔利亚(N.Tartaglia)，但卡尔达诺给出了该公式的几何证明。

18 世纪一元三次方程的卡尔丹公式特例解后，一直没有新的发展代数数的理论发展到逻辑代数。留下来许多世纪性数学难题，如黎曼函数零点猜想等等得不到破解。

目前，伽罗瓦理论是数学中最令人满意的分支之一。从这里出发发展了集合论、范畴论等近代数学和逻辑语言定义的符号，编制成先进的计算机程序语言，广泛地应用全社会，发挥了无与伦比的巨大作用。

但是，哥德尔不完备性定理以及四色定理证明暴露了近代数学的“不充分性”。意味着，近代数学作为计算机程序语言和算法达到了“天花板”。计算机再要发展已经很困难了。

这里，引入无量纲圆对数构造特有的“偶数性对称与不对称、随机与不随机的平衡交换机制”，提出范畴论与无量纲圆对数的衔接，解决近代数学只能进行离散-对称性的统计困境，提供向高级人工智能计算机拓展的一个良好环境。其中：保持自然语言、文字、音频、视频、……数字化判断、决策、评估，以及更好的模仿人类大脑思维数字化的推理、高幂微积分方程、三维网络空间……数学解析，使计算机更好地为人类的和平、健康、生活、社会、国家、科技、科学服务。

8.1、近代数学的背景

逻辑代数是一种用于描述客观事物逻辑关系的数学方法，由英国科学家乔治·布尔(George·Boole)于 19 世纪中叶提出，因而又称布尔代数。

逻辑代数有一套完整的运算规则，包括公理、定理和定律。它被广泛地应用于开关电路和数字逻辑电路的变换、分析、化简和设计上，因此也被称为开关代数。

随着数字技术的发展，逻辑代数已经成为分析和设计逻辑电路的基本工具和理论基础。

逻辑分析以范畴论为代表的代数结构：范畴是具有关联态射的对象的集合。每一个代数结构都有自己的同态概念，即任何与定义结构的运算相容的函数。因此，每一个代数结构都会产生一个类别。

例如，群的范畴是将所有组都作为对象，并且所有组同态都作为态射。这一具体范畴可以看作是一组具有附加范畴理论结构的集合范畴。同样，拓扑群的范畴(其态射是连续群同态)，它在它上定义了一个或多个满足公理的有限运算。

在数学语言的描述中，这些态射需要具有以下性质：

1. 必须存在一个恒等态射可以将一个对象映射到其自身，如图 1 所示范畴中的映射 1A：A→A。

2. 态射可以组合。如果存在两个态射 f 和 g，f 可以将 A 映射为 B，g 可以将 B 映射为 C，则一定存在映射 fg 可以将 A 映射为 C。

3. 恒等态射和一般态射的组合必须要满足单位律（unit law axiom），即如果有 f:a→B 则有 f1A=f=1Bf。

4. 态射需要满足结合律，即(hg)f=h(gf)。

逻辑分析以范畴论为代表的代数结构，指对于许多数学对象，如群、环、域、向量空间、有序集等等，用集合与关系的语言给出来的统一的形式。首先，由于数学对象的多样性，有不同的类型的集，如群表示的集为G×G.实际上，群涉及的是二元运算;而向量空间表示的集为F×F→F，F×V→V，V×V→V，向量空间涉及域 F 中的运算，域 F 中的元对 V 中元的运算，V 中元的运算.引入基本概念——“合成”(如，群的合成就是乘法运算;向量空间的“合成”有 F 中的元对 V 中元的作用乘法，V 中元的加法运算)，并且，要求“合成”适合给定的公理体系，得到的就是一个数学结构。

逻辑分析乘法原理中自变量是因变量成立的必要条件，与逻辑的定义正好和乘法原理的描述一致，所以与逻辑和乘法对应。

逻辑分析加法原理中自变量是因变量成立的充分条件，或逻辑的定义正好和加法原理的描述一致，所以或逻辑和加法对应。

总之，任何一个含有变量 X 的等式，如果将所有出现 X 的位置，都代之以一个逻辑函数 F，此等式仍然成立。逻辑分析乘法原理、加法原理可以看作是与逻辑和或逻辑的定量表述；与逻辑和或逻辑可以看作是乘法原理、加法原理的定性表述。

具体常用的逻辑语言：

自然变换（Natural Transformatians)概念,提供了一种保持所涉及对象的同时，将一个函子转换为另一个函子的方法。1963 年，数学家芳瑞（William Lawvere)《代数理论的函子语义学》证明了许多熟悉的代数结构可以完全用范畴和函子技语描述。函子成为范畴论的映射的重要工具。如同“集装箱”从 A 地运输到 B 地，“集装箱”内部的物件没有变化。

单位元：存在一在 M 内的元素 e，使得任一于 M 内的 a 都会符合 a*e=e*a=a。

封闭性：对任何在 M 内的 a、b，a*b 也会在 M 内。

幺半群是一个带有二元运算*:M×M→M 的集合 M，其符合下列公理：结合律：对任何在 M 内的

a、b、c，（a*b)*c=a*(b*c)。

生成元群中元素可以由最小数目个群元的乘积生成，这组群元称为该群的生成元，数目为有限群的秩。

子幺半群：幺半群是指一个带有可结合二元运算和单位元的代数结构。在几何学中，幺半群汲取了函数复合的概念。结合的酉群胚叫幺半群。例如，赋以加法(或乘法)的自然数集 N 是幺半群。

如，拓扑是开集与闭集的各自的集合，该操作是把二个元素组成第三个元素，如(ab→c),(ab≠c)。同时满足“封闭性、结合性。

8.2、逻辑数学、集合论、范畴论缺陷与改造

逻辑数学是以伽罗瓦以离散型方式破解多项式的“一元五次方程”开始建立群论，发展到集合论，到范畴论。这一系列的数学体系，有称近代数学，是研究数量、结构、变化、空间以及信息等概念的一门学科。17 世纪，数学的发展突飞猛进，是实现了从常量数学到变量数学的转折。近代数学留下来被称为：三大数学难题，“四色猜想”、“费马大定理”、“哥德巴赫猜想”。迄今为止没有满意的解决。

中国近代数学的研究是从 1919 年五四运动以后才真正开始的。

在分析学方面，陈建功的三角级数论，熊庆来的亚纯函数与整函数论研究是代表作，另外还有泛函分析、变分法、微分方程与积分方程的成果。

在数论与代数方面，华罗庚等人的解析数论、几何数论和代数数论以及近世代数研究取得令世人瞩目的成果。

在几何与拓扑学方面，苏步青的微分几何学，江泽涵的代数拓扑学，陈省身的纤维丛理论和示性类理论等研究做了开创性的工作；

在概率论与数理统计方面，许宝騄在一元和多元分析方面得到许多基本定理及严密证明。

此外，李俨和钱宝琮开创了中国数学史的研究，他们在古算史料的注释整理和考证分析方面做了许多奠基性的工作，使我国的民族文化遗产重放光彩。

1996 年 3 月下旬，当陈景润即将摘下数学王冠上的这颗明珠，"在距离哥德巴赫猜想(1+1)的光辉顶峰只有咫尺之遥时，他却体力不支倒下去了……"在他身后，将会有更多的人去攀登这座高峰。

8.2.1、逻辑数学、集合论、范畴论缺陷问题的提出

指出逻辑数学、集合论、范畴论确实存在的运算缺陷，并不是全盘否定，目的有二个：

（1）、以第三方无量纲构造集特有的"偶数性不对称的随机与不随机的平衡交换机制"，验证逻辑数学、集合论、范畴论存在的"不完整性、不充分性"，表示可以与无量纲构造衔接。

（2）、把逻辑数学、集合论、范畴论的运算符号、方法，统一改造为无量纲圆对数构造的符号、方法，试图与同样改造的经典数学为无量纲圆对数构造的符号、方法统一起来。

当前，被称为最高级的数学——范畴论，它揭示了一些看似对立的学科之间的深刻联系。范畴论的主要来源是群论和拓扑学，组成数学中的结构与其他的联系。有的数学家依靠范畴论解决了一些数学问题。

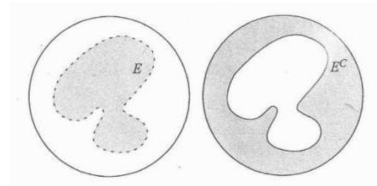
所说的群论是一门正式学科，始于 19 世纪，最初是群论是为了多项式方程解而发展起来的（加罗瓦理论）推推动了数学思维方式的抽象化。

$$a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_0x^0=0;$$

所说的拓扑学是研究几何图形或空间在连续改变形状后还能保持不变的一些性质的学科。在多项式表现为($a_{n-1}x^{n-1}$)，称拓扑项，成为范畴论的依据。多项式(a_nx^n)称概率项。采用逻辑符号进行运算，有并集、交集、态射、……。

如想象一组形状不同的钥匙，群论就是研究如何特定的操作来分析这些钥匙之间的关系。例如那些钥匙能打开那些锁。如同定义开集的补集度量空间 X 的子集 ***E*** 是开集，当且仅当 ***E*** 的补集是闭集。

其中：（图 8.1）表示 ***E*** 是开集（阴影部分、钥匙），$\boldsymbol{E^C}$ 是闭集（阴影部分、锁）。



（图 8.1 开集与闭集）

如果，***E***（阴影部分）包括虚线边界的开集，称具有边界，组成单连通、圆球，如钥匙单独成为一个独立单元体等；$\boldsymbol{E^C}$ 是闭集包括虚线边界是闭集，边界组成多连通、圆环。则定义"$\boldsymbol{E+E^C}$"二个部分是离散的。

反之：***E*** 不包括虚线边界的开集，即钥匙不成为一个独立单元体，虚线称共享边界，$\boldsymbol{E^C}$ 是闭集以大圆包含了"$\boldsymbol{E+E^C}$"，那么定义这二个部分是连续的。

传统范畴论按照 ***E*** 是开集（钥匙）$\boldsymbol{E^C}$ 是闭集（锁）。分别属于二个不链接的"离散型"思想，没有解决 ***E*** 是开集（钥匙）$\boldsymbol{E^C}$ 是闭集（锁）之间的协调关系，而"操作"是则是尝试用独立的钥匙开启一把锁的过程。

如果，（把连续与离散）整合为一体，那么以大圆为比较的基础圆 $\boldsymbol{R_0}$，"$\boldsymbol{E+E^C}$"的共享边界 $\boldsymbol{D_0}$。一把钥匙能够打开一把锁，这表明它符合某种待定的规则或结构。这就是群论所探究的。现实生活中，不是每把钥匙都能打开每一把锁。但群论想要理解的是那些钥匙适合那些锁的结构关系及操作。

所说的"操作"则是尝试用钥匙开锁的过程，如果一把钥匙能够打开一把锁，这表明它符合某种特定的规划或结构，这就是群论所探索的。

8.2.2、逻辑数学、集合论、范畴论的改革拓展方向

目前，逻辑数学、群论、集合论、范畴论具有密切联系，依序发展，一直到中心的计算机算法和程序语言，随着科学的进步和计算机的发展，暴露了原来不以为然的数学缺陷和计算机应用潜能不足问题，特别是遇到了"不对称性、连续性"问题不能解决，采用了逼近计算和复杂的公式，不能实现数学应有的零误差精确性，阻碍了人类向更高的宏观空天、更深的深海、更细的微观量子、生物，更生动活泼的思维领域，……发展。

特别是微观与宏观尖锐矛盾没有解决，如何实现一体化数学计算和计算机软硬件的精细化、小型化、零误差的精确度要求，成为人工智能发展的热点课题。返馈到近代数学以范畴论为代表的严重缺陷暴露。

（1）、逻辑代数有一套完整的运算规则，包括公理

（不证自明，没有数学证明）、定理和定律，被广泛地应用于开关电路和数字逻辑电路的变换、分析、化简和设计上。因此也被称为开关代数。随着数字技术的发展，逻辑代数已经成为分析和设计逻辑电路的基本工具和理论基础。这些逻辑符号在运算中采用集合论“公理化”能否自证成立？如何确保其充分性、可靠性？

（2）、哥德尔不完备性定理，已经证明逻辑代数不能“自证”。具体表现：包括交叉科学的逻辑对象进行分析的态射、映射不能平衡，不能很好地处理逻辑对象内外部与内部的平衡交换关系，意味着逻辑数学、集合论、范畴论为中心（与经典数学一样）应用受到局限。

（3）、逻辑语言定义的符号（如交集、并集、态射、映射）与经典数学（如加、减、乘、除、开方、乘方）能不能以一种新的又可以让大家接受的运算符号，实现统一的运算规则，方便计算机的理解和应用。

人们设想：摒弃那种一组形状不同的钥匙开锁的思路，能不能找到一个万能钥匙，打开任意不同的锁？这就涉及研究那些锁的结构与不同锁结构共同的规则，满足可能存在的万能钥匙？

也就是说，范畴论的研究不能局限于锁的结构，还要研究钥匙的结构，并且协调“钥匙与锁”之间的配合关系。即范畴论的外部（锁结构）与内部（钥匙结构）之间的关系及规则。表明了钥匙与锁存在关联性、共享的规则。

许多学者设想能否由此引入了第三方系统身份和机制，解决、验证、调整、拓展逻辑数学、集合论、范畴论为中心（包括对象内外部计算一体化）成为当务之急。

中国圆对数团队发现：根据前辈数学家哥德尔不完备性定理，认为“逻辑分析系统与数值分析系统”都没有完整性和充分性；逻辑分析与数值分析对象都存在“不能直接进行平衡交换”，它们共同的缺陷是缺少“偶数不对称的随机与不随机平衡交换机制”。如果统一引入无量纲圆对数的“偶数性的平衡交换机制”，数学的“逻辑分析系统与数值分析系统”实现以无量纲圆对数构造为核心的大统一。

8.3、范畴论与拓扑学

1969 年库恩《结构》提出了范式，是抽象地处理数学结构以及结构之间联系的一门数学理论。范畴的中心是“不可约”。通俗地说提出“不同层次”之间可跨越的关系。形象的比喻是如果把不同的数学结构想象为一座城市中的楼房、绿地、河流、湖泊、山丘，那么范畴论就像一架航拍器。随着高度的上升，地面的细节逐渐模糊，但航拍器却可以越发清晰地勾勒出整个城市的脉络，表示不同的对象，以不可约形式进行态射、映射。其中的运算符号如“→”$A^n \to B^m$。专业术语的代表是“态射”。但是，没有指出“态射的理由或可靠的根据”。公理化不能确保计算的可靠性和进一步的拓展性。

8.3.1、范畴论拓扑的局限与拓展方向

范畴论定义拓扑为“几何变形”，拓扑变形之间的关系称“态射”没有数学证明，也没有说出“拓扑”与“态射”之间的如何以数学形式定性定量地描述。数学没有正反向可互逆的“定性与定量”和“零误差”计算，严格地说，不能成为有权威性的数学。

库恩指出范式的使用范围有一定的使用范围。如“元科学”不适应“交叉科学”，实际事实面临的问题大多是交叉领域的科技和科学问题。

所说的元科学是一种不把自身当作关于客观世界的知识体系，而把它作为研究科学的本质及科学研究方法的元科学。元科学概念，最先由逻辑实证主义学派提出。认为科学哲学不把自身当作关于客观世界的知识体系，而把它作为研究科学的本质及科学研究方法的元科学。指出科学概念与元科学概念有严格的区别，如"力"、"质量"、"基因"等在"科学内部"出现的名词，是科学名词，属于对象语言"规律"、"理论"、"说明"、"确认"等用来"谈论科学的"、表示科学的陈述或活动特征的名词，是元科学名词，属于元语言。科学内容不影响元科学名词的意义，元科学名词的意义不是科学内容的函项，不随科学中使用或接受的特殊概念、命题与论证的变化而变化。

所说的交叉科学是一种与两种或两种以上不同领域的知识体系有密切联系，并借助它们的成果而发展起来的综合性科学门类。如生物物理学、生态经济学等。当前数学家非常重视“交叉科学”的探索。

“交叉科学”的生成一般有两种情况：

一种是某些重大的科研课题涉及到两个或两个以上学科领域，在研究过程中，便在这些相关领域的结合部产生了新兴学科。诸如物理数学、物理化学、生化力学、技术经济等。

另一种情况，是运用某一学科的理论和方法去研究另一学科领域的问题，也会形成一些交叉科学。诸如射电天文学和天体物理等。

如果，能够选择范畴论甜甜圈（圆环）一个封闭的

环（注：甜甜圈（圆环）在无量纲圆对数表现为黎曼函数（K=-1）的转换）。在总周长度不变下而不剪断、可以拉伸、滑动成为另一个环，它们在空间结构上被认为本质相同。那么通过定义它们之间保留结构的映射来理解数学对象。由于种类、型号复杂造成了分析的困难。

20 世纪初埃米·诺特发展了环、域和代数等实体，专注它们的结构和关系发展了理论，以抽象的符号表示基础代数原来的的加减乘除，它们之间的关系以抽象代数进行更广泛的关注。

可是，逻辑代数遇到了逻辑对象的连续性、不对称性，处理起来可能还是原来的基础代数算术符号的"加减乘除开方乘方"更方便、更容易接受。于是数学家们提出"逻辑算术化、算术逻辑化"的设想，试图解决当前逻辑计算与经典计算的衔接，尽可能的实现数学大统一。

最明显的例子是 **1969** 年美国数学家提出的"朗兰兹纲领"，由罗伯特·朗兰兹在 1960 年代提出的。其是对傅里叶分析的广泛泛化，而傅里叶分析是一个影响深远的框架，可将复杂的波表示成多个平滑震荡的正弦波。朗兰兹纲领在三个不同的数学领域都有重要地位：数论、几何和所谓的函数域（function field）。这三个领域通过一个类比网络连接在了一起，而这个网络也被称为数学的「罗塞塔石碑（Rosetta stone）」。

通俗地说，朗兰兹以一系列猜想，试图把"代数、几何、数论（算术）、群组合理论"，一个简单的公式统一起来进行描述。

40 年代，麦克莱恩(Sounder Mac Lane)艾森佰格(Sanmual Eilenberg)对数学结构中固有的变换和对称性，"函子-态射"成为将代数问题转换为拓扑问题的关键工具，将拓扑学术语翻译为抽象代数术语，建立了一个群是一个具有单一运算的元素集合成为范畴论基础。它将从一个世界对象和操作，转换为另外一个世界对象。拓扑以"基本群"这样一个工具引入理解空间结构的方式，并且通过抽象运算来完成，激发了抽象代数的正式发展。

采用无量纲圆对数构造集作为第三方来验证范畴论，认为范畴论的数学有优越性，很好地处理"对象"之间的"态射"关系。但是，缺陷不少，甚至影响范畴论数学基础的牢固性。

拓扑缺陷主要表现在：

（1）、范畴以"基本群"反映世界"对象"的离散型转换关系，事实是世界"对象"除外部离散型外，还有世界"对象"内部的连续型（各个元素之间的相互作用）关系。没有提出外部变化与内部变化的协调关系给予数学证明。也就是说，范畴论有结合律、交换律，缺少了如经典数学那样精确的"可解释性、平衡交换性"定性定量的描述。

（2）、范畴作为一个世界"对象"和操作转换为另外一个世界"对象"，应该描述它们"对象"外部-内部之间转换关系以及变化的路径记录。没有像经典代数那么有灵活性、精确性地、可靠的描述"对象"之间的平衡交换。

（3）、范畴作为一组对象和这些对象之间的"态射"（morphism、箭头）。如(ab→c)，事实(ab≠c)存在不对称性，"对象"（外部、内部）不能平衡交换。范畴论没有数学证明给与"态射、函子"应用的理由。那么范畴论面临"态射、函子、同调群、自然变换等"一些有关数学问题不能解释，意味着数学基础不牢固。

事实表明：逻辑代数、范畴论等在探索多项式方程中，以抽象语言定义和符号及解析规则，遇到了"乘组合-交集与加组合-并集过程中，如何数学处理"拓扑（变形）"的困难，其实质是隐藏了范畴论的外部与外部、内部与外部关系，内部与内部之间变形过程，意味着范畴论的拓扑先天性不足。

有没有一种更高维的如三维及三维以上的范畴论称为高维范畴论（Higer Category)，具有比二维范畴中变得更加深入和分层被开发出来？至少目前的进度是没有的或不够满意。

如果，引入第三方身份的无量纲圆对数和特有的"偶数性对称与不对称的平衡交换机制"验证范畴论，验证其有二种层次不同意义和内容：这个构造系统有：

（1）、代表着一个特定的共同体成员所共有的特征（特征模）、信仰、价值、技术等构成的整体。无量纲圆对数表示为对象外部，以（特征模）中心点与周围元素的同步变化。

（2）、指谓着哪个整体的一种元素，即具体的"对象内部"谜题的解答。无量纲圆对数表示为对象内部，以（特征模）中心点与周围元素之间的位值-位置关系，解析各个元素。

证明它们的"逻辑分析对象态射的不对称性；数值分析对象平衡的不可态射性"。解决的办法：这些"对象"统一转换为圆对数，以圆对数中心零点的"偶数性的机制"带动了"对象"进行平衡交换。

这样一来，范畴论经过与无量纲圆对数的衔接，克服缺陷，转换为完整性系统的无量纲圆对数具有广阔的

应用前景。

8.3.2、范畴论拓扑空间域与无量纲圆对数空间

定义空间域，一种数学空间，实数和复数都构成域。虽然这很基础，但它确实是一个有趣的空间结构，很多复杂的空间比如说向量空间，都是以域为基础的。

近代数学所说的域，即一个集合 F，配备两个二元

运算，目前这个二元运算建立于对称性的平衡交换，引入无量纲圆对数，可以拓展适应“对称与不对称的平衡交换”，称完整性的“偶数性”。圆对数把两个运算称为加法的乘法进行了统一，克服“加组合与乘组合世纪性的矛盾”。

传统的二元以对称性分布的意思就是输入两个元素，通过加法(或者乘法)会产生一个确定的元素，称“组合”。反之，输入一个确定的元素，通过加法(或者乘法)会产生两个元素。事实存在更多的三元不对称。三元以不对称性分布的意思就是输入三个元素，通过加法(或者乘法)会产生一个确定的元素没有问题，称“组合”。如果，输入一个确定的元素，通过不对称性加法(或者乘法)会产生三个元素。称“解析、分解”，发生困难了。这个也就是范畴论需要拓展的分析重要内容。

空间在数学里往往呈现出一种层次结构面向对象的设计。在这个层次结构的顶部，是最抽象的空间，比如层次结构的概率→拓扑→超拓扑→网络空间→无量纲圆对数空间。在这个空间里将展示离散-连续一体化组成的三维网络空间概念。这些空间往往具有统一的结构和属性，也可以有更加特殊的应用。

加法和乘法的（∪并集，∩交集 AB，a+b，ab）运算以实数的通常方式定义。但如果以集合论公理化的手段来定义域，它只需满足以下公理即可。逻辑代数对于所有 a , b , c ∈ F 组成的空间，人为假设“离散型-对称性”缺少可解释性。

特别是，范畴论的缺乏完整性的“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”。其并集、交集、态射都缺少明确的平衡性的内涵，不能进行态射与交换。

圆对数团队把实数集 **R** 与自然数集 **N**，一一对应的比较产生无量纲圆对数，形成一个包含所有实数和自然数的域，同样可以包含范畴论所说的空间的变形，以数学形式定性定量地描述它们的静态和微积分动态变化过程。**（图 8.2）**

（图 8.2）空间域与圆对数空间（图片引自网络）

如：乘组合对加组合（包含集合论类似）可以满足互逆对称结合律，不能直接进行平衡交换：

$$a+b=c\ ;\ a=c-b\ ;\ b=c-a\ ;\ a\neq b\ ;$$
$$a\neq(b\cdot c)\ ;\ b\neq(a\cdot c)\ ;\ (c)\neq(a\cdot b);$$

值得一提的是乘组合与加组合没有序列关系。

当进行复分析时，在域上定义顺序关系，我们就得到了有序域，常见的例子如有理数域(**Q**) 和实数域(**R**)，也可以不限于实数域的无理数、任意可数字化对象在复分析的序列中都可以组成无量纲形式的有序域。

有序域如何实现交换如代数方程式一直没有解决“一个元数与二个元数”的平衡交换问题，使得经典代数与逻辑代数得不到完整性、充分性发展。也就是说，逻辑代数与经典代数都缺少平衡交换的定性定量形式的可解释性。

引入无量纲圆对数，应用“无量纲偶数性机制”，使得范畴论空间转换与无量纲圆对数空间衔接，进行平衡交换成为可能性，填补了范畴论（内外部）三元数和二元数数值不对称平衡交换的空白。

以三元数不对称（指数值不对称、元数分布不对称）为例：

三元数：{A,B,C}，乘组合单元体：$^{(3)}\sqrt{ABC}$；

(1) 、特征模加组合单元体：

$$\{D_0\}^{(1)}=(1/3)(A+B+C);$$
$$\{D_0\}^{(2)}=(1/3)(AB+BC+CA);$$

(2) 、圆对数：

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=\{^{(3)}\sqrt{ABC}/(1/3)(A+B+C)\}^{K(1)(2)(3)};$$

(3) 、圆对数分配律：

$$(A\cdot B)\cdot C=A\cdot(B\cdot C)=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\cdot\{D_0\}^{(3)}$$
$$=(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_B{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)}\cdot\{D_0\}^{(3)};$$

无序性的三元数在无量纲圆对数表现为有序性

(A・B)・C 对应圆对数：

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_B{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)}:$$

(A・(B・C)对应圆对数:

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_B{}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)}:$$

(4) 、圆对数平衡交换律：

$(A\bullet B)\bullet C=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\cdot\{D_0\}^{(3)}$；

$=[(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_B{}^2)^{(K=+1)}]\leftrightarrow[(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)}]\cdot\{D_0\}^{(3)}$；

对应$(A\bullet B)^{(K=+1)}\leftrightarrow C^{(K=-1)}$；

$A\bullet(BC)=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\bullet\{D_0\}^{(3)}$；

$=(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow[(1-\eta_B{}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)}]\cdot\{D_0\}^{(3)}$；

对应 $A^{(K=+1)}\leftrightarrow(B\cdot C)^{(K=-1)}$；

$(ABC)=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\bullet\{D_0\}^{(3)}$；

$=[(1-\eta_{ABC}{}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{ABC}{}^2)^{(K=\pm0)}]\leftrightarrow[(1-\eta_{ABC}{}^2)^{(K=+1)}]\bullet\{D_0\}^{(3)}$

对应$(ABC)^{(K=-1)}\leftrightarrow(ABC)^{(K=+1)}$；

无量纲圆对数中心零点偶数性的对称性：

$(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm1)}=\sum(1-\eta_i{}^2)^{(K=+1)}+\sum(1-\eta_i{}^2)^{(K=-1)}=0$;

其中：“$\leftrightarrow$”表示数值分析与逻辑分析转换为圆对数以及偶数性的对称与不对称对应中心零点的对称性平衡交换，在圆对数性质属性正中反转换的带动下，进行简接的平衡交换（映射、态射）。

空间本身是抽象的，它从一个集合开始——通常称为点或元素的对象的集合，有逻辑语言描述的抽象实现“没有可解释性”的交换（映射、态射）。圆对数以第三方形式，进行最抽象化的（数值分析与逻辑分析）的“无量纲语言定义的四则运算（加减乘除乘方开方）”，与自然数事实的符号一样，应用范围与概念不一样。

无量纲圆对数的“无关数学模型，没有具体元素内容”称“圆对数空间”。具有最抽象分析，描述的距离、空间、组合、函数、拓扑变形等的差别，赋予全体及群组合意义的平衡计算和交换关系。

特别的，每个（内外部）空间都拥有自己独特的属性理论和实际应用范围。比方说空间中添加一个距离函数（圆对数）时，就能够开始研究收敛性，紧致性和连续性确保解析的唯一性、零误差的可靠性，更有趣的是圆对数这些概念分别具有：

（1）、群组合中心点与周围元素的同步变化，反映在圆对数$(1-\eta^2)$上，

（2）、需要更抽象的概率-拓扑概念通过圆对数中心零点$(1-\eta_C{}^2)$与周围元素关系进行解析。

所说的“无量纲圆对数”是元素与群组合元素单元体为底的比较，称“位值圆对数”分析。其实，逻辑对象转换为无量纲圆对数和性质属性，性质属性控制概率-拓扑的收敛性、紧致性、连续性、结合性、平衡交换性，分别有二个部分组成：

（1）、无量纲圆对数与对应的数值特征模（外部）的中心点之间比较（范畴论称态射），

（2）、数值特征模（内部）的中心点与周围个体或小群体元素之间的比较。

数值之间不能交换，必须通过第三方构造的圆对数中心零点的偶数对称性的交换带动数值交换，一旦撤销圆对数，恢复原来数值的不对称性。这些可解释性的东西，在数值分析和逻辑分析都没有阐述，圆对数弥补了这个缺陷，可以解释许多随机和不随机的自然现象。

这样，无量纲圆对数协调、证明范畴论、逻辑分析、数值分析，并把它们转换为无量纲圆对数，营造了层次，层次之间通过无量纲圆对数进行平衡交换（投影、态射、映射、组合、分解……等），意味着无量纲圆对数占据了网络空间最顶端，体现了无量纲圆对数具有最深刻、最抽象、最基本的空间构造。

如：科学家发现：光到底是波还是粒子和观测者有关系，当双缝干涉实验在没有观测者的时候，粒子就处于叠加状态，这个叠加的状态通过双缝的时候，有一半会通过 A 缝隙，另一半会通过 B 缝隙，在没有观测者的时候，量子处于叠加状态，所以我们看到的就是粒子形态，当我们去观测它的时候，就能够看到它到底是从 A 缝隙还是从 B 缝隙穿过，由于粒子的路径被锁定了，所以干涉条纹也就消失了，这个时候它就变成了波。在物理学上科学家定义光具有波粒二象性。

“数值或逻辑”转换为圆对数描述为“（粒）概率$(1+\eta_{\Delta a}{}^2)$”与“（波）拓扑$(1-\eta_{\Delta bc}{}^2)$”在同一个圆对数中心零点对称性数值因子下随机进行分解与组合。

$$\mathbf{(1-\eta_C{}^2)\bullet(ABC)=[(1+\eta_{\Delta a}{}^2)\leftrightarrow(1-\eta_{\Delta bc}{}^2)]\bullet(ABC)},$$

二元素连乘分解为圆对数的二元素相加：

$$\mathbf{(1-\eta_C{}^2)\bullet(ABC)=[(1+\eta_{\Delta a}{}^2)\leftrightarrow(1-\eta_{\Delta b}{}^2)\leftrightarrow(1-\eta_{\Delta c}{}^2)]\bullet(ABC)},$$

实现无量纲圆对数中心零点（临界点、线）$(1-\eta_C{}^2)$的“偶数性”对称与不对称的随机与不随机的$(\pm\eta_\Delta{}^2)$平衡交换，可解释性地描述物理“(概率)粒↔(拓扑)波）二重性”现象。

8.4、范畴论符号（包括微积分符号）与圆对数符号衔接

范畴论的重要特征是拓扑几何变形之间的态射，仅仅阐述它们之间关系，没有完整性的定性定量描述，不能描述对象的定性量动态以及互逆性变化状态，带来了逻辑符号的不完整性和不严谨性，为此引入完整性的“加减乘除乘方开方以及平衡交换”的圆对数符号。

✷定义 2.13 群组合-函数的圆对数数学符号与微积分符号的约定：

如：$\mathbf{\{X\}=(1-\eta^2)^K\{X_0\}}$，$\mathbf{\{\partial X\}=(1-(\partial\eta)^2)^K\{X_0\}}$，

$$\{\Delta X\}=(1-(\Delta\eta)^2)^K\{X_0\}=(1-(\eta_2-\eta_1)^2)^K\{X_0\},$$

转换：$\{X\}^{(K=-1)}=(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\{D_0\}^{(K=+1)}$，$\{X\}$，$\{D_0\}$不变，

$$(1-\eta^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=+1)},$$

完成$\{X\}^{(K=-1)}\leftrightarrow\{D\}^{(K=-1)}$，反之也可以成立。

如：命题：$(1-\eta^2)^K$对应特征模：

“对于所有的”$X=(1-\eta^2)^K$，“存在某个”$Y=(1-\eta_i^2)^K$，使得$(1-\eta_C^2)^K\geq(1-\eta_i^2)^K$

“存在某个” $Y=(1-\eta_i^2)^K$，“对于所有的”$X=(1-\eta^2)^K$，使得$(1-\eta_C^2)^K\geq(1-\eta_i^2)^K$

✸定义 2.14 特征模对应微积分：

微分：$(-N=(\text{符号 } d,d^2)=0,1,2)$，

积分：$(+N=(\text{符号}\int,\iint)=0,1,2)$，

“存在 a（特征模）”使得 $da^n/dx=(1/n)a^{(n-1)}$，

圆对数定义为：

$$d(1-\eta_x^2)^K/dx=(1-(d\eta_x/dx)^2)^K=(1-\eta_x^2)^{K(N-1))},$$

“存在 a（特征模）”使得

$$d^2a^x/dx=[(2!/n(n-1)]a^{(n-2)},$$

圆对数定义为：

$$d^2(1-\eta_x^2)^K/dx^2=(1-(d^2\eta_x/dx^2)^2)^K=(1-\eta_x^2)^{K(N-2))},$$

“存在 a（特征模）”使得$\int(1/n)a^{(n-1)}dx=a^n$，

圆对数定义为：

$$\int(1-\eta_x^2)^K dx=(1-(\int\eta_x dx)^2)^K=(1-\eta_x^2)^{K(N+1))},$$

“存在 a（特征模）”使得$\iint[(2!/n(n-1)]a^{(n-2)}dx^2=a^n$，

圆对数定义为：

$$\iint(1-\eta_x^2)^K dx=(1-(\iint\eta_x dx)^2)^K=(1-\eta_x^2)^{K(N+2))},$$

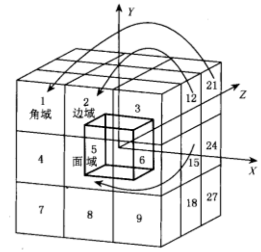
其中：（n）表示自然数，$(\pm N=0,1,2)$表示微积分阶。

8.4.1、无量纲圆对数与三维状态空间

状态空间则是指该系统的全部可能状态的集合。简单来说，状态空间可以视为一个以状态变量为坐标轴的空间，因此系统的状态可以表示为此空间中的一个向量。即为一种将物理系统表示为一组输入、输出及状态的数学模式，而输入、输出及状态之间的关系可用许多一阶/二阶微分方程来描述。

✸定义 2.21 位值圆对数与三维状态空间，三维的状态空间 **K** 维格子，**A，B，C** 集各种对应的集对序与圆对数关系，其中包含状态空间在轴线概率和平面拓扑的（投影、映射、态射）平衡交换。**（图 8.3）**

（图 8.3 三维状态空间）



三元数存在不对称性分布，如一个元素与二个乘组合的平衡交换问题一直没有解决，至今成为空白领域。引入无量纲圆对数以无量纲构造特有的完整性的“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”，成功解决范畴论中不对称、不均匀、不可约、不同层次的状态空间相互之间的，定性定量的圆对数变化关系的描述。

逻辑分析的范畴论也说“拓扑-态射”，是以对称性-离散假设建立（概率、一阶微分）交换规则。这个规则没有严格的数学定性定量的正反向证明，也没有“对象内外部的平衡交换”，仅仅以“变形”的函子等关系称“态射”后面有阐述。

如果，遇到格子以拓扑的二二对称性，实际上代数拓扑还变化“2-2 组合”，遇到了三维不对称性（如概率-拓扑之间不同密度的质量等不对称性），如何数学解决交换？范畴论没有给与严格的数学可解释性。

这里，通过无量纲圆对数把不对称性转换为圆对数中心零点对称性，拓展为一阶/二阶微分方程，即概率-拓扑（不对称性）的三维坐标具备最高级最抽象的圆对数空间描述，处于空间顶端。空间内不管什么层次、区段之间所谓的“态射”，经过转换为无量纲圆对数，可以获得可靠的数学解释。可是，这样的结果是“无量纲圆对数最好的替代了范畴论”。

证

这里仅仅是借用（图 8.3）为例，三维状态空间是指已经转换为无量纲圆对数空间的概念。二个元素（乘组合）在平面的投影，发生变形，同样属于拓扑概念。

这样一来，无量纲的圆对数赋予有向的序列展开。

三元数：**(A,B,C)**，

边界函数：$\mathbf{D}=[^{(3)}\sqrt{\{A\cdot B\cdot C\}}]^{(3)}$，称“乘组合”单元体。

“加组合”特征模单元体：

$$\{\mathbf{D}_0\}^{(1)}=(1/3)(A+B+C),$$

$$\{\mathbf{D}_0\}^{(2)}=(1/3)(AB+BC+CA),$$

也就是说，已知 $\mathbf{D}=\{A\cdot B\cdot C\}$，

特征模：$\{\mathbf{D}_0\}^{(1)}$和$\{\mathbf{D}_0\}^{(2)}$，可以进行三维的复分析。

如：三维海涅-博雷尔定理的 **K** 维格子

第一步：以 3 维格子为例，在每一步中，将其划分成 8 个 3 维格子，然后选取不能被有限覆盖的子 3 维格子，再将其划分成 8 个 3 维格子。因为，这是嵌套的 3 维格子序列，所以它们的交集中，至少包含了一个点单元点$^{(3)}\sqrt{(ABC)}$。中心零点 $I^3=I_x\cdot I_y\cdot I_Z$ 对应特征模$\{\mathbf{D}_0\}$处于共轭不对称性的中心点，可以转换为无量纲圆对数表示：

根据"一元三次方程"根解析，对称条件下：

$$(\eta)=(\eta_a)+[(\eta_b)+(\eta_c)]=0,$$

拓扑组合：

$$(A\cdot B\cdot C)=(1-\eta_C{}^2)^{(K=+1)}\cdot\{\mathbf{D}_0\}^{(3)};$$

$$\{^{(3)}\sqrt{(A\cdot B\cdot C)}\}^{(2)}=(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)}\cdot\{\mathbf{D}_0\}^{(2)};$$

概率组合：

$$\{^{(3)}\sqrt{(A\bullet B\bullet C)}\}^{(1)}=(1-\eta_C{}^2)^{(K=+1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(1)};$$

圆对数平衡交换对称性：

$$(1-\eta_a{}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{bc}{}^2)^{(K=+1)}$$

根元素：

$$A=(1-\eta_a{}^2)^{(K=+1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\},$$

$$B=(1-\eta_b{}^2)^{(K=-1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\};$$

$$C=(1-\eta_c{}^2)^{(K=-1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\};$$

共轭中心零点：

$$(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_a{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_b{}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_c{}^2)^{(K=-1))}$$

$$=\{0,1\};$$

A↔BC 的平衡交换组合条件：

中心零点$(1-\eta_C{}^2)$对应$\{\mathbf{D}_0\}$不变，无量纲圆对数带动 $A^{(K=+1)}$与$(B、C)^{(K=-1)}$之间的圆对数"偶数性"的性质属性的对称与不对称随机性平衡交换。

（1）内部'无穷公理'平衡交换组合机制

$$(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_{abc}{}^2)^{(K=+1)}$$

$$=(1-\eta_a{}^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm0)}$$

$$\leftrightarrow[(1-\eta_b{}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_c{}^2)^{(K=-1)}]\leftrightarrow(1-\eta_{abc}{}^2)^{(K=-1)};$$

（2）外部'无穷公理'平衡交换组合机制

$$(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_{abc}{}^2)^{(K=+1)}$$

$$=(1-\eta_{abc}{}^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow[(1-\eta_a{}^2)^{(K=+1)}$$

$$\leftrightarrow[(1-\eta_b{}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_c{}^2)^{(K=-1)}]=(1-\eta_a{}^2)^{(K=-1)}$$

第二步：三维海涅-博雷尔定理的 **K** 维格子，由每个维格子 **I** 由每个维度上的一个区域划定，并且划定成 $\{3\}^2$ 个部分，在每次划分中，把不能被覆盖的 **K** 维格子，继续分成$\{3\}^2$个 **K=n** 维格子。得到了每次划分的:$(1/3^K)_1$，$(1/3^K)_2$，…，$(1/3^K)$，对应获得无量纲圆对数以及特征模$\{\mathbf{D}_0\}^{(K=1)}$，$\{\mathbf{D}_0\}^{(K=2)}$，…，$\{\mathbf{D}_0\}^{(K=n)}$

它们以圆对数中心点为共轭互逆不对称性的中心点，不能平衡交换，只有转换为特征模和无量纲圆对数，应用无量纲构造特有的"偶数性"机制，进行平衡交换。有：

$$A=(1-\eta_A{}^2)^{(K=+n)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}$$

$$=\{(1-\eta_{a1}{}^2)+(1-\eta_{a2}{}^2)+\ldots+(1-\eta_{an}{}^2)\}^{(K=+1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(K=n)},$$

$$B=(1-\eta_B{}^2)^{(K=-n)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}$$

$$=\{(1-\eta_{b2}{}^2)+(1-\eta_{b2}{}^2)+\ldots+(1-\eta_{bn}{}^2)\}^{(K=-1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(K=n)},$$

$$C=(1-\eta_C{}^2)^{(K=-n)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}$$

$$=\{(1-\eta_{c3}{}^2)+(1-\eta_{c2}{}^2)+\ldots+(1-\eta_{cn}{}^2)\}^{(K=-1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(K=n)},$$

$$ABC=(1-\eta_{ABC}{}^2)\bullet\{\mathbf{D}_0{}^{(3)}\}^{(K=n)}$$

$$=(1-\eta_{jik}{}^2)\bullet\{\mathbf{D}_0{}^{(3)}\}^{(K=n)}$$

其中：圆对数具有同构一致的计算时间，因此任意三维的高维空间，同构圆对数形式始终不变。

圆对数组合：

$$(1-\eta_{ABC}{}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_{ABC}{}^2)^{(K=+1)}$$

$$+(1-\eta_{ABC}{}^2)^{(K=\pm1)}+(1-\eta_{ABC}{}^2)^{(K=-1)}=\{0,2\};$$

圆对数中心零线（临界线）对称性：

$$(1-\eta_{ABC}{}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_{ABC}{}^2)^{(K=+1)}$$

$$+(1-\eta_{ABC}{}^2)^{(K=\pm0)}+(1-\eta_{ABC}{}^2)^{(K=-1)}=\{0,1\};$$

圆对数中心零点（临界点）对称性：

$$(1-\eta_{ABC}{}^2)^{(K=\pm0)}=(1-\eta_{ABC}{}^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta_{ABC}{}^2)^{(Kw=-1)}=\{0\};$$

轴线概率组合：

$$\{(1-\eta_{[I]1}{}^2)+(1-\eta_{[I]2}{}^2)+\cdots+(1-\eta_{[I]n}{}^2)\}^{(K=\pm0)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(1)},$$

平面拓扑组合：

$$\{(1-\eta_{[ik]1}{}^2)+(1-\eta_{[kj]2}{}^2)+\cdots+(1-\eta_{[ji]n}{}^2)\}^{(K=\pm0)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(2)},$$

应用圆对数中心零点（临界点）对称性：

轴线概率组合↔平面拓扑组合

圆对数条件下：轴线概率投影系列=平面拓扑系列。由此建立了三维复分析的八象限空间，适应$\{3\}^{2n}$。$n=(1,2,3,\ldots)$。

平衡交换规则：原命题不变，特征模不变，同构圆对数形式不变，通过圆对数中心零点和性质属性的正中反的变化，实现交换、投影、映射、态射、组合、分解。

$$(1-\eta_{jik}{}^2)\cdot\{\mathbf{D}_0{}^{(3)}\}^{(K=+n)}=[(1-\eta_{jik}{}^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{jik}{}^2)^{(K=\pm0)}$$

$$\leftrightarrow(1-\eta_{jik}{}^2)^{(K=-1)}]\cdot\{\mathbf{D}_0{}^{(3)}\}^{(K=n)}=(1-\eta_{jik}{}^2)\cdot\{\mathbf{D}_0{}^{(3)}\}^{(K=-n)};$$

其中：$(1-\eta_{jik}{}^2)\bullet\{\mathbf{D}_0{}^{(3)}\}^{(K=n)}$状态空间的定性定量的三维空间坐标，表现了范畴论状态空间的态射必须通过圆对数才能具有零误差的可解释性。

三维状态空间的 **K** 维格子状态空间（图 8.3）的（角域 1 与角域 21），（边域 2 与边域 12），（面域 5 与面域 15），

圆对数： $(1-\eta_1{}^2)$（角域），$(1-\eta_2{}^2)$（边域），$(1-\eta_5{}^2)$

（面域），...$(1-\eta_n^2)$（任意域），

圆对数集对序的映射：（任意域 ABC 与任意域 jik,分别对应概率 A,B,C,以及拓扑 AB,BC,CA）状态,圆对数对称性条件下，满足偶数性的共轭互逆对称性的交换、态射。

$$(1-\eta_{jik}^2)=(1-\eta_j^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{ik}^2)^{(K=-1)}$$
$$=(1-\eta_j^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_i^2)^{(K=-1}+(1-\eta_k^2)^{(K=-1)}$$
$$=\{0,\pm1\},$$
$$(1-\eta_{jik}^2)=(1-\eta_i^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{kj}^2)^{(K=-1)}$$
$$=(1-\eta_i^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_k^2)^{(K=-1}+(1-\eta_j^2)^{(K=-1)}$$
$$=\{0,\pm1\},$$
$$(1-\eta_{jik}^2)=(1-\eta_k^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{ji}^2)^{(K=-1)}$$
$$=(1-\eta_k^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_j^2)^{(K=-1}+(1-\eta_i^2)^{(K=-1)}=\{0,\pm1\},$$

特别的：状态空间的数值具有不对称性，不能直接平衡交换组合与映射、态射，通过圆对数的性质属性才能进行平衡交换组合。

由$(1-\eta_{jik}^2)=\{0,\pm1\}$组成三维八象限空间，共轭中心零点{0}，边际函数{±1}。

根据“一元三次方程”，已知：**D**=ABC 和特征模{$\mathbf{D}_0$}，可以直接通过圆对数和圆对数中心零点进行根解析，$A=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{\mathbf{D}_0\}$，$B=(1-\eta^2)^{(K=-1))}\{\mathbf{D}_0\}$；$C=(1-\eta^2)^{(K=-1))}\{\mathbf{D}_0\}$；

A↔B↔C)的交换条件：圆对数$(1-\eta_{ABC}^2)$与{$\mathbf{D}_0$}相同条件下，带动了 A 与 B 与 C 之间的随机性交换。

如： 角域 1 与角域 21：

$$(1-\eta_{[1]}^2)^{(k=+1)}+(1-\eta_{[21]}^2)^{(k=-1)},$$

边域 2 与边域 12：

$$(1-\eta_{[2]}^2)^{(k=+1)}+(1-\eta_{[12]}^2)^{(k=-1)},$$

面域 5 与面域 15：

$$(1-\eta_{[5]}^2)^{(k=+1)}+(1-\eta_{[15]}^2)^{(k=-1)},\ \ldots,$$

其中：角域、边域、面域元素组成“2-2 组合”的通过圆对数转换为二个圆对数对应的元素相加，满足结合律和交换律。

可见，上述二维/三维复分析的交换、变换、映射、投影、态射成立的理由：“是通过相同的圆对数对称性因子条件下，以性质属性正中反向的交换解释清楚。一旦撤销圆对数，则群组合-函数恢复不对称性。

8.4.2、圆对数空间的共轭互逆对称性的平衡交换

✷定义 8.5.1 拓扑空间，拓扑空间是由一个集合和一个函数集合之间的关系，表现为 d=(态射)X·(X·X)→$(1-\eta_{pqr}^2)\{X_0\}^{(3)}$决定的，

对于任意三维空间：乘组合拓扑空间特征模单元体：

$$(p,q,r)\in\{X\},$$
$$\{X\}^{(1)}=\{^{(3)}\sqrt{(p,q,r)}\}^{(};$$
$$\{X\}^{(2)}=\{^{(3)}\sqrt{(p,q,r)}\}^{(2)};$$
$$\{X\}^{(3)}=\{^{(3)}\sqrt{(p,q,r)}\}^{(3)};$$

加组合拓扑空间特征模：

$$\{\mathbf{D}_0\}^{(1)}=(1/3)(p+q+r)$$
$$\{\mathbf{D}_0\}^{(2)}=(1/3)(pq+qr+rp),$$

{X}∈$\{X_0\}^{(3)}$；组合系数(A=1)；

圆对数证明：三个元素连乘(p,q,r)∈X={$\mathbf{D}_0$}存在：

$$(1-\eta_{pqr}^2)=\{^{(3)}\sqrt{(p,q,r)}/\{\mathbf{D}_0^{(3)}\}=\{0,1\};$$

下列性质均成立。

✷性质 1:“距离、”无量纲圆对数表示，如果 p≠q≠r，那么 d(p,q,r)>0，$(1-\eta^2)=0$（对应特征模为数值中心点{$\mathbf{D}_0$}对应特征模为最大值、或称“理想”。

根据一元三次方程卡尔丹公式 d(p,p)=0（数值中心点与 p 重合），属于对称性特例解，即：三个元素数值的中心点与一个数值 p 重合,数值 q 与 r 对称性分布。

事实：一元三次方程的一般解，中心点可以在“一个数值元素与二个数值元素”之间，数值 p,q 与 r 呈不对称性分布。d[(p,q),r)]≥0，$(1-\eta^2)=0$（对应特征模为数值中心点{$\mathbf{D}_0$}），

✷性质 2：“三角不等式”，d(p,q,r)≠d(pq)+d(r)。不等式不能交换，这是三维复分析的难点。三角不等式通过圆对数处理把乘组合转换为加组合的结合律，则带动了数值交换，进行复分析。

（一阶微分）：

$$d(p,q,r)=(1-\eta_{pq}^2)^{(K=\pm1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(K=\pm1)(S=3)(N=-1)}$$
$$=(1-\eta^2)^{((K=\pm1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(K=\pm1)(S=3)(N=-1)},$$

（二阶微分）：

$$d^{(2)}(p,q,r)=(1-\eta_{pq}^2)^{(K=\pm1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(K=\pm1)(S=2)(N=-2)}$$
$$=(1+\eta^2)^{(K=\pm1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(K=\pm1)(S=3)(N=-2)},$$

✷性质 3：“对称性与封闭性”，

三元素在封闭性内存在：

$$d(p,q,r)=(1-\eta^2)\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(3,2,1)(N=-1,2)}\geq0,$$

其中：$(1-\eta^2)$与{$\mathbf{D}_0$}都在封闭性范围内成立。$(1-\eta^2)$为无量纲位值圆对数，排除运算中受到具体元素的干扰。

✷性质 4：圆对数中心零线（临界线）对称性：

$$(1-\eta_{pqr}^2)^{(K=-1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(3,2,1)(N=-1,2)}$$
$$=(1-\eta_{pq}^2)^{(K=-1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(2)}+(1+\eta_r^2)^{(K=+1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(1)};$$
$$d(p,q)=(1-\eta_{pq}^2)^{(K=-1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(2)(N=-1,2)}$$
$$=(1-\eta_p^2)^{(K=-1)}\cdot\{\mathbf{D}_0\}^{(1)}+(1-\eta_q^2)^{(K=-1)}\bullet\{\mathbf{D}_0\}^{(1)},$$

$d(r)=(1+\eta^2)^{(K=+1)}\cdot\{D_0\}^{(1)(N=-1,2)}$,

$=(1-\eta_r^2)^{(K=+1)}+(1+\eta^2)^{(K=+1)}=1$,

✷性质 5：圆对数中心零点（临界点）对称性：

$(1-\eta_{pq}^2)^{(K=-1)}\cdot\{D_0\}^{(2)}+(1+\eta_r^2)^{(K=+1)}\cdot\{D_0\}^{(1)}$

$=[(1-\eta_{pq}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_q^2)^{(K=-1)}+(1+\eta_r^2)^{(K=+1)}]$

$\cdot\{D_0\}^{(1)}=0$;

三元数对应一阶、二阶特征模：$\{D_0\}^{(3)(N=-1,2)}$,

圆对数中心零点（临界点）对称性对应一阶、二阶：

$$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}\cdot\{D_0\}^{(3)}$$

$$=(1-\eta_{\Delta pq}^2)^{(Kw=-1)}\cdot\{D_0\}^{(2)}+(1+\eta_{\Delta r}^2)^{(Kw=+1)}\cdot\{D_0\}^{(1)};$$

$$d(p,q)=(1-\eta_{\Delta pq}^2)^{(Kw=-1)}\cdot\{D_0\}^{(2)}$$

$$=(1-\eta_{\Delta p}^2)^{(Kw=-1)}\cdot\{D_0\}^{(1)(N=-1,2)}$$

$$+(1-\eta_{\Delta q}^2)^{(Kw=-1)}\cdot\{D_0\}^{(1)(N=-1,2)},$$

$$+(1+\eta_{\Delta r}^2)^{(Kw=+1)}\cdot\{D_0\}^{(1)(N=-1,2)},$$

$$(1-\eta_{pqr}^2)^{(wK=-1)}+(1+\eta_{pqr}^2)^{(Kw=+1)}=0,$$

对应特征模内部不对称性分布$\{D_0\}^{(3)}$,

特别的，数值：d(p,q)≠d(r)，可以组成共轭互逆不对称性性二者不能直接交换，通过圆对数$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}$和$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}$控制对称性才能保持平衡与交换。

交换规则：原命题不变、特征模不变、同构圆对数，圆对数中心零点对称性不变，通过性质属性由“+”与“-”之间的随机与不随机的交换。

$$(1-\eta_{pqr}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_{pq}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_r^2)^{(K=+1)};$$

$$(1-\eta_{pq}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_p^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_q^2)^{(K=-1)};$$

三维复空间圆对数的平衡与交换

$(1-\eta_{pqr}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_p^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_q^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_r^2)^{(K=+1)}$；

其中：$(1-\eta_{pq}^2)^{(K=-1)}$分解为$(1-\eta_p^2)^{(K=-1)}$和$(1-\eta_q^2)^{(K=-1)}$）通过圆对数的平衡与对称交换或组合。交换的中心点为三维直角坐标系的中心零点。

如，(1,4,7),对称性位值因子分别为“±3”对应特征模{4}，数值对称性(4-3)=0,(4-0)=4,(4+3)=7，

(3,4,8),对称性位值因子分别为“±3”对应特征模{5}，数值对称性(5-2)=3,(5-1)=4,(5+3)=8，

基于数值中心点 d(p,p)≠0 存在不对称性，有 d(p,q)≠d(r)，d(r,q)≠d(q,r)，d(p,r)≠d(q,r)，复分析中存在序列；d(+p,q)≠d(-q,p)，或者 $d(p,q)^{(K=+1)}\neq d(-q,p)^{(K=+1)}$。

上述阐述：逻辑代数的“态射、交换”定义与经典代数“平衡、计算”等数学基础，严格地说是不完整性：数值（对象）不能直接交换态射，没有中心零点，这个交换与态射是不成立的至少是不稳定，成为数值分析的微积分方程与逻辑分析的范畴论拓扑发展的先天性缺陷。

这样一来，证明了不对称性的分析的数值与逻辑的对象都不可直接交换、态射，还进一步证明，任何没有中心零点的交换、态射、计算也不能成立。提出无量纲定义语言的“无穷圆对数构造集”，具有圆对数拓扑空间与概率空间，把不对称性“群组合-函数-空间-对象”转换为圆对数及中心零点对称性，进行同构性和可交换性。合理地解释了逻辑代数、经典代数、计算机算法等，反映了人为假设的“二元数”对称性，以及经典代数的数学基础，其逻辑性或计算性不足，最后的解决：通过圆对数对称性的平衡与交换，带动了数值、对象的交换问题，建立以任意空间的复分析转换为无量纲圆对数空间分析的数学基础问题。

8.4.3、圆对数空间的共轭互逆对称性交换规则

群组合-函数通过“处理乘组合与加组合”互逆性建立了圆对数关系：内容有：

（1）、解决群组合-函数（外部）之间整体与个体同步的完备性过渡关系。

（2）、解决群组合-函数（内部）之间整体与个体的连续性相容性过渡关系。

（3）、解决群组合-函数层次之间的连续性与完备性一体化过渡-平衡-交换关系。

这些条件与范畴论的二个条件相当。也就是说，圆对数空间与范畴论可以衔接。

也就是说，圆对数中心零点解决数值中心点（特征模）与各个个体元素同步变化关系，还要解决中心点与周围个体元素的变化关系。如果个体元素内部还有变化关系，属于下一个层次的（内部、外部）关系。

$$\{X\}=\{^{(S)}\sqrt{X_s}\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=P)}=(1-\eta^2)^K\{R_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=P)}$$

或：

$$\{a\}^{(K=-1)(Z\pm S\pm N\pm(q=1)}=(1-\eta^2)^K\{a\}^{(K=+1)(Z\pm S\pm N\pm(q=1)}$$

$$=(1-\eta^2)^K\{R_0^{(1)}\}^{(K=+1)(Z\pm S\pm N\pm(q)};$$

$$\{ab\}^{(K=-1)(Z\pm S\pm N\pm(q=2)}=(1-\eta^2)^K\{ab\}^{(K=+1)(Z\pm S\pm N\pm(q=2)}$$

$$=(1-\eta^2)^K\{R_0^{(2)}\}^{(K=+1)(Z\pm S\pm N\pm(q)};$$

$$\{abc\cdots q\}^{(K=-1)(Z\pm S\pm N\pm(q=P)}$$

$$=(1-\eta^2)^K\{abc\}^{(K=+1)(Z\pm S\pm N\pm(q=P)}$$

$$=(1-\eta^2)^K\{R_0^{(p)}\}^{(K=+1)(Z\pm S\pm N\pm(q)};$$

位值圆对数的展开：

$$(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=1)}+(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=2)}+\ldots$$

$$+(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=S)};$$

位值圆对数的同构性：

$$(1-\eta^2)^K=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=1)}\approx(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=2)}\approx\ldots$$

$$\approx(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=P)};$$

位值圆对数中心零线（临界线）互逆对称性组合：

$$(1-\eta^2)^K=\sum(1-\eta^2)^{(K=+1)(Z\pm S\pm N\pm(q)}$$
$$+\sum(1-\eta^2)^{(K=\pm0)(Z\pm S\pm N\pm(q)}+\sum(1-\eta^2)^{(K=-1)(Z\pm S\pm N\pm(q)}=\{0,2\};$$

圆对数位值-数值因子中心零点互逆对称性：

$$(1-\eta_C^2)^K=\sum(1-\eta^2)^{(Kw=+1)(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})}$$
$$+\sum(1-\eta^2)^{(Kw=-1)(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})}=\{0\};$$

其中：圆对数中心零线（临界线）$(1-\eta^2)^K=1$ 对应特征模 $\{R_0\}$,解决特征模与周围元素同步变化。数值特征模内部圆对数中心零点（临界线）$(1-\eta_C^2)^K=0$ 解决中心点与周围元素关系。当它与圆对数具有共享（幂函数）性质属性时，通过圆对数的平衡及性质属性的改变，实现平衡与交换。

也就是说，任意数值空间的交换条件。必须在圆对数中心零点对称条件下，具有相同的圆对数因子，此时的交换规则：

“不变动群组合-函数原命题 $\{X\}=\{^{(S)}\sqrt{X_s}\}^{(Z\pm S\pm N\pm(q=P)}$、不变动特征模 $\{R_0\}$、不变动圆对数 $(1-\eta^2)$，通过它们共享的幂函数 K=(+1,±0,-1)的性质属性，进行正中反向的平衡与交换”。

$$\{X\}^{(K=-1)}=[(1-\eta^2)\{R_0\}^{(K=-1)}]$$
$$\leftrightarrow[(1-\eta^2)\{R_0\}^{(K=\pm0)}\leftrightarrow[(1-\eta^2)\{R_0\}^{(K=+1)}]=\{D\}^{(K=+1)};$$

严格地说，任意群组合的数值元素或逻辑对象，由于本身的如哥德尔所说的“不完备性”，都不满足“对称与不对称”的平衡交换机制。目前的应用是二元数为主题的复分析，以离散-对称进行假设的对称性强制交换，这就是概率分析为什么没有中心零点的平衡交换原因，应用受到局限。包括计算机离散型迭代法程序的近似计算，不能进行数学原本身的“零误差”分析。至于三个元数中存在的对称不对称，根本没有对称性平衡交换环境。许多数学家，计算机专家都在探索，除无量纲圆对数外，都没有获得自洽满意的零误差分析结果。

如：传统域的一个集合 F，配备 S 个 S 元（a,b,c,…,S）运算，产生加法与乘法。S 元的意思就是你输入 S 个元素，输出 S 个元素称对称性转换、映射、态射，这个是加法（概率）产生 S 个确定性的无量纲位值圆对数元素。反之，输入一个确定的元素，解析输出 S 个元素，形成一个包含所有对象的域,称解析。这个是当前模仿人类大脑工作的新颖计算机要求。

事实，传统的数值分析-逻辑分析的概率“**1-1** 组合与拓扑“**2-2** 组合”、超拓扑“**P-P** 组合”的运算，它们之间的交换同样不能是数值（对象）之间的交换，迄今还没有成熟的分析方法。通过共享的无量纲圆对数组成对称性和中心零点及性质属性的转换，带动数值（对象）实现平衡交换。

严格的说，数值和逻辑分析（有量纲）“对象”的共轭不对称性，不能直接平衡与交换，或者说它们引用的“公理”需要数学证明其可靠性。圆对数空间构造集在把“对象”转换为无量纲的“偶数性”（即共轭平衡互逆对称性），具有可确定性的平衡与交换。这个“对象”转换是在第三方无量纲圆对数相同因子下带动了“对象”的平衡与交换。

✷推理：概率-拓扑“**1-1** 组合、“**2-2** 组合”、“**P-P** 组合”形式的加法(+)和多元数乘法(·) 的运算以数值或逻辑语言定义的分析，还没有成熟的合理分析方法。根源在于它们不对称性的数值（对象）之间不能平衡交换，必须通过共享的圆对数以及中心零点的平衡对称性及性质属性的转换，带动数值（对象）实现交换；

如：
$$(a,b,c,\ldots,S)=(1-\eta^2)\{R_0\}^{(1)},$$
$$(ab,\ldots,S)=(1-\eta_{ab}^2)\{R_0\}^{(2)},$$
$$(ac\ldots S)=(1-\eta_{ab\ldots s}^2)\{R_0\}^{(S)};$$

数值与圆对数分析：

$$a=(1-\eta_a^2)\{R_0\}^{(1)};$$
$$b=(1-\eta_b^2)\{R_0\}^{(1)};$$
$$c=(1-\eta_c^2)\{R_0\}^{(1)};\quad\ldots;$$
$$P=(1-\eta_P^2)\{R_0\}^{(1)};$$
$$ab=(1-\eta_{ab}^2)\{R_0\}^{(2)};$$
$$bc=(1-\eta_{bc}^2)\{R_0\}^{(2)};$$
$$ca=(1-\eta_{cp}^2)\{R_0\}^{(2)};\quad\ldots;$$
$$Pq=(1-\eta_{Pq}^2)\{R_0\}^{(2)};$$

位值-数值圆对数因子中心零点互逆对称性：

$$(\eta_C)^K=\left|\sum(+\eta_i)^{(K=+1)(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})}\right|$$
$$+\left|\sum(-\eta_i)^{(K=-1)(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})}\right|=0;$$

同样：平衡交换组合的条件是具有同层次相同的“$(\pm\eta^2)$”和同构圆对数中心零点“$(\pm\eta_C^2)$”；

同理，三维复分析采用圆对数方法建立了“圆对数交换带动了数值交换”：

$$X=(1-\eta_{[j]}^2)\{R_0\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1)};$$
$$Y=(1-\eta_{[i]}^2)\{R_0\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1)};$$
$$Z=(1-\eta_{[k]}^2)\{R_0\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2,)},$$
$$XY=(1-\eta_{[ji]}^2)\{R_0\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2)};$$
$$YZ=(1-\eta_{[ik]}^2)\{R_0\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2)};$$
$$ZX=(1-\eta_{[kj]}^2)\{R_0\}^{K(Z\pm S\pm(q=0,1,2)},$$

特别的，三维复分析对应三维直角坐标投影（态射、交换），概率轴线：(x,y,z)，拓扑平面：(xoy,yoz,zox),拓扑的平面法向线与轴线投影平行，方向相反。三维直角坐标的中心点为数值的共轭互逆不对称性性的点，也是为圆对数位值的共轭互逆对称性性的点，可以进行平衡交换组合。

三维复分析通过圆对数，以无量纲语言描述了群组合-函数-空间的逻辑基础，应用于$\{3\}^{2n}$ 范围。其描述的元素、对象是离散-连续一体化，可以是实分析、复分析，有理数、无理数，以及可数字化对象都可以整合为一个简单统一的圆对数公式整体计算。进行“无关数学模型，没有具体元素（质量）内容”的分析。

传统数值分析和逻辑分析及计算机算法，采用二元数的离散型-对称性假设，不能发挥不对称性-连续性的“中心零点对称性”优越性，也没有可靠的个轭互逆平衡交换的环境，容易造成计算机的模式混淆和模式坍塌，测度的逼近的不稳定性的近似计算。

圆对数中心零点是确保数值分析-逻辑分析的稳定性和共轭互逆对称交换性。其中心零点叠加可以组成具有统一的边界域$\{-1,\pm0,+1\}^{(Z\pm S\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})}$的无穷长“糖葫芦串”，或无穷宽“糖薄圆饼”。

圆对数中心零点确保计算机的稳定性、精确性、零误差性、高鲁棒性，有效防止模式混淆和坍塌。

8.4.4、柯西序列与无量纲圆对数空间

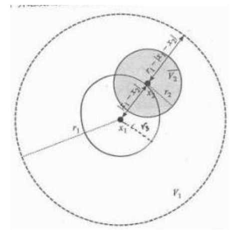
柯西序列被定义为随着序列的进展(n 趋于无穷大)，元素彼此任意接近。对于符合柯西序列资格的序列，给定的任意小的正距离 ϵ，序列中存在一个指标点，超出这个指标的任何两个元素之间的距离始终小于 ϵ，柯西序列。

逻辑代数数学表达就是下面的式子：

$$d(x_m - x_n) < \epsilon, \quad \epsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N} \text{ and } n, m > N.$$

其中：$\mathbb{R}$ 中的一个序列：$3, 3.1, 3.14, 3.141, \ldots$。这个数列连续为 π 近似值添加一位在(0,1)之间的小数。因此，对于任何正数 ε，都存在一个 N，使得对于所有大于 N 的 m 和 n ，第 m 和第 n 元素之间的差小于 ε。

柯西序列的圆对数明（图 8.5）：



（图 8.5 柯西序列）

证

设：大圆 V_1,半径 r_1(到中心点距离 x_1),小圆 V_2,半径 r_2, 小圆到中心点距离 $x_3=(r_1-r_2)$，$r_3 \geq r_2$,

根据圆对数定义，以大圆 V_1,半径 r_1 为比较参照圆，

$$\mathbf{(1-\eta_1^2)^K=(r_2)/(r_1)=0;}$$

所谓的 x_2 收敛于小圆 x_1 中心零点。事实 x_2 不能直接收敛于大圆 V_1 的半径 r_1, 因为中心点不重合，没有直接的关系。

应用辅助圆 r_3

$$\mathbf{(1-\eta_3^2)^K=r_3/r_1=0,}\textbf{圆 }\mathbf{x_3}$$

收敛于大圆 V_1,半径 r_1 中心零点

如果小圆收敛于 x_2 收敛于大圆半径 r_1 中心零点，需要根据序列 x_2 收敛于圆 x_3，通过 x_3 再收敛收敛于圆 x_1。

$$\mathbf{(1-\eta_2^2)^K=(r_3-r_2)/\{r_3\}\cdot\{r_3\}/\{r_1\}}$$

$$\mathbf{=(r_3-r_2)/\{r_1\}=(1-\eta_3^2)^K-(1-\eta_1^2)^K=0,}$$

收敛序列始终是柯西序列。然而，并非所有柯西序列都收敛。

（1）、考虑有理数 Q 里面的柯西序列，该序列中的每一项都是有理数。然而，没有有理数可以满足这个条件。该序列在 Q 内没有极限，这意味着在有理数中这个柯西数列不会收敛，但如果我们考虑的空间是 R，很明显我们这个数列就有极限了。

（2）、收敛中，可以看到一些序列在一个度量空间中收敛，而在另外一个度量空间中发散。因此，与闭集和开集一样，收敛性取决于序列所在的空间，是否有一种与收敛相似的，不依赖数值的度量空间？

无量纲圆对数可以很好的解决上述柯西序列二个问题：

（1）、无量纲圆对数以位值这个最抽象形式把 Q 与 R 都存在从小无穷到大无穷统一起来，通过偶数性的对称与不对称，随机与不随机平衡交换机制，通过圆对数中心零点对称性进行循环转换。如果该空间中的每个柯西序列都收敛到也在该空间内的极限，则称度量空间是完备的。现在无量纲圆对数不依赖数值的度量空间和中

心零点这个"极限"组成无限循环，具有无穷公理和完备概念。

（2）、无量纲圆对数中心零点作用：柯西序列在一个度量空间中收敛，而在另外一个度量空间中发散。通过无量纲圆对数的同构、同态、同调、同伦"紧致性"的不变性，以性质属性(K=+1)控制着柯西序列和无量纲圆对数空间的收敛(K=-1)、发散(K=±0)、交换(K=±0)、平衡(K=±1)。又由于存在中心零点这个"极限"，保持了空间的相容性。

这样，柯西序列和无量纲圆对数空间有了衔接，完美的发挥柯西序列空间的定义和作用。可是基于传统数学定义的"空间"由于存在不对称性不能直接进行平衡交换，如果使用不完整的度量空间会带来一系列挑战。比方说我们可以使用迭代方法或数值方法构建一系列近似解。随着序列的进展，近似解变得越来越接近，在度量空间中形成柯西序列。理想情况下，我们希望这些近似收敛到一个极限，然后证明这个极限确实是一个解。然而，只有当底层度量空间是完备的，这种方法才能保证有效。否则，我们可能需要扩展空间。这个拓展的新的空间，叫作无量纲圆对数空间。

也就是说，不完备性的柯西序列度量空间，以无量纲圆对数特有的偶数性平衡交换机制方式，成为具有"完备性（离散）与相容性（连续）"一体化，在无量纲圆对数中心零点偶数性的平衡交换的基础上，带动数值空间的平衡交换，解决柯西序列空间进一步描述的困难。注意：其中圆对数中心零点对应无量纲空间概念不等于柯西序列度量空间对应的数值中心点，二者应用的对象空间不同。

8.4.5、范畴论拓扑的模式识别与正圆模式

范畴论的对象与态射，联系的对象名称是"拓扑"，指橡皮的任意变形。如桌子-椅子-板凳是范畴论的支撑点的"拓扑"概念。所说的拓扑在一个球面上任选一些点用不相交的线把它们连接起来，这样球面就被这些线分成许多块。在拓扑变换下，点、线、块的数目仍和原来的数目一样，几何空间称"空间边界函数不变"，这就定义了拓扑等价。

庞加莱引入"基本群"在拓扑上应用。基本群是代数拓扑最基本的概念。一个拓扑空间中， 从一点出发并回到该点的闭合曲线，称为该点的一个回路。 如果一条回路能够连续地形变成另一条回路(起始和终点不动)，就称这两条路同伦等价。在模式识别中引入界面/椭圆模式为"单元体"。对范畴论的影响是引入拓扑空间为"对象"和它们之间的变化关系叫"态射"。经典数学术语称"运算、推导、逻辑分析"，这些都需要数学严格的证明："它们为什么可以交换？"、"依据是什么？"公理仍然需要数学证明。

模式识别与智能系统属控制科学与工程的二级学科，以信息处理与模式识别的理论技术为核心，以数学方法与计算机为主要工具，研究对各种媒体信息进行处理、分类和理解的方法，并在此基础上构造具有某些智能特性的系统。

在光学字符识别、语音识别、人脸识别、视频追踪、医学图像处理等方面均有广泛应用。人工生命系统是智能系统概念的泛化，包括智能信息处理系统、智能控制系统、机器人、细胞自动机等。该方向致力于模拟自然生命系统中信息与控制的规律，特别是生命的自组织、自学习、自适应、自修复、自生长以及自复制的基本特性，以及感知、知觉、认知、判断、推理、思维等智能行为;以"计算"的形式表现智能，以人工生命系统实现智能，并将其应用于模式识别与图象处理、复杂动态系统建模、仿真与控制等领域。

所说的模式识别与智能系统是 20 世纪 60 年代以来在信号处理、人工智能、控制论、计算机技术等学科基础上发展起来的新型学科。该学科以各种传感器为信息源，以信息处理与模式识别的理论技术为核心，以数学方法与计算机为主要工具，探索对各种媒体信息进行处理、分类、理解并在此基础上构造具有某些智能特性的系统或装置的方法、途径与实现，以提高系统性能。模式识别与智能系统是一门理论与实际紧密结合，具有广泛应用价值的控制科学与工程的重要学科分支，致力于生命计算学与人工智能系统的研究。生命计算学是计算智能概念的泛化，包括人工智能中的符号计算学和神经计算学，以及遗传算法、进化计算和 DNA 计算等。

事实证明，无论是经典代数的数值或逻辑代数对象或者几何空间对象，以及模式识别对象，都具有不对称性，不能进行直接的平衡交换。困难在于统一解决它们相互之间关系的连接或运算。

目前、最好的表达是范畴论，以含糊的"态射"概念，说"抽象地描述二个对象之间的关系"，硬生生地说是"不可约"的概念，这个"不可约"的说法没有数学证明，掩盖其不能精确描述其特定对象之间（内部与外部）关系的定性定量的变化过程。从严谨的数学要求来说，是不可

靠、不可控。失去了数学真实的内涵。

众所周知，经典代数的解析与组合平衡代表是方程式的平衡，方程式的数值“平衡”仍然存在数值对象的不对称性，不等于可以交换。几何拓扑空间则是任意边界函数（曲线、曲面、空间、图形）不变条件下的空间变化描述，任意边界函数具有不对称性的分布，不能直接交换。代数-几何中遇到不对称性的一元三次方程（三维空间）没有满意的根元素解。

也就是说，尽管任意几何拓扑存在不变的边界函数（线、面、体、形态），仍然存在不对称性，采用方程式解析是无解，几何空间整体与局部的都不能平衡交换。范畴论的“态射”说法同样没有数学严格的平衡交换证明，意味着范畴论所说的“对象”不能直接进行“态射”或者说“平衡交换”。

这里，指出了范畴论的缺陷，有什么办法解决或弥补范畴论“拓扑”的短板？意味着范畴论的不严谨性，还有拓展的空间。

范畴论把数学归纳为“对象与态射”二个内容，“对象”一般可以理解，范畴论把所有的数学分析计算内容的主题，归纳为抽象的“对象”，这个是成功的。“态射”是处理关系，只能说是数学上的一点进步，没有突破性进步，这应该可以肯定和理解的。因为历史原因“无量纲圆对数还没有正式出现”。

但是，范畴论所说的“态射、不可约、拓扑变换”等抽象概念没有落到实体的实处。这种以“逻辑”为借口的说法，回避了数学的严谨性，没有满足数学严谨零误差计算的要求计算。如果范畴论赋予“态射”给与明确的抽象数学抽象计算概念，可以拓展范畴论的应用范围和零误差的数学计算是可行的。

圆对数团队提出了无量纲圆对数构造，实体的“对象”为特征模平均值和最抽象的无量纲构造，“态射”提高为最抽象的无量纲构造以特有的“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”，

范畴论与模式识别的二个基本条件：

（1）、代表着一个特定的共同体成员所共有的特征、信仰、价值、技术等构成的整体。相当于特征模（均值函数，算术平均值）的描述。圆对数在“对象”变化中，强调特征模与周围元素的同步变化，确保完备性的跳跃方式过渡。

（2）、指哪个整体的一种元素，即具体的谜题的解答。相当于特征模内部中心零点与周围元素的位值-位置关系，进行解析根元素。

在上述基础上，基于范畴论“对象”之间基于不对称性，对象之间不能平衡交换，在圆对数带动下“对象”依靠圆对数中心零点进行间接地实现平衡交换解决“对象-特征模”内外部各个具有“偶数性对称与不对称、随机与不随机的平衡交换机制（即等价于“无穷公理”）”，替代了范畴论不严谨的“态射”，赋予“态射”以确切的数学内涵，拓展了范畴论的应用空间和零误差计算范围。

以拓扑的橡皮型拓扑变化为例：在总元素不变前提下，采用同一个相同的一个标准为比较基本值，这个比较值称“正圆模式（几何语言）或特征模（代数语言）”。任意几何-代数空间统一向正圆模式或特征模变化，变化的过程定义了路径积分。

8.4.6、范畴论拓扑与正圆模式

所说的路径积分：以包括两点间所有路径的和或泛函积分而得到的量子幅来取代经典力学里的单一路径。路径积分表述是由保罗·迪拉克开始并由理论物理学家理查德·费曼在 1948 年发展出来。在此之前约翰·惠勒在他的博士论文里已经得到一些早期结果。

因为路径积分的表述法显然地把时间和空间同等处理，它成为以后理论物理学发展的重要工具之一。

路径积分的表述，也把量子现像和随机现像联系起来。为 1970 年代量子场论和概括二级相变附近序参数波动的统计场论统一奠下基础。薛定谔方程是虚扩散系数的扩散方程，而路径积分表述是把所有随机移动路径加起来的方法的分析延续。因此路径积分表述在应用于量子力学前已经在布朗运动和扩散问题上被应用。

上述的路径积分，建立在实体“对象”基础上。运算中往往受到具体实体“对象”元素的干扰，“路径积分、历史记录、幂函数”的表示很困难。同样成为世纪性数学难题。虽然范畴论以抽象的“态射”描述，没有定性定量的描述，没有解决数学要求“零误差”分析要求。

这里，把范畴论的：“对象”分解为特征模和无量纲圆对数，“态射”在特征模不变条件下，分解为无量纲圆对数的具体平衡计算和零误差的交换。这是范畴论没有涉及的问题。

定义“对象与空间、时间”变化的动态路径积分，分别有性质属性 K(指几何函数及空间性质，如（K=+1）为椭圆、（K=-1）为双曲线圆、（K=0）为抛物线圆等等；无穷元素 Z：指几何空间边界函数无穷点；(Z±S)指几何空间封闭的边界函数无穷点中任意有限点，如平面圆周

长为 2π、面积 $2\pi R^2$,三维球曲面 $2\pi R^2$ 体积$(4/3)\pi R^3$ 等等；路径积分描述封闭的边界函数不变条件下，形状的变化反映为无量纲圆对数在幂函数上的描述，此时圆对数不变形式表现为“正圆模式”，代数表现为（乘组合与加组合）“特征模”。

“正圆模式”有二种模式：

（1）、标准正圆边界元素点$\{W_0\}$“均匀分布”以$(1-\eta_{00}^2)^K$表示，适应算术平均值单元体和“加组合”几何空间。

（2）、非标准正圆边界元素点$\{W_{00}\}$“不均匀分布”以$(1-\eta_0^2)^K$表示，适应几何平均值单元体和“乘组合”代数空间。

标准正圆边界元素与非标准正圆边界元素数值相同，从几何角度来看，它们的中心零点不重合，距离：

$\{W_0\}=(1-\eta_{00}^2)^K \cdot \{W_{00}\}^{K(Z\pm S\pm(N=0,1,2)\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})/t}$；

范畴论拓扑与正圆模式：

设：“对象”的任意形状几何空间为$\{W\}$,对象提取正圆模式特征模$\{W_0\}$，动态变化选择微积分零阶（几何空间的启动点），一阶（速度）、二阶（加速度）以$(N=-0,1,2)/t$ 微分、$(N=\pm0,1,2)/t$ 积分阶的动态表示。几何空间动态变化序列$(q=0,1,2,3\ldots$整数)。

它们之间的关系为抽象的无量纲圆对数。

$\{W\}=(1-\eta^2)^K\cdot\{W_0\}^{K(Z\pm S\pm(N=0,1,2)\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})/t}$；

其中：无量纲圆对数与特征模具有共享的幂函数，幂函数同步地定性定量地描述拓扑几何空间动态变化过程及序列。代数-几何都可以反映任意空间的变化，进行定性定量的描述。

其中：“特征模”：$\{W_0\}$分别为

（1）、代数的算术平均值，称“加组合特征模”；

（2）、代数的几何平均值，称“乘组合特征模”；

幂函数内容还分别表示：性质属性，无穷中任意有限元素，三维空间，微积分阶、元素组合形式，以及时间动态变化，基于圆对数存在“偶数性的平衡交换机制”，它们的变化都必须在圆对数带动下实现的平衡与交换的变化。一旦撤销圆对数，各个过程立即停止，恢复原来的不对称性和不能平衡交换性。

8.4.6、任意空间与无量纲圆对数的路径积分

定义 2.3.1 路径积分：路径积分为任意函数边界不变，特征模不变对应数值中心点，趋向正圆均匀分布的位值圆对数中心零点重合的过程，称“正圆模式”，变化的过程成为路径积分的圆对数为底的幂函数过程。整个过程反映为任意函数多“边界曲率中心点与边界形状同步变化”，也就是说，曲率中心点的位置趋近于正圆中心零点的移动，反映为面积、体积的变化，这个变化称圆对数。变化的过程称圆对数的路径积分。

任意空间只要几何边界函数不变，几何可以随意拉伸压缩变形，代数的群组合总元素不变，可以有不同形式的组合，同样可以是任意子项的空间的变化。但是，它们向哪一个方向变化最有利于数学描述？不能想当然地认为，事实：

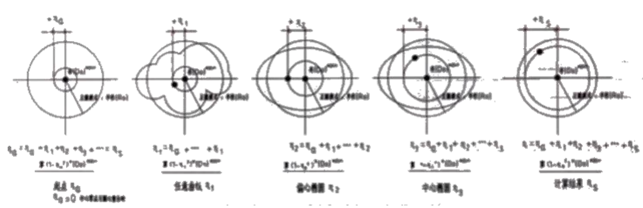
（1）、“几何向正圆描述变化，称“正圆模式 D_{00}”，因为正圆模式表示正圆的辐角与边界曲线、曲面均匀分布，中心点辐角变化与变化函数及拓扑变化同步，对应“和组合”平均值，几何中心点在几何中心重合。这是包含椭圆以及任意封闭性圆空间所没有条件。

（2）、“代数向特征模描述变化，称“特征模 D_0”，因为“特征模 D_0”表示算术平均值，数值与正圆模式半径 D_{00} 相同。边界的数值分布是不均匀的，对应“乘组合”平均值。但是特征模中心点不能几何中心重合，适应分析乘组合的根元素。

任意函数趋近正圆模式，表现为 任意圆中心点与正圆中心零点 O 移动的路径积分。反映为群组合-圆对数分析的二个步骤：

（1）：已知边界函数和特征模函数，建立方程式的群变量运算求解圆对数，这里面包含概率-拓扑特征模中心点与周围元素的同步变化关系。

（2）：应用概率-拓扑特征模中心点与周围元素的同步变化关系下，通过圆对数中心零点对称性解析各个根元素数值。（图 8.5）



（图 8.5） 任意圆向正圆模式拓扑变化的路径积分

圆对数路径积分：无量纲圆对数幂函数描述几何拓扑变化过程：

任意函数$\{S^n\}$→椭圆函数$\{S^n\}$→正圆不均匀分布函数→正圆均匀分布函数$\{S_0^n\}$中心点可以重合，成为数值特征模中心点设置于三维直角坐标系。

在三维坐标里以直角坐标系的中心零点 O 为中心的（一分解为三）为共轭互逆不对称性函数“对象”，互逆不对称性函数“对象”不能平衡交换。只有通过

（1）、圆对数路径积分无量纲圆对数描述几何拓扑变化过程：

任意曲面圆$(1-\eta_1^2)^K$→偏心椭圆$(1-\eta_2^2)^K$↔…

$(1-\eta_n^2)^K$↔几何正圆模式$(1-\eta_{00}^2)^K$；

（2）、**圆**对数路径积分无量纲圆对数描述代数拓扑变化过程：

$$(1-\eta^2)^K=[(1-\eta_1^2)+(1-\eta_2^2)+\dots+(1-n_n^2)\to(1-\eta_0^2)^K$$

对应特征模$\{D\}^{K(Z\pm S\pm(Q=3)\pm(N=0,1,2)\pm(q=0,1,2,3\dots\text{整数}\leq S))/t}$

（3）、路径积分（历史记录）成为群组合与圆对数共享幂函数：

$K(Z\pm S\pm(Q=0,1,2,3)\pm(N=0,1,2)\pm(q=0,1,2,3\dots\text{整数}\leq S))/t$；

其中：无量纲圆对数幂函数分别为性质属性 K，无穷中任意有限元素(Z±S）三维空间八个象限±(Q=3)；微积分（零阶、一阶、二阶）±(N=0,1,2))/t；元素组合形式±(q=0,1,2,3…整数≤S)。

任意曲面圆/偏心椭圆$=(1-\eta_1^2)^K=(1-\eta^2)^{K(Z\pm(S=1)/t}$

偏心椭圆/中心椭圆$=(1-\eta_2^2)^K=(1-\eta^2)^{K(S=2)/t}$，…，

中心椭圆/特征模$=(1-\eta_n^2)^K=(1-\eta^2)^{K(S=n)/t}$，

特征模/正圆模式$=(1-\eta_0^2)^K=(1-\eta^2)^{K(S=0)/t}$，

无量纲圆对数形式描述的变化过程：

任意曲面圆$(1-\eta_1^2)^K$

↔偏心椭圆$(1-\eta_2^2)^K$↔…$(1-\eta_n^2)^K$

↔中心正圆$(1-\eta_0^2)^K$

↔正中心正圆$(1-\eta_{00}^2)^K$；

其中：中心正圆$(1-\eta_0^2)^K$（正圆边界分布不均匀、乘组合，几何平均值），正中心正圆$(1-\eta_{00}^2)^K$（正圆边界分布均匀、加组合，代数平均值）。

它们的数值：

中心正圆$(1-\eta_0^2)^K$=正中心正圆$(1-\eta_{00}^2)^K$，

区别在于二个中心点不重合。

无量纲圆对数路径积分展开：

$$(1-\eta^2)^K=[(1-\eta_1^2)+(1-\eta_2^2)+\dots+(1-n_n^2)]^{K(Z\pm S\pm(Q=3)\pm(N=0,1,2)\pm(q))/t}$$

或：

$$(1-\eta^2)^K=[(1-\eta^2)^{(1)}+(1-\eta^2)^{(2)}+\dots+(1-\eta^2)^{(n)}]^{K(Z\pm S\pm(N)\pm(q=n)/t}；$$

特别的，几何正圆模式对应$(1-\eta_{00}^2)^K$与$(1-\eta_0^2)^K$它们边界函数相同。区别在于几何正圆边界上均匀与不均匀或对称与不对称之分。

范畴论没有说清楚理由的“态射”，在这里通过无量纲圆对数第三方构造的数学验证：因为“态射”（不可约、拓扑变换、对称与不对称、内部与外部）皆缺少了一系列“平衡”条件，因此这个“态射”不能直接交换。范畴论与无量纲圆对数描述：

（1）、任意几何空间的拓扑变化或平衡交换过程过程，可以是互逆性的任意几何空间收敛到正圆模式中心零点（称极限），也可以从到正圆模式中心零点扩散到任意几何空间的拓扑变化。称性质属性控制着“对象与态射”的改变。

（2）、范畴论的不清晰描述的“态射”，是被不对称的“对象”（经典函数数值分析与近代代数逻辑分析）之间，没有“偶数性对称与不对称的平衡交换机制”产生的困难。也就是说，“态射”交换的前提是“平衡在先”，有了平衡才能交换。范畴论没有数学严格证明“不同层次、空间、状态、……”的“对象”之间如何实现平衡?

平衡以无量纲圆对数幂函数的对称性有二种形式：

（1）、圆对数中心零线（临界线），适应“元素-对象”（特征模）系列的外部平衡。

其中：各个“元素-对象”变化反映其临界线与周围元素同步变化。

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}=\{0,1\}，$$

（2）、圆对数中心零点（临界点），适应“元素-对象”（特征模）系列的内部平衡。

其中：在“对象”同步基础上，处理中心零线（临界线）上各个中心零点（临界点）与周围元素之间的圆对数关系解析。

$$(\pm\eta^2)^{(K)}=(+\eta^2)^{(K)}+(-\eta^2)^{(K)}=(\pm\eta_C^2)^{(K=\pm0)}=\{0\}，$$

特别的，无量纲圆对数的幂函数与圆对数因子变化同步。也就是说，对于无量纲圆对数来说，“元素-对象”自身总数不变，乘组合-交集，加组合-并集，组成的数学模型没有太大的区别，称“无关数学模型”的计算。

如：二个不对称性“元素-对象”乘组合-交集的{A,B}，转换共有的一个特征模$\{W_0\}^{(K=\pm1)(Z\pm(S=2)\pm(N=0,1,2)\pm(q=0,1,2,3\dots\text{整数})/t}$和圆对数$(1-\eta^2)^K$以及共享的性质属性控制“对象”的转换：

$$\{A,B\}=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\cdot\{W_0\}^{K(Z\pm(S=2)\pm(N=0,1,2)\pm(q=0,1,2,3\dots\text{整数})/t}；$$

不对称性“对象”{A,B}可以获得偶数性相同的圆对数才能进行平衡，才能交换：范畴论二个“对象”{A,B}以无量纲圆对数对称性的描述：

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=\{A\}/\{W_0\}^{(Z\pm(S=1)\pm(N=0,1,2)\pm(q=0,1,2,3\dots\text{整数})/t}；$$

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=\{B\}/\{W_0\}^{(Z\pm(S=1)\pm(N=0,1,2)\pm(q=0,1,2,3\dots\text{整数})/t}；$$

无量纲‘无穷公理’的平衡交换组合形式：

$$A=[(1-\eta^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=+1)}]\{W_0\}=B;$$

$$a=[(1-\eta^2)^{(Kw=-1)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(Kw=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(wK=+1)}]\{W_0\}=b;$$

其中：任意“元素-对象”在无量纲圆对数相同因子条件下，出现对称与不对称随机与不随机的平衡交换。

无量纲圆对数平衡交换规则：

不改变“对象”命题，不改变特征模，不改变同构圆对数，仅仅通过圆对数性质属性正中反向性质的改变，从真命题变成了逆命题。

无量纲圆对数构造以特有的不对称、随机与不随机的无穷公理机制实现平衡交换。

$$\{A\}=\sum[(1-\eta_1^2)+\ldots+(1-n_n^2)]^{(K=-1)}\leftrightarrow[(1-n_{00}^2)]^{(K=\pm0)}$$

$$\leftrightarrow\sum[(1-\eta_1^2)+\ldots+(1-n_n^2)]^{(K=+1)}\{W_0\}=\{B\};$$

其中：中心零点$(1-n_C^2)^{(K=\pm0)}=(1-n_{00}^2)^{(K=\pm0)}$为“对象”的共轭中心点转换点具有“不对称性”，不一定与与圆对数中心零点重合。真正实现转换需要无量纲圆对数中心零点的对称性。

这样一来，任意“元素-对象”在封闭空间以任意（曲线、曲面）圆为边界函数，在总边界曲线、曲面或特征模（正中反均值函数）不变条件下，转换为正圆模式（几何）或特征模（代数）。通过无量纲位值圆对数和对应的圆对数中心零线（临界线）、中心零点（临界点）与周围元素关系，解析根元素。

同理：在三维坐标里特征模以中心零点 O 为中心的共轭互逆不对称性函数，只有在圆对数中具备偶数性对称性，可以实现平衡与交换，也就是说，任意函数的变化（态射）是在圆对数带动下进行的。

$$\{A_{[jik]}\}=\sum[(1-\eta_1^2)+\ldots+(1-n_n^2)]^{(K=-1)}\leftrightarrow[(1-n_{00}^2)]^{(K=\pm0)}$$

$$\leftrightarrow\sum[(1-\eta_1^2)+\ldots+(1-n_n^2)]^{(K=+1)}\{W_{0[jik]}\}=\{B_{[jik]}\};$$

圆对数空间可以精确性定性定量的变化过程描述了代数-几何空间，以圆对数为单位体的比较，无量纲圆对数以“无穷公理”的圆对数的偶数对称性化解了范畴论“态射”的困难。

也就是说，无量纲圆对数“平衡交换”具有比范畴论抽象的“对象与态射”最抽象、最深刻、最基本的特征空间。

8.4.5、任意空间（逻辑分析和数值分析）的一体化

范畴论确实把复杂的数学简单化，取得很好的效果：按照范畴论的观点，数学计算就是“对象与态射”。“对象”是什么很容易理解：指人类对于自然的描述，以数学形式表达。争议点焦点在于“态射”的处理。

无量纲圆对数以强大生命力和惊人的优越性很好地解决了当前二大数学基础的缺陷和矛盾：

（1）、数值分析：不能处理关系交换问题；

（2）、逻辑分析：不能解释（内外部）平衡计算问题。

圆对数顺应时代需求，提出：以“无穷”为基础，以更抽象的、一个简单的圆对数符号$(1-\eta^2)^K$（注：(η)为希腊字母，中文发音“埃塔”），包容了“数值分析”与“逻辑分析”为一体化的分析理论。

当然，这个需要证明和验证：证明范畴论空间（逻辑分析）和希尔伯特空间（数值分析）与圆对数空间的关系。

1664-1665 年艾萨克·牛顿提出二项式定理，推广到任意实数次幂，即广义二项式定理。同样可以推广到无穷任意实数-自然数-无理数，称无穷二项式。

定义了无穷集合二项式为无穷元素（任意对象可以数字化的元素数值），在总元素不变条件下进行不重复的无穷子项的组合与集合。二项展开式的公式为：

$$(a+b)^n=C(n,0)a^n+C(n,1)a^{(n-1)}b+\ldots+C(n,i)a^{(n-i)}b^i+\ldots+C(n,n)b^n$$

$$=Aa^n+Ba^{(n-1)}b+Ca^{\wedge(n-2)}+\ldots+b^n$$

式中，C(n,i)表示从 n 个元素中任取 i 个的组合数=n!/(n-i)!i!, 成为 A,B,C… 整数系数。幂函数写成：n=K(Z±S±Q±N±(q=0,1,2,3,…无穷整数)，方便幂函数中容纳更多的数学对象和分析内容。

二项式与帕斯卡-杨辉三角的关系体现在二项式系数的性质和杨辉三角的结构上。其中：杨辉三角的关系于 1303 年中国数学家朱世杰给出，帕斯卡于 1653 年给出。

杨辉三角是二项式系数在三角形中的一种几何排列，每一行的数字都是对应的二项式系数。

具体来说，杨辉三角的第 n 行（通常将最上面的一行计为第 0 行）的数字依次是二项式系数 C(n, 0), C(n, 1), …, C(n, n)，这些系数出现在二项式定理的展开式中。称多项式子项正则化。

✷定义广义黎曼函数（乘组合、几何平均值）特征模：多个足够大的素数连乘或连加，组成素数函数。

$$\{X\}^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S))}=\prod\{X_1^SX_2^S\ldots X_S^S\}^K$$

$$=[^{KS}\sqrt{\{X_1^SX_2^S\ldots X_S^S\}}]^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S)},$$

✷定义广义黎曼函数（加组合、算术平均值）特征模：

$$\{X_0\}^{(K=-1)(KW=\pm1)(Z\pm S\pm(q=p))}$$

$$=\sum[((P-1)!/(S-0)!)]^K\prod_{[Z\pm(S=p)]}\{X_1^SX_2^S\ldots X_P^S+\ldots\}^K。$$

✷定义性质属性 K：

$K=k(\pm1,\pm0)$，$Kw=(\pm1,\pm0)$，$K\cdot Kw=(+1,\pm0,\pm1,-1)$：

✷定义圆对数及性质属性：

$$(1-\eta^2)^K=[\{X\}/\{X_0^S\}]^{(K=\pm1)(Kw=\pm1)(Z\pm S)};$$

证：

证明目的：基于逻辑分析和数值分析都来源于牛顿二项式定理，通过证明二项式转换圆对数，达到无量纲应用‘无穷公理机制的圆对数，以第三方构造集包容“逻辑分析和数值分析”实现一体化的无量纲分析。

1715 年泰勒在《增量方法及其逆》奠定了有限差分法的基础，对单变量的幂级数有著名的泰勒公式，成为微积分方程的拓展，也是当前数学分析源头的依据：

$$f(x+h)=f(x)+hf^{(1)}(x)+h^2/2!f^{(2)}(x)$$
$$+h^3/3!f^{(3)}(x)+\ldots((R_n+h_n)(\text{余项});$$

多项式系数为正则化分布与变量元素的相应的子项组成无穷中任意有限变量元素特征模（正中反均值函数）：$e^x=1+x/1!+x^2/2!+x^3/3!+\ldots+(R_n)(\text{余项});$

其中：$f(x+h)$为多项式展开，多项式系数为正则化分布。

设：已知无穷中任意有限变量元素：

$$x^{KS}=\{x_1x_2\ldots x_n\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm N\pm(q=0,1,2,3,\ldots\text{整数})},$$

各个子项（层次）特征模：

$$\{x_0\}^{KS}=\{x\}^{K(S-0)}+[1!/S]^K\{x\}^{K(S-1)}$$
$$+[2!/(S-0)(S-1)]^K\{x\}^{K(S-1)}+[(P-1)!/(S-0)!]^K\{x\}^{K(S-P)}+\ldots$$
$$=\{x_0\}^{K(S-0)}+\{x_0\}^{K(S-1)}+\{x_0\}^{K(S-2)}+\ldots+\{x_0\}^{K(S-P)}+\ldots;$$

其中：幂函数 $K(Z\pm S\pm Q\pm N\pm m\pm(q=0,1,2,3,\ldots\text{整数})$，可以有：性质属性、无穷中任意有限、三维空间、微积分、微积分上下限、组合形式。可以根据分析内容增减。

圆对数的选择公理“一一对应”条件下，余项也可以转换为圆对数，满足圆对数的整数性展开，确保圆对数中心零点稳定性和精确性。

如：范畴论逻辑分析和希尔伯特数值分析，都依靠集合论公理化和希尔伯特数值数论公理系统证明与展开，试图拓展到“无穷分析”。实际上大多是停留在“二元论”人为假设“离散型-对称性”的平衡转换分析，现实世界大量的是“不对称性分布”、“连续型-不对称性”的平衡转换组合，在进一步“二生三”做不下去了。

也就是说，集合论公理化比不上‘无穷公理’优越性。现有数学分析“二元数”$\{2\}^{2n}$通过无量纲‘无穷公理机制’可以进步到三元论$\{3\}^{2n}$完整的分析，对于计算机来说将发生突破性进展，不仅提高了计算机速度，功能，可以进行“连续性不对称（模仿人类大脑）”分析，还确保零误差分析，零误差精确度达到宇宙 10^{200} 级别。

这样一来，传统的数值分析与逻辑分析各种优越性得到拓展，各自的缺陷相互弥补。它们与圆对数关系：

多项式→集合论（元素-映射）

→范畴论（对象-函子）

→无量纲圆对数（特征模-圆对数）；

考虑多项式系数作为方程式的已知(a_0^n)或未知($^n\sqrt{x}$)的作用，圆对数本身处理了乘组合与加组合的关系，由圆对数单元体组成有加与减平衡方程式的计算结果：

$$a_nx^n\pm a_{n-1}x^{n-1}+\ldots\pm a_0x^0=[(^n\sqrt{x})\pm\{a_0\}]^{(n)}$$
$$=(1-\eta_{[jik]}{}^2)^K\cdot\{(0,2)\cdot\{a_0\}\}^{(n)};$$

圆对数的三维空间展开：

$$(1-\eta^2)^{K(n)}=(^n\sqrt{x}/\{a_0\}\}^n$$
$$=(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{K(n=0))}+\cdots+(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{K(n=1)}=\{0,1\};$$

圆对数的总和：

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=\sum(^n\sqrt{x}/\{a_0\}\}^n$$
$$=(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(K=\pm1)}+(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(K=-1)}=\{0,2\};$$

圆对数中心零点：

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}=(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(Kw=-1)}=\{0,1\};$$

圆对数的平衡交换组合：

$$\{A\}^{(K=-1)}=\sum(^n\sqrt{X}=\sum(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{W_0\}^n$$
$$=(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(K=\pm1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[jik]}{}^2)^{(K=-1)}\{W_0\}^n$$
$$\sum(^n\sqrt{X}=\sum(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{W_0\}^n=\{B\}^{(K=+1)};$$

特别的，$(1-\eta_{[jik]}{}^2)^K=1$ 属于离散型完备性数学结构，$(1-\eta_{[jik]}{}^2)^K\neq1$ 属于连续型相容性数学结构。

圆对数包含了范畴论的优越性，同时解决了范畴论的不足，使得范畴论二元论向三元论拓展。

如：函子问题：函子成为范畴论的映射的重要工具，圆对数(1-η2)K(n)同样是映射的重要工具,包含了二个对象之间的态射，可以以二维/三维形式的态射描述。

$(1-\eta^2)^{K(S=n)}$通过中心零点的控制，表现为外部中心点与周围子集点同步变化，同时通过中心点控制周围子集点独立变化关系。

$(1-\eta^2)^{K(S=n)}$是一个无量纲形式，具有单元性，封闭性，对应由封闭性组成的平均值（特征模），圆对数功能的不变性、同构性功能等价于欧拉对数 e 的功能。基于圆对数对应特征模平均值，表示在总元素不变条件下的各种形式的封闭性组合，带来了无量纲圆对数的封闭性和单元性。

$(1-\eta^2)^{K(S=n)}$是对应特征模。范畴论所说的“幺半群理论”，其实就是特征模（正中反均值函数）功能给予拓展，

它可以是由一个带有突破二元论思想，建立了三元复运算：$M_1 \times M_2 \times M_3 \rightarrow M_0$ 的集合 M，（若 $x,y,z \in N$ ，则 $x*y*z* \in N*$，以及 $xy*,yz*,zx* \in N*$）的子集 M_0(特征模)。

很明显，M_0 自身会是个幺半群，在导自 M 的三元运算之下，等价地说，子幺半群是一个子集 M_0 ，且上标 * 为克莱尼星号，说明二元/三元数值不能直接交换，必须有一个什么东西引导，但是* 克莱尼星号没有进一步证明它是什么，有什么明显的功能。

8.4.7、范畴论与圆对数的衔接

当前数学家热捧的“同调代数-范畴论”基本概念是，

范畴：用于描述数学对象和它们之间的关系。范畴论是同调代数的理论基础，提供了研究数学对象之间自然联系的框架。这种交换或变化以“态射”不能获得满意解释,也没有说明原因。

函子：在范畴之间保持结构的映射，可以将一个范畴中的对象和态射映射到另一个范畴中，同时保持原有的关系。函子是同调代数中构建同调群的关键工具。

自然变换：描述两个函子之间的映射，保持了函子之间的自然联系。自然变换是同调代数中处理函子间关系的重要概念。在“圆对数空间”同样以“三个不变”更深刻地保持二个（多个）函子之间具有正中反向可互逆的平衡交换（映射、态射）。

同调群：同调代数的核心概念，用于量化数学对象的拓扑性质。同调群通过解决特定的组合问题得到，反映了对象的洞的数量和形状的复杂性。无量纲圆对数以简单的一个公式描述了范畴论（内外部）定性定量的平衡与交换的全部过程。

目前范畴论限制于运算为可交换的幺半群称之为可交换幺半群（或较少地，称之为阿贝尔幺半群）。没有排中律。其实，平衡交换不可避免中心零点联系着正反向二边的关系，这个是事实存在的排中律，这也是“态射”不能说清楚的关键所在。

圆对数对应可交换幺半群 M 的序单位是一个在 $M_0^{(n)}$内的元素 u（定义为概率、加组合）或者 uv（定义为拓扑、乘组合）的集合，扩大了范畴论成为圆对数理论 。

特别的，这种交换是不改变原来命题、特征模、同构圆对数，仅仅通过共享受的幂函数性质属性，在正中反之间随机与不随机的交换，满足 RMI 规则。

范畴论没有三维空间的“态射、函子”，对任一在 M 内的元素 x 而言，总会存在一个正整数 n 使得 $x \leq uv$。这经常用在 M 是偏序阿贝尔群 G 的正锥体的情况，在这种情况下我们称 u 或者 uv 是 G 的序-单位。有接受任何交换幺半群，并把它变成全资格阿贝尔群的代数构造，叫做格罗滕迪克群的拓展。

但是，传统的基础代数采用加减乘除符号，仅仅是解决了加与减、乘与除的互逆性，同样没有乘与加的互逆性，范畴论也没有解决这个“乘与加的互逆性”问题。也就是说没有数学证明 uv 内部与外部的关系。可以满足“u（概率、加组合）或者 uv（拓扑、乘组合）的集合 与交换”。

无量纲圆对数以代数形式。首次以单元性、封闭性的无量纲提出 $(1-\eta^2)^{K(n)}=(^n\sqrt{X}/x_0\}^{K(n)}=\{\pm0，\pm1\}$解决“乘与加的互逆性”造成的不对称性平衡交换问题，填补了范畴论在三元数的空白。

圆对数$(1-\eta^2)^K$ 成功地解决了范畴论做不到的“离散型与连续型”一体化数学问题。如同“万能钥匙”都能够打开各种形式的锁，即无量纲圆对数可以解决各种数学问题。圆对数的中心术语中心是“无关数学结构模型”，通过圆对数都可以“没有具体元素内容”，以及“圆对数中心零点偶数性平衡交换机制”的以比范畴论抽象的最高度抽象，获得任意数学模型的解析，成为一种强大的理论分析与运算工具。

圆对数也是也是基本运算单位。功能不仅仅包含范畴论“函子”的（外部）态射功能，同时还具有处理（内部、外部）（中心点与多个对象之间的态射联系，同时也是从传统的抽象的数值分析进步到“更抽象的位值分析”。因此，圆对数可以说是验证所有的数学解决问题是否合理性、完整性的基石。

范畴论研究范畴试图以“公理化”的方法抓住在各种相关连的“数学结构”中的共同特性，并以结构间的“结构保持函数”将这些结构相关起来。因此，对范畴论系统化的研究将允许任何一个此类数学结构的普遍结论由范畴的公理中证出。

考虑下面的例子：由群组成的类 Grp 包含了所有具有“群结构”的物件。要证明有关群的定理，即可由此套公理进行逻辑的推导。例如，由公理中可立即证明出，群的单位元素是唯一的。不是只专注在有特定结构的个别物件（如群）上，范畴论会着重在这些物件的态射（结构保持映射）上；经由研究这些态射，可以学到更多关于这些物件的结构。

以群为例，态射为群同态。两个群间的群同态会严

格地“保持群的结构”，这是个以一个群中有关结构的讯息运到另一个群的方法，使这个群可以看做是另一个群的“过程”。因此，对群同态的研究提供了一个得以研究群的普遍特性及群公理的推论的工具。类似的研究也出现在其他许多的数学理论中，如在拓扑学中对拓扑空间的连续映射的研究（相关范畴称为 Top），及对流形的光滑函数的研究等。

范畴论具有的这些概念，采用无量纲圆对数不仅可以替代范畴论，而且比范畴论的描述以深刻的数学原理、零误差精确化地描述对象（内外部）之间变化和正反向平衡交换过程，使得范畴论与无量纲圆对数衔接。

设：“元素-对象”分别为

M，M_0，$M_i \in \{M_1M_2 \dots M_n\}$(概率、加组合),

$M_{ji} \in \{(M_1M_2)\dots(M_{n-1}M_n)\}$(拓扑乘组合),

（1）、外部态射联系：表示对象与对象之间外部的态射描述，

$$\boldsymbol{M_i}=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)} \cdot \boldsymbol{M_0}^{K(Z\pm S)};$$

（2）、内部态射联系：表示对象内部的态射描述，

$$\boldsymbol{M_i}=(1-\eta^2)^{(Kw=\pm1)} \cdot \boldsymbol{M_0}^{K(Z\pm S)};$$

（3）、对象（内外部）之间过程的历史记录、路径积分：

$$\mathbf{(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)(S-0)}+(1-\eta^2)^{(K=\pm1)(S-1)}+\dots}$$
$$\mathbf{+(1-\eta^2)^{(K=\pm1)(S-n)};}$$

（4）、元素-对象（内外部）圆对数中心零点对称性：

$$\mathbf{(1-\eta_{H[]jik}^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_1^2)^{(K=\pm1)(S-0)}+(1-\eta_2^2)^{(K=\pm1)(S-1)}+\dots}$$
$$\mathbf{+(1-\eta_n^2)^{(K=\pm1)(S-n)}=\{\pm0,\pm1\};}$$
$$\mathbf{(1-\eta_C^2)^{(Kw=\pm1)}=(1-\eta_1^2)^{(Kw=\pm1)(S-0)}+(1-\eta_2^2)^{(Kw=\pm1)(S-1)}+\dots}$$
$$\mathbf{+(1-\eta_n^2)^{(Kw=\pm1)(S-n)}=\{\pm0,\pm1\};}$$

其中：$K=(K=\pm1)(Kw=\pm1)$分别表示“元素-对象”（已经转换为特征模）外部与内部的性质属性。

中心零点与态射联系：这个是迄今为止没有解决的“中心零点猜想的数学问题。中心点不等于圆对数中心零点，只有圆对数中心零点才有可靠的对称性，实现“平衡交换组合”

范畴论与无量纲圆对数对应的空间：

(a)、单连通、圆球的极限点在区间 $\boldsymbol{M_0}$ 内部。称黎曼函数零点,性质属性（K=-1）。

$$(1-\eta_C^2)^{(K=-1)}=\{\boldsymbol{M_i/M_0}\}^{K(n=S)};\ (概率)$$
$$(1-\eta_C^2)^{(K=-1)}=\boldsymbol{M_{ji}/M_0}\}^{K(n)=S)};\ (拓扑)$$

（b）多连通、圆环的极限点在区间外部第一个 $\boldsymbol{M_{01}}$ 及极限点在区间内部第二个 $\boldsymbol{M_{02}}$。称郎道-西格尔的二个零点猜想（圆对数减定理）。

（a）、（圆环中心轴线）

$$(1-\eta_C^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}=\{\boldsymbol{M_i/M_{01}}\}^{K(n=S)}=\{0\};$$

（b）、（圆环边界）

$$(1-\eta_C^2)^{(K=-1)(Kw=-1)}=\{\boldsymbol{M_i/M_{02}}\}^{K(n=S)}=\{\pm1\};$$

（c）、(圆环（外中心部）中心点)（圆对数加定理），

$$(1-\eta_C^2)^{(K=-1)(Kw=+1)}=\boldsymbol{M_{ji}/M_0}\}^{K(n)=S)}=\{0\};$$

可见，范畴论-函子及所有的特征，可以转换为等价的特征模与圆对数，具有偶数性平衡交换的可操作性的特征。

圆对数不仅包含了范畴论外部态射的特征，同时拓展了范畴论没有的内部态射，填补了范畴论稳定性“态射”的特征。

这样一来，圆对数可以进行对称与不对称、随机与不随机“无穷公理”的平衡转换机制和广泛应用的一种理论和工具。

9、圆对数与朗兰兹纲领的衔接

9.1、背景介绍

我们认识数学基本上都是从整数开始的，然后是简单的几何与多项式方程。一个最古老的数学分支 - 数论，就是研究整数的。整数中间有无穷的魅力、奥秘和神奇，始终吸引着最富智慧的数学家和业余爱好者。著名的问题包括哥德巴赫猜想，孪生素数猜想，费马大定理等。

几何同样是最古老的数学分支。古希腊人对直线、圆周以及圆锥曲线的研究到后来发展成为代数几何，这个分支专门研究多项式方程对应的图形。过去一百多年来，代数几何的发展非常迅速，大家辈出，在数学其他分支和数学物理中都有很深刻的应用。已获菲尔兹奖的数学家中约三分之一的工作与代数几何有关。

群论的产生只有一百多年，源于多项式方程的求根公式。人们很早就会解一元一次方程和一元二次方程，一元三次方程和四次方程的公式解在十六世纪被找到，其实并不完整，属于对称性特例解。

一个重要的数学分支——群论在探索方程的根式解的过程中诞生了。方程是否有根式解与相应的群是否可解为一回事。群论的诞生改变了数学的面貌，影响几乎遍及整个数学，在物理和化学及材料科学中有很多的应用，是研究对称的基本工具。

朗兰兹纲领指出这三个相对独立发展起来的数学分支：数论、代数几何和群表示论，实际上是密切相关的，而连接这些数学分支的纽带是一些特别的函数，被称为L-函数。L-函数可以说是朗兰兹纲领的中心研究对象。

数学界著名的七个“千禧年大奖问题”中有两个就是关于L-函数的，它们分别是黎曼假设和 BSD 猜想。它们的重要性由此可见一斑。

朗兰兹提出了怎样对一般的简约群的自守表示定义一些 L-函数，并猜测一般线性群自守表示的一些 L-函数跟来自数论的伽罗华群的一些表示的 L-函数是一样的。这个猜想被朗兰兹本人和其他数学家进一步拓展、细化，逐渐形成了一系列揭示数论、代数几何、表示论等学科之间深刻联系的猜想。

朗兰兹纲领就是对这些猜想和相关问题的研究。朗兰兹纲领被视为现代数学研究中最大的单项项目。被称为“数学大统一理论”。它提出数论、代数、几何、群表示论，这几个独立发展的数学分支之间其密切相关.

猜想的主题是：猜想用一个初等、经典代数方式把它们之间的关系统一描述出来。

9.2、朗兰兹纲领猜想内容与无量纲圆对数衔接

9.2.1、朗兰兹纲领猜想概述

1960 年，罗伯特・朗兰兹（Robert Langlands）提出的。其实是对傅里叶分析的广泛泛化，而傅里叶分析是一个影响深远的框架，可将复杂的波表示成多个平滑震荡的正弦波。

朗兰兹纲领在三个不同的数学领域都有重要地位：数论、几何和所谓的函数域（function field）。这三个领域通过一个类比网络连接在了一起，而这个网络也被称为数学的「罗塞塔石碑（Rosetta stone）」。

1967 年，普林斯顿大学教授罗伯特·朗兰兹（Robert Langlands）给“数学的罗塞塔石碑”创始人安德烈·韦尔(André Weil) 寄去了一封长达 17 页的手写信，信中向阐述了他的愿景。

这里的“罗塞塔石碑”是一种比喻，指的是由数学家 André Weil 提出的一个数学领域之间的类比，这个类比把数论、几何学和函数域这三个看似不同的数学领域联系在了一起。

几何朗兰兹纲领猜想作为朗兰兹纲领的几何版本，在上世纪 80 年代被提出，它提供了一种将数论方法和概念应用于几何问题的框架，反之，亦成立。利用该猜想可以为数学、物理诸多悬而未决的问题，提供新的思路和工具。比如量子场论研究。

如，费马大定理完全证明，就得益于对朗兰兹纲领的应用。安德鲁·怀尔斯（Andrew Wiles）对一小部分函数的数论朗兰兹关系证明，就解决了 300 年的困扰。

费马大定理证明借鉴了朗兰兹思想，将椭圆椭曲线和模形式联系起来，并最终通过这些联系取得成功。其中：几何朗兰兹纲领猜想不仅拥有更广泛的联系，还提供了强大的工具。

9.2.2、朗兰兹纲领猜想内容与无量纲圆对数衔接

朗兰兹纲领猜想证明的核心内容：是关于黎曼曲面上的自相似和对称性，的深层次对应关系，再借用富里叶分析模式来解释的话，就是数学家们很早就了解几何朗兰兹纲领猜想的“频谱”一侧。但对于“波”一测的理解则经历漫长的过程。

80 年代数学家符拉基米德·德林费尔德（Viadimir Drinfeld）意识到通过特征层替换特征函数，有可能创建一个几何版本的朗兰兹对应关系。

2012 年，丹尼斯·盖茨戈里与迪玛·阿金林（Dima Arinkin）一起指出证明几何朗兰兹纲领猜想的核心思想是找到一个等价关系，将代数曲线 X 上的 G-丛（代数空间 G 上的纤维丛，其纤维是 G 的副本）的 D-模，（某些空间上的微积分方程解）。范畴论与朗兰兹纲领对偶群 G^的局部系统的 Indcoh-上同调对象联系起来，即：

2013 年，丹尼斯·盖茨戈里写下了几何朗兰兹纲领猜想草图。草图依赖的中间关系尚未证明。可能就是想以类似证明“圆”的普适性功能。

如：1960 年，安德鲁·怀尔斯的费马大定理证明借鉴了朗兰兹思想，将椭圆椭曲线和模形式联系起来，

所说的模形式与很多重要的数学问题有关，在现代数学的发展中占有重要地位。例如，对阿贝尔扩域已建立了完整的类域论而使 D.希尔伯特的第 9 问题得到解决。

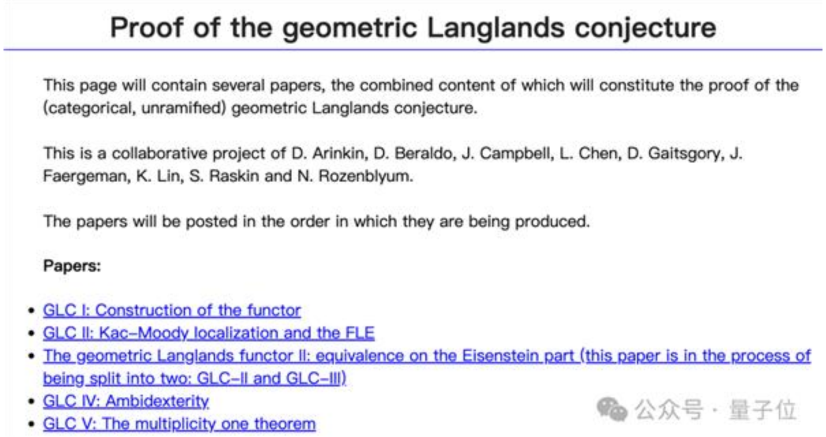
目前，一个非常重要的问题是关于非阿贝尔扩域的类域论的研究，发现非阿贝尔扩域与模形式之间的内在联系。又如关于希尔伯特第 12 问题得到对于虚二次域的结论：虚二次域的任一阿贝尔扩域必是该域添加模函数 j(z)的某些值所得到的域的子域。著名的高斯猜想即虚二次域的类数问题的解决，也用到模形式论。

所说的模函数是上半复平面上处处亚纯函数的一类，模形式是模函数的推广。定义在单位圆(或上半平面)内部且以其周界为自然边界的某种特殊解析函数。解析函

$$D\text{-mod}(BunG) \cong IndCohNilpglob(LocSys\hat{G})$$

数的许多经典理论如整函数理论中的皮卡定理、正规族理论中的一些判定定理，都可借助模函数的性质来证明。

无量纲圆对数把“虚二次域”定义为二个元素关系，



Proof of the geometric Langlands conjecture

This page will contain several papers, the combined content of which will constitute the proof of the (categorical, unramified) geometric Langlands conjecture.

This is a collaborative project of D. Arinkin, D. Beraldo, J. Campbell, L. Chen, D. Gaitsgory, J. Faergeman, K. Lin, S. Raskin and N. Rozenblyum.

The papers will be posted in the order in which they are being produced.

Papers:

- GLC I: Construction of the functor
- GLC II: Kac–Moody localization and the FLE
- The geometric Langlands functor II: equivalence on the Eisenstein part (this paper is in the process of being split into two: GLC–II and GLC–III)
- GLC IV: Ambidexterity
- GLC V: The multiplicity one theorem

公众号 · 量子位

目前三元数中，没有解决一个元数与二个元素关系。原来的特征函数称特征模（正中反均值函数），

基于“几何朗兰兹纲领猜想”涉及几何空间，为理解以无量纲圆对数解决三维空间为例：

有：三元数系列{abc}，组合为椭圆体三个轴线，三维椭圆单元体$\{^{(3)}\sqrt{acb}\}$和模形式定义为“特征模”，幂函数表示为：

K(Z±S±(Q=0,1,2,3)±(N=0,1,2)±(q=0,1,2,3,…整数)/t

表现三维空间的特征函数。依序列为性质属性 K；无穷中任意有限元素(Z±S)；三维空间：±(Q=0,1,2,3)；微积分动态零阶一阶二阶±(N=0,1,2)/t；系列元素组合形式±(q=0,1,2,3,…整数)；

特征模有“乘组特征模”和“加组合特征模”二种类型：

特征模“乘组合”三维椭圆单元体为基本值：

三维$\{R\}^{(3)}=\{^{(3)}\sqrt{abc}\}$；二维$\{R\}^{(2)}=\{^{(3)}\sqrt{abc}\}^{(2)}$；一维$\{R\}^{(1)}=\{^{(3)}\sqrt{abc}\}^{(1)}$；点的集合一维$\{R\}^{(0)}=\{^{(3)}\sqrt{abc}\}^{(0)}$；

可以写成：三维椭圆单元体为基本值。

其中：概率“1-1 组合”特征模：$\{R_0\}^{(1)}=\{(1/3)(a+b+c)\}$，

拓扑“2-2 组合”特征模：$\{R_0\}^{(2)}=\{(1/3)(ab+bc+ca)\}$，

三维椭圆单元体进一步写成：标准正圆球模式：其关系：

三维椭圆单元体$=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\bullet$标准正圆球模式

几何正圆的元素在边界函数的均匀分布和几何中心零点在正圆几何中心点。

$$\{R_{00}\}^{(3)}=(1/3)(R_0^2+R_0^2+R_0^2)$$

$$\{R_{00}\}^{(n)}=(1/3)(R_0^n+R_0^n+R_0^n)。$$

圆对数描述：从任意曲面、曲线变化关系到椭圆，到正圆的历史记录、路径积分过程，表现在圆对数与特征模共享的幂函数上：

$$\{R\}^K=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\cdot\{R_{00}\}^{K(Z\pm S\pm(Q=0,1,2,3)\pm(N=0,1,2)\pm(q=0,1,2,3,\ldots\text{整数})/t}$$

其中：(Q=0,1,2,3)表示三维空间的点，一维（直线、曲线），二维（平面、曲面），三维空间，它们的区别，通过性质属性描述。（可见黎曼函数三种性质）

$$\mathbf{(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=[(^{(3)}\sqrt{abc})/\{R_0\}]^{(1)}}$$
$$\mathbf{=[(^{(3)}\sqrt{abc})/\{R_0\}]^{(2)}=[(^{(3)}\sqrt{abc})/\{R_0\}]^{(3)}}$$
$$\mathbf{=[(^{(3)}\sqrt{abc})/\{R_0\}]^{(n\ldots3,2,1,0)}}$$
$$\mathbf{=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}]\{R_0\}]^{(n\ldots3,2,1,0)}}$$
$$\mathbf{=\{\pm0,\pm1\}；}$$

拓展到任意空间的幂函数描述。

K(Z±S±(Q=0,1,2,3)±(N=0,1,2)±(q=0,1,2,3,…整数)/t，

三维空间的特征函数（特征模）成为

$$\mathbf{(^{(3)}\sqrt{abc})^{(n)}=(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\bullet\{R_0\}]^{(n)}}$$
$$\mathbf{\{R_0\}^{Kn}=(1/3)(a^n+b^n+c^n)^K}$$
$$\mathbf{=(1/3)(a^n+b^n+c^n)^K}$$
$$\mathbf{=(1-\eta_0^2)^{(K=\pm1)}\bullet(1/3)(R_0^n+R_0^n+R_0^n)}$$
$$\mathbf{=(1-\eta_0^2)^{(K=\pm1)}\bullet\{R_{00}\}^{(n)}。}$$

这里，涉及三元数的费马大定理与圆对数衔接。

9.3、几何朗兰兹纲领与代数朗兰兹纲领联系

2013 年，丹尼斯·盖茨戈里写下了几何朗兰兹纲领猜想草图的功能；

2020-2022 年年，山姆·拉斯金和乔阿基姆·费而格曼证明了每个特征层都以某种方式贡献于“白噪音”。所说的白噪音是指一段声音中的频率分量的功率在整个可听范围（0～20KHZ）内都是均匀的。理想的白噪音具有无限带宽，因而其能量是无限大，这在现实世界是不可能存在的。

结合庞加莱猜想（Poincare Sheaf）作此类比的是富里叶变换正弦波。这一个结果让丹尼斯·盖茨戈里相信成功，后来成为证明的关键部分。

因此，当几何朗兰兹纲领猜想被证明，无疑会轰动世界。主要研究朗兰兹纲领的菲尔兹奖得主彼得·舒而茨（Pet Scholzc）将这个成果评论为“30 年努力的颠峰”。

该研究由丹尼斯·盖茨戈里（Dennis Gaitsgory)和山姆·拉斯金（San Raskin）领导的团队完成。

2023 年，丹尼斯·盖茨戈里以及其他七位合作者向几何朗兰兹纲领猜想发起了总攻，现在，一系列论文证明了这个罗塞塔石碑的几何栏位的朗兰兹猜想：https://people.mpim-bonn.mpg.de/gaitsgde/GLC/。最后，包含了五篇论文，篇幅超过 800 页，于 2024 年发表。如：

要验证他们的新证明成果还需要些时日，但很多数学家都表示相信其核心思想是正确的。Lafforgue 说：该理论的内部一致性很好，所以很难相信它错了。

在证明之前的几年里，该研究团队创建了不止一条通往问题核心的路径。他们得到的理解是如此的丰富和广泛，以至于他们从所有方向包围了这个问题。他说，它已无路可逃。

还有谱侧。这由数论中的对象组成；朗兰兹认为这些对象标记了特征函数的频谱。他提出，存在一种类似于傅立叶变换的处理机制可将这里的波侧与谱侧连接起来。“这件事有点神奇。”Ben-Zvi 说，“这不是我们没有任何理由时就能事先预计的东西。”

加州大学伯克利分校的 Edward Frenkel 表示：朗兰兹纲领被视为“数学的大统一理论”。然而，即便数学家已经努力证明了朗兰兹愿景中越来越大的部分，但他们也很清楚这个愿景并不完备。在这块罗塞塔石碑的几何学栏位，波与频率标签的关系似乎无法体现出来。

这里，我们认为无量纲圆对数以最抽象形式和特有的“偶数性不对称、随机与不随机平衡交换机制”，以第三方无量纲圆对数构造给与“几何朗兰兹纲领”验证，以及解决“波与频率标签的关系采用无量纲圆对数表现出来”。

问题是凭什么理由和依据说“无量纲圆对数”可以具有第三方构造集的验证身份和资格？

本文正前面所有的内容，无论是对于“经典数学的数值分析或逻辑代数对象分析”，证明它们都能够与无量纲圆对数很好地、自洽地衔接，体现圆对数强大的魅力。

或者说无量纲圆对数以“无关数学模型，没有具体元素内容”特征，以及特有的“偶数性对称与不对称性、随机与不随机的零误差平衡交换机制”，包括无穷圆对数的同态、同构、同调、同伦的紧致性，以及随机平衡交换直接证明“真伪”，是具有“无穷公理化”优越性，具有公正性、权威性、可靠性、可行性。以最深刻地、最基本的无量纲圆对数，对任意“对象”任意逻辑对象、几何空间、数论函数、群组合（乘组合与加组合）的平衡交换，进行定性定量地零误差描述。

9.3.1、第一篇“函子”（functor）的构造与圆对数衔接

目前、朗兰兹研究是丹尼斯·盖茨戈里团队是最好的成果。分析以什么方式进行证明，以及如何与无量纲圆对数？

从朗兰兹的研究工作开始，数学家对几何朗兰兹对应（geometric Langlands correspondence）的谱侧的样子有了一个想法。韦伊设定的罗塞塔石碑的第三个栏位（几何）涉及紧黎曼曲面（compact Riemann surface），包括球面、甜甜圈形曲面以及多孔甜甜圈形曲面。一个给定的黎曼曲面都有一个对应的对象，称为基本群（fundamental group），其跟踪的是环绕曲面的环线的不同形式。

所说的谱侧，为亚瑟-塞尔伯格迹公式适用于一般的半单群(或约化群)。此公式的一侧称为谱侧,与群的表示相关；另一侧称为几何侧,与函数之轨道积分相关。

塞尔伯格迹公式联系了负常数曲率紧曲面上的拉普拉斯算子的谱，以及该曲面上的周期测地线长度。对于环面，塞尔伯格迹公式化为泊松求和公式。数学家猜想，几何朗兰兹对应的谱侧应当由基本群的特定蒸馏形式构成，这些特定的蒸馏形式也被称为基本群的表征（representation）。

在对几何朗兰兹其它问题解决之后，面临着二个或多个对象之间进行“态射”的困难。前面（第八章节）的内容已经证明“态射”的不可靠性，通过无量纲圆对数给与改造、补充。

现在需要在特征（圆对数称特征模，正中反均值函数）在中心点“0”环境下，从自守（automorphic)到谱方向构造，几何朗兰兹纲领猜想函子 LG,并证明其等价性，即能够在二个范畴之间建立一一对应的关系，如果这个等价性能够得到证明，那么几何朗兰兹纲领猜想成立。

所说的，自守函数(automorphic function)黎曼函数圆函数、双曲函数、椭圆函数等概念的推广。自守函数与自守形式的研究历史很久，早在高斯(Gauss , G. F.)就有了初步的概念，但他没有发表这些结果，直至 19 世纪 60 年代才被重新发现和研究。

第一个系统地研究并形成理论的是庞加莱(Poincare, (J.-)H.)，他关于单变量自守函数理论的工作被誉为是划时代的，极大地推动了解析函数论的发展。

西格尔(Siegel,C. L.)则创造性地把单变量的研究推广到多变量情形，这并不是一件自然的事情。这一工作对多复变函数论的发展起了极大的促进。盖尔芳特(Gelfand , I.)和塞尔贝格(Selberg ,A.)从“酉空间”表示的观点来研究自守函数和自守形式，这一思想极大地开拓、丰富、发展了自守函数和自守形式理论。

近年来，朗兰兹((Langlands , R.)进一步发展了这一思想，他在这方面的结果和想法，更是涉及到数学的几乎每一个分支，特别对数论、代数几何、非交换调和分析和自守函数与自守形式理论本身等学科的发展产生了极其深远的影响.时至今日 ，自守函数与自守形式的研究已成为现代数学的中心课题之一。

所说的，全纯函数(Holomorphic functions)是复分析研究的中心对象;它们是定义在复平面 C 的开子集上的,在 C 中取值的函数，在每点复可微。这是比实可微强得多的条件，它表示函数无穷可微并可以用它的泰勒级数描述。解析函数(analytic function)一词经常可以和“全纯函数”互相交换使用，虽然前者有几个其他含义。一个在整个复平面上全纯的函数称为整函数(entire function)。“在一点 a 全纯”不仅表示在 a 可微,而且表示在某个中心为 a 的复平面的开邻域可微。双全纯(Biholomorphic)表示一个有全纯逆函数的全纯函数。

前面在第三章节（3）“哥德巴赫猜想”问题；第四章节（4）黎曼 ζ 函数（零点）猜想；第五章节（5）朗道-西格尔零点猜想全部采用无量纲圆对数分析解决。其中：无量纲圆对数通过性质属性 $K=(+1,-1,\pm0)$控制研究的对象，前面已经阐述了黎曼函数的三个零点猜想，如黎曼函数：圆球（单连通、加组合）为$(K=-1)$与$(Kw=+1)$控制，$(K=-1)$与$(Kw=-1)$为圆环（多连通、减组合）为$(K=-1)$与$(Kw=+1)$控制。黎曼函数：圆球（单连通、加组合）与，$(K=-1)$与$(Kw=-1)$为圆环（多连通、减组合）具有共轭互逆不对称性，它们之间可以通过中心点$(K=\pm0)$进行范畴论所说的的“态射”，然而，不对称性的二个范畴论“对象”不能直接交换，如何使得它们能够进行“平衡交换？”。不对称性分析计算典型的是“三元数复分析”，避免重复，（略）。

如：圆对数为基础的逻辑代数处理“范畴论、函子……等”形式。表现为无量纲圆对数的

（1）、圆对数把“椭圆椭曲线和模形式$\{R_0\}$”统一起来，并且与正圆模式$\{R_{00}\}$联系起来，它们的变化以无量纲圆对数幂函数表现的路径积分，定性定量零误差精确描述它们的变化过程：

$$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=[({}^{(3)}\sqrt{acb})/\{R_0\}\cdot\{R_0\}/\{R_{00}\}]^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})}$$
$$=({}^{(S)}\sqrt{(abc\ldots S)}/\{R_{00}\}]^{K(Z\pm S\pm N\pm(q=0,1,2,3\ldots\text{整数})}=\{\pm0,\pm1\};$$

（2）、无量纲圆对数中心零点对称性：

正圆模式特征：正圆条件下存在绝对平均值$\{R_{00}\}$，满足中心点辐角度的变化与边界曲线（曲面）函数同步。

（3）、在圆对数里的几何朗兰兹纲领猜想表现为“同构性、同调性、互逆性、等价性。当圆对数中心零点$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}=\{0,\pm1\}$称“零环境，转换点”，与$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}\neq1$，称“一般环境，非零空间”，能够在二个（多个）范畴（内部、外部）之间建立一一对应的关系，满足紧致性（每个项序一样的构造）要求。

（4）、黎曼曲面上的自相似和对称性：黎曼函数各个序项统一写成同构圆对数$(1-\eta^2)^K$。

其中：$(1-\eta^2)^{(K=+1)}$为椭圆函数，$(1-\eta^2)^{(K=-1)}$为双曲线圆函数，$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}$为黎曼函数圆函数，$(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}$为黎曼函数空间的转换。特别的，黎曼函数数值本身具有自相似性，但是存在不对称性，不能直接交换，

所说的，“自相似性”是复杂系统的总体与部分，这部分与那部分之间的精细结构或性质所具有的相似性，或者说从整体中取出的局部(局域)能够体现整体的基本特征，即几何或非线性变换下的不变性： 在不同放大倍数上的性状相似。包括几何结构与形态、过程、信息,功能、 性质、能量、物质(组份)、时间、空间等特征上，具有自相似性的广义分形。

自相似性的数学表示为:f(λr)=λαf(r),或 f(r)~rα.其中 λ 称为标度因子,α 称为标度指数(分维),它描述了结构的空间性质。函数 f(r)是面积,体积,质量等占有数、量等性质的测度。都可以转换为无量纲圆对数精确描述其“对象”（外部、内部）变化的过程

在圆对数里：$(1-\eta^2)^K$ 的同构性、同调性等表示了它们的自相似性，以及圆对数把任意“对象”不对称性空间转换为不对称性空间，在无量纲圆对数中心零点对称性条件下，带动了“对象”全体数值的平衡交换，弥补了范畴论精细结构不对称性转换为对称性交换的不足。

山姆·拉斯金和乔阿基姆·费而格曼证明了每个特征层替换特征函数，纤维是 G 的副本,圆对数称“特征模$\{D_0\}$”（即正中反均值函数）。特征模的提出，解决了运算或证明过程中，不受到具体元素的干扰，确保零完成的分析和计算。

所说的，整函数总可以在原点展开成泰勒级数，它

在全平面（也可以是全三维）收敛，整函数以∞点为唯一的孤立奇点，它在∞点的罗朗展式与它在原点的泰勒展式有一样的形式。当∞点是整函数的可去奇点时，这个整函数只能是常数，这就是著名的刘维尔定理，通常表述为“有界整函数必为常数”。

刘维尔(Liouville)定理：若 f(z)在全平面 C 上全纯且有界，则 f 为常数。

证明：若|f(z)|≤M，当 z∈C。固定 a∈C，作 D(a,R)，由柯西不等式得到|f'(a)|≤M/R。令 R→∞，得到 f'(a)=0。由于 a 为 C 中任意一点，故 f'(z)=0 对任意 z∈C 都成立，因此 f(z)在 C 上为常数。这里的关键点：“常数不等于整数性”。如果以常数作为这个整数性证明缺乏足够的说服力。

数学上经常遇到多元素连乘 M=(a,b,c,…)，其中(a,b,c,…)为元素不重复的不同形式的乘组合，若：R 为固定的某一个（乘组合）数值，若 e=2.71828…为分母，|f'(a)|≤M/R 得不到整函数展开，表现为泰勒级数“余项”。“余项”的消除与否，决定了函子的稳定性。

该第一篇文章研究了证明“等价性”，即能够在二个范畴之间一一对应的关系，如果这一个“等价性”能够得到证明，那么几何朗兰兹纲领猜想成立。设想在没有整数性展开，中心零点不稳定性条件下，这个“一一对应”很难展开。

“酉空间”表示的观点来研究自守函数和自守形式，“酉空间”同样也可以转换为圆对数的统一描述，可见第 7 章节：行列式-欧氏空间-酉空间-辛空间与无量纲圆对数衔接。

庞加莱猜想（Poincare Sheaf）作此类比的是富里叶变换正弦波。可以转换为统一的圆对数形式。

也就是说，第一篇相当于圆对数的证明，验证了几何朗兰兹纲领猜想在整数性问题上证明可能有缺陷，没有解决其空间的稳定性问题。这个也是范畴论的最大缺陷。圆对数的等价性、同构性、同调性、整数性、互逆性证明，确保空间交换的可靠性、稳定性、零误差性。

9.3.2、第二篇论文研究了 Kac-Moody 定位与全局的相互作用与圆对数衔接

该文章研究了 Kac-Moody 定位与全局的相互作用，说，证明了该函子在特定条件下，确实是一个等价函子，从而推进了几何朗兰兹纲领猜想。

所说的，Kac–Moody 代数是一个李代数，通常无限维，其定义自(Victor Kac 所谓的)广义根系。Kac–Moody 代数的一嘉当子代数。若 g 是 Kac–Moody 代数的一元，使得其中 **ω** 是的一元，

则称 g 为权(weight)**ω** 的。我们可分解一 Kac–Moody 代数成其幂空间，则嘉当子代数的幂为零，ei 的幂为 α*i，而 fi 的幂为−α*i。若二幂特征向量的李括号非零，则其幂是二幂之和。（若）则 一条件即指 α*i 都是简单根。

那么给一个广义 Cartan 矩阵（即去掉 Cartan 矩阵所要求的正定性），其也对应一组变元以及 Serre 关系，由此生成李代数的即被称为这一广义 Cartan 矩阵所对应的 Kac-Moody 代数。

其结构与表示理论与半单李代数有诸多类似之处，例如，可以定义其根系，Weyl 群，权格，范畴。其“可积”不可约表示也被其最高权所决定，也有对应的 Weyl 特征公式。（当然也有不同，例如其对应的范畴 并不是 Artinian 的)。

利用这一定理可以得到代数基本定理的简单证明。

当：∞点是整函数的 n 阶极点时，这个整函数是一个 n 次多项式 ，也就是它的泰勒展式(或罗朗展式)只有有限多项。

当：∞点是整函数的本性奇点时，这个整函数的泰勒展式一定有无限多项，这类整函数称为超越整函数。由代数基本定理知道 n 次多项式一定有 n 个零点(也就是根)，它总可以分解为 n 个一次因式的积，对于超越整函数，它可能有无限多个零点 ，比如 sinπz 就以全体整数为其零点集。

一般来说，没有零点的超越整函数总可以表成 eg(z)的形式，此处 g(z)也是一个整函数，而有无限多个零点的超越整函数 f(z)也有一个因子分解式：形如 g(z)是整函数，0 是 m 阶零点，zk 是非零零点集，gk 是多项式，这是魏尔斯托拉斯因子分解定理（分解定理是指任意整函数 f(z)可以分解为无穷乘积的形式）。

超越整函数还有一个重要性质：若 f(z)是超越整函数，则对任意复数 A(包括 A=∞)，存在点列{zk}，使 zk ∞(k∞)而有 f(zk)A。Kac–Moody 代数\mathfrak 由符号 e_i , f_i (i=1,..,n) 及空间\mathfrak 生成。

这里的局限性：仅仅限制于二元对偶性的对称性分析，没有解决二元对偶性的不对称性分析以及二元对偶性的不对称性分析，可以转换为三元数复分析。

圆对数拓展 Kac–Moody 代数\mathfrak。由符号 $(1-\eta^2)^K$_jik , f_jik(jik=1,..,n) 及三维空间\mathfrak 生成。

所说的，李代数：令 g 是域 F 上一个李代数，V 是

F 上一个向量空间。李代数的一个同态 ρ: g→g{(V)，称为 g 在 V 上的一个线性表示,简称表示。用(ρ，V)代表 g 在 V 上的表示 ρ，V 称为 ρ 的表示空间。当 dimV=n 时，取定 V 的一个基，将 g{(V)与 g{(n,F)看成一样,于是就得到一个李代数同态 ρ: g→g{(n,F)，仍记作 ρ,称为 g 的一个矩阵表示。如果 g 的一个表示 ρ 是单射，那么就称(ρ,V)是一个忠实表示。有阿多－岩沢定理：域 F 上每一个有限维李代数都有一个忠实表示。同样可以转换为无量纲圆对数。

所说的，本性奇点，定义如果在洛朗级数中含有无穷多个 $z-z_1$ 的负幂项，那么孤立奇点 z_1 称为 F(z)的本性奇点。被称为圆对数中心零线（临界线）$(1-\eta_C{}^2)^{(K\=\pm1)(Kw=\pm0)}=\{0,1\}$对应各个层次（子项正中反向特征模）外部之间的对称性平衡交换关系，以及圆对数中心零点（临界点）$(1-\eta_C{}^2)^{(Kw=\pm0)}\{0\}$对应各个层次（子项正中反向特征模）内部之间的对称性平衡点交换关系，。

例如：函数 $e^{\wedge(1/z)}$以 0 为它的本性奇点。因为函数的展开式为：

$$e^{\wedge(1/z)}=1+z^{\wedge-1}+(1/2!)*z^{\wedge-2}+\ldots+(1/n!)*z^{\wedge-n}$$

圆对数函数 $e^{\wedge(1/z)}$以 0 为它的本性奇点。因为函数的展开式为：

$$(1-\eta^2)^K=\{e^{\wedge(1/z)}/D_0\}$$
$$=1+z^{\wedge-1}/\{D_0\}^{\wedge+1}+(1/2!)*z^{\wedge-2}/\{D_0\}^{\wedge+2}+\ldots+(1/n!)*z^{\wedge-n}//\{D_0\}^{\wedge+n}$$

其中：$\{D_0\}^{\wedge+1}$，$\{D_0\}^{\wedge+2}$…为已知任意数值的平均值，反映了圆对数与欧拉对数具有等价性。

（1）、矩阵可以通过基本行和列操作的而彼此变换,但是，由于存在不对称性，必须通过圆对数中心零点带动平衡交换。

（2）、当且仅当它们具有相同的秩时，两个矩阵是等价的。“等价”存在不对称性，必须通过圆对数中心零点带动平衡交换。

第二篇 Kac-Moody 定位与全局的相互作用，没有证明该函子在（对称性与不对称性）特定条件下，不能是一个等价函子。或者说，还没有完全证明定位与全局的同构一致的计算时间。

所说的，极限的不同类型判别孤立奇点的类型。其实圆对数中心零点可以通过代数联立方程获解。

”圆对数中心零点$(1-\eta_C{}^2)^K=0$,对应各个层次（子项正中反向特征模）。$(1-\eta_C{}^2)^{K(n)}$通过中心零点的控制，

$$(1-\eta^2)^{K(n)}=\{e^{\wedge(1/z)}/D_0\}^{K(n)}=\{0.1\};$$

表现为：（1）、外部中心点与周围子集点同步变化，

（2）、中心点控制周围子集点独立变化关系。

论文中 Kac-Moody 定位与全局的相互作用可能不具完整性，需要圆对数给予补充完整性。

9.3.3、第三篇论文说通过 Kac-Moody 定位与全局的相互作用局部化技术与圆对数衔接

第三篇论文说通过 Kac-Moody 定位与全局的相互作用局部化技术，不仅将等价性结果扩展到更一般情况，为理解朗兰兹纲领函子和常数项函子的兼容性关键的洞见。

同时，证明在可约谱参数下几何朗兰兹纲领猜想的兼容性。为进一步证明不可约谱参数下朗兰兹纲领猜想奠定了基础。

所说的，不可约多项式：由若干个单项式相加组成的代数式叫做多项式（若有减法：减一个数等于加上它的相反数）。多项式中的每个单项式叫做多项式的项，这些单项式中的最高项次数，就是这个多项式的次数不可约多项式是一种重要的多项式。

Kac-Moody algebra 可以认为是 Lie algebra 的一种推广。是由 matrix (generalized Cartan matrix)来定义的。这个 Matrix 包括了这个 algebra 的 roots 的一些信息。

现在的框架下，Kac-Moody algebra 大概分为三类，

1. finite type（semisimple Lie algebra）
2. affine type (affine Lie algebra)
3. indefinite type。由这个分类可以看出，Kac-Moody algebra 确实是 Lie algebra 在某一种程度上的推广。

其中：可约多项式，能写成两个次数较低的多项式之乘积的多项式。不可约多项式，不能写成两个次数较低的多项式之乘积的多项式。

当：有理系数的多项式，当不能分解为两个次数大于零的有理系灵敏多项式的乘积时，称为有理数范围内“不可约多项式”。

不可约多项式判别法：

如：艾森斯坦因判别法：设 $f(x)=a_0+a_1x+...+a_nx^n$ 是整系数多项式。若有一个素数 P 使得 P 不整除 a_n，但整除其他 $a_i(i=0,1,...,n-1)$；p^2不整除 a_0，那么 f(x)在有理数域上是不可约的，称“不对称性”。

如：希尔伯特不可约性定理(Hilbert theorem of irreducibility)是判别多元多项式不可约性的一种方法。设 $f(x_1，x_2，…，x_n)$是数域 P 上的 n 元多项式，若 f 在数域 P 上不可约，则对于任意的 m (0<m<n)，必存在 $\alpha_{m+1}，…，\alpha_n\in P$，使 $f(x_1，x_2，…，x_m，\alpha_{m+1}，…，\alpha_n)$为数域 P 上

的 m 元不可约多项式。也就是说，多项式里存在不对称性展开。

圆对数对于不可约多项式认为是不对称性多项式，可以通过比较转换为相对对称性，也就是说通过圆对数可以无顾虑地完成“无关数学模式”的任意几何朗兰兹纲领函子和常数项函子的兼容性关键性的洞见。

9.3.4、第四篇论文作者证明 Ambibexterity 定理与圆对数衔接

这个 Ambibexterity 定理表明 LG-cusp(可视为 LG 在一个的、更小的范畴上的行为)的左伴随和右伴随是同构的。这是证明 LG 是一个等价函子的重要步骤。这里，可能没有证明二元数的“左伴随和右伴随”如何同构及相互转换的条件。也就是说，“同构”不一定是可以“交换”。

圆对数明确证明：在圆对数控制下，“左伴随和右伴随”具有相同的圆对数因子，不仅仅是同构，还可以通过相同圆对数进行随机与不随机的交换。

应用圆对数处理“左伴随(A)和右伴随(B)”的不对称性，

（1）、“左伴随(A)和右伴随(B)”具有对称性分布：

设：二元数存在同构的乘组合：A·B，平均值为：

$$D_0=(1/2)(A+B)，(1-\eta^2)^K=({}^{(2)}\sqrt{A\cdot B})/D_0,$$

$$A=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\cdot D_0;\ B=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\cdot D_0;$$

表示了左伴随(A)和右伴随(B)的同构性和同圆对数因子的随机与不随机交换性。

$$\mathbf{(1-\eta^2)^{(K=+1)}=A/D_0;\ (1-\eta^2)^{(K=-1)}=B/D_0;}$$

圆对数交换带动了“左伴随(A)和右伴随(B)”：

$$\mathbf{(1-\eta^2)^{(K=+1)}\to(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\to(1-\eta^2)^{(K=-1)}:}$$

（2）、“左伴随(A)和右伴随(B)”具有不对称性分布：

设：二元数存在同构的乘组合：A·B·C，

平均值为：$\mathbf{D_0}^{(1)}=(1/3)(A+B+C)$，

$\mathbf{D_0}^{(2)}=(1/3)(AB+BC+CA)$，

同构圆对数：$(1-\eta^2)^K=[({}^{(3)}\sqrt{ABC})/\mathbf{D_0}]^{K(3,2,1)}$

圆对数中心零点对称性：

$$\mathbf{(1-\eta^2)^K=(1-\eta_A{}^2)^K+(1-\eta_B{}^2)^K+(1-\eta_C{}^2)^K=0;}$$

$$\mathbf{(1-\eta^2)^K=(1-\eta_{AB}{}^2)^K+(1-\eta_{BC}{}^2)^K+(1-\eta_{CA}{}^2)^K=0;}$$

圆对数解析三个根(概率)复分析：

$$\mathbf{J}A=(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}\cdot\mathbf{D_0}^{(1)};$$

$$\mathbf{i}B=(1-\eta_B{}^2)^{(K=-1)}\cdot\mathbf{D_0}^{(1)};$$

$$\mathbf{K}C=(1-\eta_C{}^2)^{(K=-1)}\cdot\mathbf{D_0}^{(1)};$$

圆对数解析三个根(拓扑)复分析：

$$\mathbf{Ji}AB=(1-\eta_C{}^2)^{(K=+1)}\cdot\mathbf{D_0}^{(2)};$$

$$\mathbf{iK}\,BC=(1-\eta_A{}^2)^{(K=-1)}\cdot\mathbf{D_0}^{(2)};$$

$$\mathbf{Kj}CA=(1-\eta_B{}^2)^{(K=-1)}\cdot\mathbf{D_0}^{(2)};$$

其中：$\mathbf{Ji}AB=(1-\eta_C{}^2)^{(K=+1)}=(1-\eta_A{}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_B{}^2)^{(K=-1)};$

$$\mathbf{iK}BC=(1-\eta_A{}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_B{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_C{}^2)^{(K=+1)};$$

$$\mathbf{Kj}CA=(1-\eta_B{}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_B{}^2)^{(K=+1)};$$

表示了左伴随(A)和右伴随(B)的同构性和同圆对数因子的随机与不随机交换性。

圆对数随机与不随机地交换带动了“左伴随(A)和右伴随(B)”的“对称性不对称性”平衡交换组合：

$$\mathbf{(1-\eta_{ABC}{}^2)^{(K=+1)}\to(1-\eta_{ABC}{}^2)^{(K=\pm0)}\to(1-\eta_{ABC}{}^2)^{(K=-1)}:}$$

特别的，圆对数对于“左伴随(A)和右伴随(B)”的“不对称性”交换，应用于“素数的圆对数分布定理”，

所说的，“素数的圆对数分布定理”是素数尾数{1,3,（5=0）,7,9}的以圆对数中心零点 $(1-\eta_C{}^2)^K=0$ 对应自然数尾数（5）的“左伴随(A)和右伴随(B)”中对称性不对称性（含孪生素数）分布的展开。真正实现了“左伴随(A)和右伴随(B)”进行“对称性与不对称性”的交换。把原来的几何-代数与数论联系起来成为一个紧致体。

9.3.5、第五篇论文的推广与圆对数衔接

该文作者引入前面的结论推广到一般，为扩日持久的证明画上了句号。这个成果应该给予肯定。但是几何朗兰兹纲领与完整性朗兰兹纲领，还有一定距离，或许还需要更抽象的无穷圆对数构造集证明。无量纲圆对数在学习、验证几何朗兰兹纲领过程中，认为可以用无量纲圆对数衔接，发挥无量纲构造特有的“偶数性对称与不对称、随机与不随机的平衡交换机制”和“无穷公理化”的功能。

9.4、无量纲圆对数证明朗兰兹纲领

9.4.1、无量纲圆对数构造集证明朗兰兹纲领

通过圆对数的证明与鉴定，发现几何朗兰兹纲领，给予无量纲圆对数理论与工具，获得真正的完整性证明。

圆对数的证明范围可以扩大到整个朗兰兹纲领，以一个简单的基础代数把“代数-几何-数论（算术）-群理论”统一为一个整体性分析。这样一来，圆对数以“无关数学模型、没有具体元素（数字）内容”，顺利地以一个简单的经典公式，把代数-几何-算术（数论）-群理论统一起来。

$$\mathbf{W=(1-\eta^2)^K W_0:\ (1-\eta^2)^K=\{\pm0,\pm1\};}$$

无量纲圆对数的平衡交换：

$$\mathbf{W^{(K=+1)}=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\leftrightarrow(1-\eta_C{}^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}]W_0=W^{(K=-1)}}$$

其中：W：“对象”，W_0：对象特征模，$(1-\eta^2)^K$ 无量纲圆对数和性质属性。

也就是说，原本朗兰兹纲领是猜想可以用一个初等代数的抽象方式把所有的“对象”（指代数-几何-数论（算术）-群组合理论）之间的关系和变化统一描述出来。找到了被称为“无量纲圆对数构造”的一个简单的无量纲圆对数公式在{0,1}范围内分析解决。

“无穷圆对数构造集”基础的前身：$(1-\eta^2)^K$，就是《数学手册》经常出现的$(1-\eta^2)=(1-\eta)\cdot(1+\eta)$=(几何平均值/算术平均值)的公式给予拓展和应用，在引入“无穷公理随机的平衡交换”，替代了数百年复杂的数学分析的价值。并且还证明了：任意数字、数值、函数、群等“对象”，存在不对称性，不能直接平衡交换，通过特有的无量纲圆对数中心零点带动下，“对象”实现共轭互逆对称的偶数性平衡交换，才能给予解析、组合等分析。

9.4.2、无穷公理与无量纲圆对数构造

目前，数学中强调“数理逻辑”，“数理逻辑”有证明论、递归论、模型论、公理集合论。这个本来是哲学家的问题，开始被希尔伯特引入数学体系的证明，有“元数学”即“证明”，变成了“数理逻辑”。

有证明论："选择公理"有很多等价的形式(equivalent form)，以下用一个较简单的描述：选择公理 设 C 为一个由非空集合（即连续性）所组成的集合。那么，我们可以从每一个在 C 中的集合中，都选择一个元素和其所在的集合配成有序对来组成一个新的集合。核心问题是“C”(如“自然数集 N 和实数集 R”之间有没有存在？康托尔说“没有”，哥德尔说“有”，没有证明。近 100 年来数学家们一直争论。许多世纪性数学难题被卡，数学得不到实质性进步。这是个关键性的数学基础问题，意味着数学又一次出现第四次数学危机。

递归论：递归函数是数论函数的一种，其定义域与值域都是自然数集。只是由于构作函数方法的不同而有别于其他的数论函数。将定义域推广到不限于自然数集时，便是所谓广义的递归函数。在范畴论指“对象”。递归论研究的函数主要包括本原函数、原始递归函数、递归半函数和递归全函数或称一般递归函数、可摹状函数等等。递归论进一步研究不可判定的，也就是非递归的递归可枚举集之间的复杂程度问题。

1944 年 E.L.波斯特提出不可解度的概念。又给出了相对可计算性的构造方法。这就使人们开始对不可解度进行比较，并研究不可解度的代数结构。这方面出现了有穷损害优先方法、无穷损害优先方法等多种有力的研究手段，出现了许多有趣的研究成果。对可计算的递归集，也可以研究其计算的复杂性，考虑图灵机上计算的时间，空间，就得到计算时间的长短计算所占空间的多少这两个复杂性。计算复杂性的研究对计算机科学的发展有很大影响和作用。

1936 年，丘奇、A.M.图林各自独立地提出一个论点，即凡可计算的函数都是一般递归函数，这就把递归函数论与能行性论紧紧地结合起来，从而使递归函数的应用范围大大地扩展了(见能行性与一般递归)。关于递归函数本身的进展主要在于定义域的推广，从而得到递归字函数、a 递归函数和递归泛涵等等。由于递归函数可以与其性质这样不同的函数类相等价，因此丘奇和图林同时提出：可计算函数类恰好是递归函数，可计算的半、全函数分别是递归半、全函数。他们的这个论点现已受到数理逻辑学界的一致赞同，并被当作能行性理论的一个基础。

模型论：。主要内容有：紧致性定理，省略型定理，内播定理，完全理论与模型完全理论，初等键，越积，模型论力迫法，他和模型等。并附有模型论方法对经典数学应用的一些例子。

如：粒子物理学的标准模型是一套描述强力、弱力及电磁力这三种基本力及组成所有物质的基本粒子的理论。它隶属量子场论的范畴，并与量子力学及狭义相对论相容。

模型论在概率论中，任何随机变量的特征函数(缩写：ch.f,复数形式：ch.f's)完全定义了它的概率分布。

模型论在拓扑论中，任何随机变量的特征函数在范畴论称“对象”，集合论称“元素”，完全定义了它的拓扑变形的“态射、映射”过程。

在无量纲圆对数称“特征模”（指“对象、元素、空间”各种组合的均值函数），体现其共同的特征的（概率、拓扑、超拓扑）综合。其中：“特征模”包含“对象、元素、空间”单元体“外部（离散型）与内部（连续型））”之间的关系。

公理集合论：是用公理化方法重建(朴素) 集合论的研究以及集合论的元数学和集合论的新的公理的研究。是 19 世纪 70 年代，德国数学家 G.康托尔给出了一个比较完整的集合论，对无穷集合的序数和基数进行了研究。20 世纪初，罗素悖论指出了康托尔集合论的矛盾。为了克服悖论，人们试图把集合论公理化，用公理对集合加

以限制。

迄今为止，这些公理仍然存在“不完整性、不充分性”，表现为一个公理不能包含另外一个公理的缺陷。那么完整性的公理是什么？有数学家们提出“完整性的公理必须包含所有应用到的公理，称‘无穷公理’”，那么无穷公理的具体表现在哪里？

中国圆对数团队发现“无穷构造集的无量纲圆对数”和无量纲圆对数构造特有的“偶数性对称与不对称、随机与不随机的平衡交换的‘无穷公理’机制”。也就是说，完整性的公理表现约束“平衡与交换”的机制，二者缺一不可。这就是目前产生“不完整性”公理化原因。

这样，“偶数性对称与不对称、随机与不随机的平衡交换的‘无穷公理’机制”在无量纲圆对数的“无关数学模型，没有具体元素（质量）内容”，随机进行“平衡交换”自证“真伪”。发挥了无量纲特有的“无穷公理”作用，不仅解决验证“自身”，也可以验证其它对象系统。这才是真正的完整性、充分性公理化功能。在无量纲圆对数偶数项中心零点对称性条件下，带动“对象”各个层次（外部、内部）之间的平衡交换的可靠性。可行性，发挥“无量纲构造”具有真理性、公正性、权威性等的优越性。也就是说，无量纲破解了第四次数学危机，开启了又一个新的数学时代。

10、数学史的发展与数学危机

数学发展史记录了人类对于自然的认识，以数字及模式描述逐渐形成数学，其中出现了许多数学家、科学家、工程师、教育工作者。他们的辛勤劳动，为人类社会留下来丰富的成果，体现了人类对于未知世界的不断追索精神。

数学发展经历五个时期和四次数学危机：

（1）、数学萌芽时期：时间公元前 2000 年到公元前 600 年

中国古数学的成就有《易经》、《九章算经》、《道德经》一大批数学数学家、科学家，成为当时世界上科学、数学顶峰。

公元前 1000 年，中国商时期《孙子算经》的筹算记数法有“十进制”，指出数字有“数值和位值”二种内涵，明确指出“凡算之法，先识其位”。这个“位”是指“位值”。指出了数学探索的方法，应该先从“位值开始”。

公元前 600 年中国古数学《道德经》记载“道生一，一生二，二生三，三生万物”。指出数学发展方向。指出了“三比二”难度更大，“三生万物”是最基本。

公元前 600 年古希腊的欧几里得《几何原本》成为希腊最高的数学成就。《几何原本》总结了泰勒斯、毕达哥拉斯及智者派等前代学者的几何知识，建立了定义和公理，并研究了各种几何图形的性质。在这部著作中，欧几里得确立了一套从公理、定义出发，论证命题得到定理的几何学论证方法，形成了一个严密的逻辑体系——几何学。

（2）、初等数学时期：时间公元前 600 年到公元 17 世纪

数学萌芽时期整个时期的数学以“整数”为主题的发展。代表人物毕达哥斯的整数理论。无理数的$\sqrt{2}$ 发现，出现了“**第一次数学危机**”。

公元前 370 年，欧多克索斯提出“数和量”的分开，比中国杨雄的《太玄经》的“数与位”迟到了 200 多年。无理数的推翻了毕世哥斯理论，拓展了新的数学概念。

（3）、变量数学时期：时间公元 17 世纪到公元 19 世纪 20 年代

欧洲国家从出现微积分，其中的“无穷小”概念含糊不清，阻碍了微积分发展。出现了“**第二次数学危机**”。柯西提出“极限”理论，实质是“变量”，“零”为极限，建立了微积分的基本原理和微积分的严格的理论基础。

（4）、近代数学时期：时间公元 19 世纪 20 年代到 20 世纪 40 年代

17 世纪以来，西方国家数学的发展，勿略“位值”作用直接建立“数值分析”，一直到集合论为基础的“逻辑分析”。极限理论和集合论都是以实数为基础，提出集合论的一组公理上。出现了“罗索悖论”，出现了“**第三次数学危机**”。弗兰克尔提出了 ZF 公理系统，以及 8 条公理。解决“罗索悖论”造成的危机。

集合论的 ZF 公理系统有选择公理：也叫策梅洛公理，对于任意两两不交的集合族，存在集合 C，使对所给的族中的每个集合 X，集合 X 与 C 的交恰好只含一个元素。

20 世纪 20 年代，在集合论不断发展的基础上，大数学家希尔伯特向全世界的数学家抛出了个宏伟计划，其大意是建立一组公理体系，使一切数学命题原则上都可由此经有限步推定真伪，这叫做“公理体系的完备性”。希尔伯特还要求公理体系保持“独立性”(即所有公理都是互相独立的，使公理系统尽可能的简洁)和“无矛盾性”(即相容性，不能从公理系统导出矛盾)。

值得指出的是，希尔伯特所说的公理不是我们通常

认为的公理，而是经过了彻底的形式化。他们存在于一门叫做元数学的分支中。元数学与一般数学理论的关系有点像计算机中应用程序和普通文件的关系。

1931 年哥德尔以“不完备性定理”。这一理论使数学基础研究发生了划时代的变化，更是现代逻辑史上很重要的一座里程碑。该定理与塔尔斯基的形式语言的真理论，图灵机和判定问题，被赞誉为现代逻辑科学在哲学方面的三大成果。哥德尔证明了任何一个形式系统，只要包括了简单的初等数论描述，而且是自洽的，它必定包含某些系统内所允许的方法既不能证明真也不能证伪的命题，扰乱了“希尔伯特计划”。

前面数学的这三次危机不仅挑战了当时的数学观念，也促进了数学理论的发展和完善。

（5）、近代数学时期：时间公元 19 世纪 40 年代到 21 世纪初

集合论建立于离散-对称性的基础上，表现为“自身除自身一定是 1”。根据策梅洛公理，康托尔提出“实数集 R 与自然数集 N 之间”有没有另外的一个集合 C 的构造集？或称第三种无穷构造集。

康托尔说“没有”，哥德尔-柯恩说“有”。都没有证明。

中国学者汪一平领衔的圆对数团队，经过 40 多年探索，首次发现“实数集 R 与自然数集 N 之间”存在一个新的无穷构造集“无量纲圆对数”和无穷构造集特有的“偶数性对称与不对称、随机与不随机的平衡交换机制”，具有“无穷公理的真理性”。

提出无量纲圆对数公理假设：“群组合元素自身除自身不一定是 1 和圆对数中心零点对称可平衡交换性”。以无量纲圆对数作为第三方构造集身份，验证哥德尔所指的传统数学体系，除“不完备性”外还存在“不充分性、不可直接交换性”。建立了平衡交换规则：

不改变命题、不改变特征模、不改变同构圆对数，仅仅以圆对数幂函数的性质属性正中反向的改变，把真命题平衡交换为逆命题。

$$(ABC\ldots S)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[xyz]}{}^{2})^{(K=-1)}\cdot\{D_0\}^{(K=-1)(S)};$$
$$=[(1-\eta_{[xyz]}{}^{2})^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[xyz]}{}^{2})^{(K=\pm0)}]$$
$$\leftrightarrow[(1-\eta_{[xyz]}{}^{2})^{(K=+1)}]\cdot\{D_0\}^{(3)}\leftrightarrow(ABC\ldots S)^{(K=+1)(S)};$$

无量纲圆对数中心零线（临界线）偶数性的对称性：适应“序列”。

$$(1-\eta_C{}^{2})^{(K=\pm1)}=\sum(1-\eta_{[xyz]}{}^{2})^{(K=+1)}+\sum(1-\eta_{[xyz]}{}^{2})^{(K=-1)}=0;$$

无量纲圆对数中心零点（临界点）偶数性的对称性：适应“序列上各个点”。

或：
$$(\eta_C)^{K}=\sum(+\eta_{[xyz]}{}^{2})^{K}+\sum(1-\eta_{[xyz]}{}^{2})^{K}=0;$$

也就是说传统数学的“数学分析和逻辑分析”中，如果属于“有无量纲体系”的，其“数学元素-对象”存在的不对称性、不充分性的。如数值分析的平衡不能交换；逻辑分析的态射、映射不能平衡，缺一不可。不能直接平衡交换。只有转换为无量纲圆对数，在圆对数中心零点对称性条件下，带动“有量纲”数学模型“数学元素-对象”被动的进行平衡与交换。即：“宏观-微观”数学的“离散型-连续型、完备性与相容性、平衡交换性”组成一体化分析。一旦撤销圆对数恢复原来的不对称性和不可交换性。

为此，把哥德尔二个定理的数学体系定义为“有量纲构造集”体系，与之对应的称“无量纲构造集”体系，把“几何-代数-数论（算术）-群组合理论”等多学科领域，以一个简单的圆对数公式在{±0,±1}统一分析，以“无量纲圆对数随机与不随机的平衡交换机制”带动了一大批世纪性数学难题的解决。并且以无量纲构造集第三方身份，重验、重塑、重建新的数学体系，开启了一个新的“无量纲”数学历史时期。

11、结束语

17 世纪以来，西方国家的“数学分析（含数值分析、逻辑分析）”由于“公理化不完备性、不充分性、不能平衡交换”等先天性缺陷，数学的发展到达了“天花板”。中国古数学提出的“道生一”只能进步到“一生二”建立$\{2\}^{2n}$的计算领域，不能再进步到“二生三（三元数特例对称性解不算）”建立$\{3\}^{2n}$的计算领域，再想“三生万物”，一大堆世纪性数学（包含对称与不对称的平衡交换机制）难题阻碍着你跨不过去，只有解决“位值”无量纲问题才前行。

于是，数学历史又回归到“凡算之法，先识其位”，留下了“无量纲圆对数”以及拓展无量纲的“位值”和“偶数性对称与不对称随机与不随机的平衡交换”空间，圆对数中心零点对称性带动了所有数学系统的“宏观与微观”低级与高级数学分析。数学又回归到无量纲构造控制下、原始的、经典的算术“加、减、乘、除”符号分析。

无量纲圆对数构造集具有最深刻、最抽象、最基本、最完整地数学构造，深刻地表现了数学发展过程：“简单算术-初等数学-多项式-微积分-偏微积分方程-复杂体系-近代代数-新的简单算术-无量纲圆对数。也就是说，数学从简单→复杂→更简单的统一性和完整性的，这么一个循环发展的历史过程。同时圆对数也以第三方更基本性、更权威性形式，验证、证明各种算法和理论是否合理、完整、零误差的鉴定宝。

从数学史角度来看，无量纲圆对数传承了古今中外数学家成果。从“数值分析”进步到“数值-位值分析”，进行“无关数学模型、没有具体元素内容”的分析。是 1931 年以来实质性进步和突破性进展。

这里，圆对数$(1-\eta_{[jik]}{}^2)^K$,集合论称“映射”，范畴论称“函子、态射”，圆对数称“无关任意数学模型”分析。统一称“演绎”。

数学基础的公理化的发展：皮亚诺公理→集合论公理化→希尔伯特公理系统→范畴论集合公理化→‘无穷公理’机制

圆对数于 1982 年 5 月首次提出应用，解决“一元三、四、五次方程”一般解，到任意高幂次群组合理论，后来被称为“无量纲构造”。2009-2018 年新浪博客上 980 多篇科普与科学进一步公开圆对数这个思路及应用。2009-2024 连续多篇圆对数文章在《美国科学杂志》、《JCCM》（数学统计与科学）、《格物》等发表。无量纲圆对数的进步，从个例-特例-概念-体系-构造。

无量纲构造以特有的“偶数性对称与不对称、随机与不随机的平衡交换机制”，或替代当前许多数学算法和各种学派，实现朗兰兹纲领“代数-几何-数论-群组合理论”等，以一个简单的圆对数公式实现数学大统一。无量纲圆对数是一个刚刚开发的一个数学新构造集，里面隐藏着许多无价之宝，等待着大家合作开发为人类造福。(完)

参考文献

[1]、《数学辞海》编辑委员会 编．数学辞海（第六卷）．太原．山西教育出版社．2002 年 08 月第 1 版．

[2]、 [美] M. Klein、邓东高等译《古今数学思想》（第 1、2、3 卷）上海科学技术出版社 2014 年 8 月

[3]、 [美]约翰·德比·希尔《质数之恋——黎曼与未解之谜》，上海科技教育出版社，2009 年 8 月二版

[4]、 [英]斯科特《数学史》，侯德润译，广西师范大学出版社，2002 年 4 月

[6]， 孙继祥，《现代模式识别》，p793-p798 高等教育出版社，2012 年 1 月 2 日

[5]、 徐利治《数学方法论选讲》p47-p101 华中工学院出版社，1983 年 4 月第一版

[7]、 爱因斯坦爱因斯坦文选，范代年、许良英译，上海科技教育出版社，1979 年 4 月第 3 版

[8]、 李政道，《导论：21 世纪科学发展前景》21 世纪 100 个科学问题 p5 吉林人民出版社，2000 年 1 月第 3 版

[9]、 吴学谋《泛系理论与数学方法》江苏教育出版社，1990

[10]、何华灿，何智涛《统一无穷理论》科学出版社 2011,12 出版

[11]、钟义新《范式革命：人工智能理论起源的创新必经之路》【学术前沿】二十四大课题研究主编

[12]、郑智捷 《变值体系理论基础及其应用》科学出版社 2021,4 出版

[13]、钟义新，《范式革命：人工智能理论起源的创新必经之路》【学术前沿】二十四大课题研究主编

[14]、汪一平《NP-P 与相对性基础的构建》【美国】《Journal of Mathematics and Statistical Sciences》（JCCM）2018/9 p1-14

[15]、汪一平，李小坚，《圆对数与模式识别的‘0 到 1’解析》，《美国科学杂志》（JAS）2020/11p54-82 2020 年 11 月版

[16]、汪一平，李小坚，何华灿 《系统的稳定·优化·动态控制原理——高次阶方程在“0 到 1”的解析与认知》，《美国科学杂志》（JAS）2022/4 p1-106　2022 年 4 月版

目 录

《美国科学杂志》：（161579-162754-1175/135）

解读《无量纲圆对数构造》

汪一平

中国・浙江省衢州市老科协

微信（电话）13285707958

提要： 该文进一步补充介绍无穷构造集特有的“偶数性随机与不随机‘无穷公理’平衡交换组合机制”。证明：（1）‘无穷公理’适应不同的中心零点对应的性质属性，（2）无量纲的平衡随机带动“元素-对象”平衡交换与平衡组合。（3）传统数学的运算符号在圆对数里：加组合、并集等为因子相加；乘组合、交集等为圆对数幂函数因子相加。特别补充证明“偶数性平衡”的对称性相加为“1+1=2”（偶数性），“偶数性平衡”的不对称性相加为“1+2=3”（奇数性）；‘无穷公理’随机自证“真伪”的可靠性；传统数学“零误差计算的本性和演绎的正确性”。

关键词： 基础数学；无量纲构造集；传统数学；无穷公理；平衡；交换；组合；

前 言

2024 年 10 月中国圆对数团队成员汪一平发表文章

《展示一个新的无穷构造集：无量纲圆对数》。简称《无量纲圆对数》。从原来“一种数学计算方法”提高到“一个数学基础理论”。以无量纲构造特有的“偶数性对称与不对称、随机的‘无穷公理’平衡交换组合机制”，简称‘无穷公理’机制。具体的说，具有“无关数学模型，没有具体元素干扰”的运算，具有“随机自证真伪”的功能。

无量纲构造依靠‘无穷公理机制’以“特征模和圆对数”，包容了全体数学体系：代数、几何、数论、群组合理论等领域，以及普适性适应：宏观与微观的物理、天文生物、化学体系、哲学、经济体系等，以一个简单的圆对数公式，在{0,1}内零误差分析解决。

2022 年 4 月中国圆对数团队作者汪一平，李小坚，何华灿三人发表文章《系统的稳定·优化·动态控制原理——高次阶方程在“0 到 1”的解析与认知》，《美国科学杂志》(JAS)2022/4 p1-106 。首次提出了（无量纲）“圆对数基基本概念”，作为计算数学考虑，有定义、定理、证明、应用等系统性阐述。举例有“高次阶方程”：“一元二、三、四、五次方程”圆对数解析。如：十一次宇宙方程由“一元‘五（自然数 1,2,3,4,5）+六（素数 3,3,5,7,9,11,13）’次方程”。解析结果竟然与现有的物理观测有关实验数据高度相符。

特别的，2024 年 10 月文章是 2022 年 4 月文章的延伸与拓展，组成“无量纲构造集”，破解了一大批数学难题，一个新的数学基础理论体系诞生了。

圆对数团队惊奇地发现：原来是数学家们苦苦追索的一个新的大自然规则——“无穷公理”；正是 4000 年前中国古数学《易经》符号所表示的“偶数性对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换组合”；3000 年前《道德经》所说的“道生一、一生二、二生三、三生万物”生动写照的数学发展规律。

无量纲圆对数以“无穷公理-无量纲公理”，就当前数学前沿重大课题，如；传统数学(微积分、路径积分、三维复分析)、公理化、连续统、四色定理、范畴论、黎曼零点猜想、朗兰兹纲领等敏感课题，以及在 2018-2022 年在美国“统计与数学科学”(JSSM),“格物”等发表文章。阐述一些世纪性数学难题：如整数定理（霍奇猜想）、同构问题（P=NP）、……。都能以一个简单的特征模和圆对数公式，尽在{0 到 1}的零误差分析解决，有望实现“数学大统一”。

目前，“数学大统一”最新的数学成果是：

（1）、2024 年 7 月，美国丹尼斯 · 盖茨戈里（Dennis Gaitsgory）和山姆 · 拉斯金（Sam Raskin）领导的团队经过 30 多年探索完成的“几何朗兰兹纲领”。经典公式“对象-态射”统一全体数学。

（2）、2024 年 10 月，中国汪一平（Wang Yi-ping）领衔的团队经过 40 多年的探索完成的“无量纲圆对数构造”，也称“代数朗兰兹纲领”。经典公式“特征模-圆对数”统一全体数学。

这二个成果的数学思路相同，方法不一，各有特色。前者：采用“集合论公理化”的逻辑语言描述，后者：采用“无量纲公理化”的经典算术语言描述。都具有高度抽象概括全部数学体系的一体化的分析和运算，成为当前数学研究最新的成果，共同促进了世界数学的发展。

这里，就有关大家关注的有关“无量纲圆对数”文章，进行补充与解读，写成《解读“无量纲圆对数”》，提供大家参考、理解、讨论，提出宝贵意见。

《美国科学杂志》编辑拟组织国际各个领域专家、学者进行讨论“无量纲圆对数”出版专刊。敬请国内外专家参加讨论、投稿。也可以直接与作者（中文）微信联系、合作。

谢谢大家！

1、世界数学发展的源头在中国

人类的科学事业正以飞速发展来形容。科学发展带动了社会、数学、工业、经济、文化、生活，……进步。人工智能、机器人、计算机不断地发展制作，应用深入到每个人的日常生活，改变了人类的认知和世界观。

数学的发展开始于地球上数百万年前的人类群居生活，从石头划线、画符号开始记数，后来有竹简、龟板骨刻，……。据《中国数学发展史》介绍《易 • 系辞》记载有“伏羲作结绳”、“上古结绳而治”，其中有 10 进制的制记数法，是“位值”制的最早使用；《史记 • 夏本记》使用了规、矩、准、绳等作图和测量工具；2500 年前有圆、方、平、直概念，《墨经》有某些几何概念的定义；算术运算在春秋时期已经确立，“99 表”使用了 1600 年。《周髀算经》是中国历史上最早的一批算术类经书。周就是圆，髀就是股。其中就有勾股定理的最早文字记录，即″勾三股四弦五″，亦被称作商高定理给出了证明。《庄子》则强调数学的思想。庄子和他的后学，一般认为《庄子》一书中的内篇（共 7 篇）是庄周本人所作，外杂篇（共 26 篇）是庄门后学所作。

《九章算经》、《道德经》、《孙子算经》等最早指出了数学发展规律：如“道生一，一生二，二生三，三生万物”，以及“欲算其法，先识其位”，无穷的“对折一半”等极限属性。还有解析一元二次方程、微积分数学等思路和萌芽……。10-17 世纪宋明时期达到了当时世界数学的巅峰。西方国家传教士纷纷来到中国，开始了中西结合的数学研究。中国数学也被传教士带到欧洲。历史公正地记载：欧洲数学分析也是从这个时期开始建立数学家们克服许多困难得到发展，迄今已有 400 多年。

考古学家在中国人类古遗址出土，如：四川的三星堆文物“太阳神”，浙江河姆渡“欄栅建筑”……。有的达到了 10000 年以上。中国的许多考古成就和展品在各地的博物馆，有着强大的事实和说服力，隐藏着古中国的数学、力学、……科学的发展与进步。这些科技成果在当时已经达到了世界先进水平。后人继续拓展建立新的数学。但是，古数学依然没有发掘完毕。

“伏羲女娲交尾图”竟然和 DNA 双螺旋结构相似，难道古人早已渗透人类基因？

量子纠缠可视化竟然与中国古代“太极图”类似；《易经》的“二机制”被引入“电路开与关”。

“太极图”有称“八卦”，是中国的著名作品《易经》的“在一个圆内，深浅不同颜色的二个反对称的‘蝌蚪’形状：相互对立、相互依赖、随机相互转换的生动形象”。

更令人叫绝的是：“太极图”竟然隐藏着人类还没有被大家发现的一个关键性、重要的大自然及数学规则：“无量纲的偶数性对称与不对称、随机与不随机的‘无穷公理’平衡交换机制”，简称“偶数性”平衡交换组合机制——‘无穷公理’。

这个机制被中国圆对数团队发现，顺利建立“无量纲圆对数构造集”，以第三方无量纲构造集身份，验证，发现目前传统数学基础采用的如“皮亚诺公理、公理化集合论”体系，被哥德尔“不完备性”批评，还具有“不完整性、不充分性”。如：数值分析的“元素”平衡不能直接“态射（交换、映射）”，逻辑分析的“对象”“态射（交换、映射）”不能“平衡”。

严格地说：400 年来欧洲国家建立的数学体系仍然是不充分的，存在先天性缺陷。因此，造成的数学的分析越来越复杂，还达不到数学应有的严谨性的零误差性分析要求，不能满足当前科学领域高精确度分析计算的需求。

中国圆对数团队首次发现一个新的“无穷构造集：无量纲圆对数”和“特有的‘偶数性’对称与不对称、随机与不随机的‘无穷公理’平衡交换组合机制”。其中：‘无穷公理’是在封闭圆内的无量纲，没有具体“元素-对象”干扰，有随机平衡交换组合功能，和随机自证“真伪”，实现零误差的展开，还能以第三方构造集验证其它数学体系。

由此，建立了无量纲圆对数构造数学体系。这个数学体系分析方法，不同于经典数学的“数值分析”方程的“平衡”解析。也不同于近代数学“逻辑分析”命题的“映射、态射”分析。是一种独立的第三种数学理论解析方法。它们从“一元二次、三次方程无量纲解析起步，一直到高幂次方程无量纲分析，都采用相同的方法可以获得整数性一般解。”

世界数学欧洲从 17 世纪建立“数学分析”，经历 400 多年数学家们努力，数学经历“简单-复杂-新的简单”历程，取得卓越的贡献。前辈数学家的努力表达了对于“未知变量不懈的追踪”，数学继续前进。在数学史上留下了深刻的功勋，历史永远不能忘记他们不可磨灭的卓越贡献。

当前数学仍然存在一些困难和危机，这个新的危机表现为“宏观连续性与微观离散性”不能统一，许多世纪性数学难题仍然不能取得满意的“完整性、充分性、可靠性、零误差分析的”要求。

中国圆对数团队建立了“无量纲圆对数构造”，意味着世界数学兜兜转转，又回到了经典代数-算术的简单计算。

从数学史角度来看：世界数学开启了新一轮“无量纲圆对数”数学新时期。意味着人类对于数学进一步认识，拓展了人类对于自然认知的广阔天空。中国古数学指导数学发展的思想，今天仍然存在深刻的、可创新发展的历史意义，数学源头又回归中国。

2、《无量纲圆对数构造》重要内容

“无量纲圆对数构造”的历史背景。

在于欧洲数学经过 400 年的发展，有“数值分析和逻辑分析”二大类。内容繁华，有数、多项式、群、环、域、向量空间、矩阵、行列式以及集合论、范畴论、几何朗兰兹纲领等，具体的学科有：代数、几何、数论、群理论。也就是说从泛算术到泛代数，当前数学达到一定的高度抽象与统一。

现在，后面还有“无量纲构造集”可以比它们更基

础。

目前，最新的数学成果是：

（1）、2024 年 7 月美国丹尼斯 · 盖茨戈里（Dennis Gaitsgory）和山姆 · 拉斯金（Sam Raskin）领导的团队经过 30 多年探索完成的"几何朗兰兹纲领"。

主要特征：以"集合论公理化"为数学基础，范畴论语言定义的"对象（元素-对象的集合）和态射（运算工具和方法）"以逻辑语言高度抽象归纳了全部数学体系的分析和运算。

（2）、2024 年 10 月中国汪一平（Wang Yi-ping）领衔的团队经过 40 多年的探索完成的"无量纲圆对数构造"，也称"代数朗兰兹纲领"。

主要特征：以"无穷公理化"为数学基础，无量纲语言定义的"特征模（元素-对象集合的正中反平均值）和圆对数（运算工具和方法）"以无量纲语言高度抽象归纳了全部数学体系的分析和运算。

《无量纲圆对数构造》文章的主题内容：

第 1 章节：提出无量纲构造集：阐述了无量纲构造集的数学意义。（衔接 2022 年 4 月《美国科学杂志》刊登的《系统的稳定·优化·动态控制原理——高次阶方程在"0 到 1"的解析与认知》，《美国科学杂志》（JAS）2022/4 p1-106　2022 年 4 月。署名作者：汪一平，李小坚，何华灿三人。）

第 **2** 章节：阐述解决圆对数与连续统衔接积极意义：

（1）、无量纲圆对数无穷构造集与连续统问题的衔接，把连续性的实数集 **R**（几何平均值）与离散性自然数 **N**（算术平均值）统一起来，成为无量纲圆对数构造集。

（2）、无量纲圆对数应用："偶数性'无穷公理'的随机平衡交换机制"把逻辑分析与数值分析二个不同的数学领域统一起来。

（3）、无量纲圆对数解决三维向量复空间的对称与不对称性问题，把传统数学分析主题的二维复空间 $\{2\}^{2n}$ 拓展到三维复空间 $\{3\}^{2n}$。

（4）、应用圆对数证明四色定理，提出"平衡交换机制"解决"图块内四种颜色移动规则"组成标准图块可以精确计算。

第 **3** 章节：哥德巴赫（零点）猜想，提出"无量纲的无穷公理"，解决：偶数性的对称分布与不对称分布的"二个素数为偶数"与"三个素数为奇数"的平衡交换原理，体现无量纲构造特有的"偶数性的对称与不对称、随机与不随机'无穷公理'平衡交换机制"。指出：'无穷公理'具有"完整性的公理"，传统数学的除哥德尔"不完备性"外，还有"不充分性、不完整性"不能"自证真伪"的原因。

第 **4** 章节：黎曼ζ函数（零点）猜想，'无穷公理'证明黎曼函数（单连通、圆球）"偶数性"的中心零想（临界线）、中心零点（临界点）对称性的的平衡交换功能，带动"元素-对象"的平衡交换。

第 **5** 章节：郎道-西格尔（零点）猜想，'无穷公理'证明黎曼函数（多连通、圆环）"偶数性"二个中心零点（临界点）对称性的平衡交换功能。，带动"元素-对象"的平衡交换。

第 **6** 章节：无量纲圆对数与数论的衔接。基于"素数"不均匀分布提出素数'无穷公理'对称性的平衡交换规则，组成均匀素数计算方法，确保中心零点稳定性。称素数圆对数分布定理。

第 **7** 章节：无量纲圆对数与欧氏空间-西空间-辛空间的衔接，展示经典代数与近代代数统一转换为无量纲圆对数原理。其中：每一步环节的元素都可以包含"无穷公理的平衡交换机制"。

第 **8** 章节：无量纲圆对数与逻辑数学、集合论、范畴论的衔接。证明"集合公理化"不完整性、不充分性，把范畴论的"对象与态"转换为"特征模与圆对数"，数学更加简洁、清晰、零误差分析的优越性

第 **9** 章节：圆对数与朗兰兹纲领的衔接。简单介绍"几何朗兰兹纲领"成果与无量纲圆对数的衔接。同时，展示了无量纲圆对数以一个简单的无量纲圆对数公式，把"代数-几何-数论-群组合理论"在无量纲 $\{0,1\}$ 统一分析解决。称"代数朗兰兹纲领"。

第 **10** 章节：介绍数学史的发展与数学危机，介绍集合论公理化解决了"第三次（悖论）数学危机"，在哥德尔不完备性定理后出现"第四次（大统一）数学危机"，提出"无量纲圆对数构造集"彻底解决朗兰兹的数学大统一。

第 **11** 章节：结束语. 指出了无量纲圆对数的现实意义和深远的历史意义。

这里，就有关无量纲构造背景的解读：提出的有关问题统一作如下回答：

（1）、当前数学采用的"自然公理化以及集合论

公理化”可靠吗？

圆对数回答：当前数学存在不完整性缺陷。完整性的公理应该是“无穷公理”的平衡交换机制。‘无穷公理’具有随机的平衡交换以及随机的“自证真伪”功能。解决：元素平衡不能交换（态射、映射），对象交换（态射、映射）不能平衡的一体化困难。

（2）、计算概念中群单元体为什么没有细化的分析？。

圆对数回答：传统数学体系没有彻底解决“元素-对象”外部与内部之间变化的路径积分问题。圆对数以“特征模”单元体形式，解决外部的离散分析和内部的连续分析，实现“微观的离散与宏观的连续一体化”。

（3）、数学（包括计算机）为什么得不到“零误差”分析结果？

圆对数回答：传统数学体系采用一个固定数值如“自然对数、常用去除连续性的集合，得不到整数性展开，产生‘余项’没有好的办法成立，只能迭代方法逼近计算，取得近似值”，得不到“零误差”分析结果。圆对数以‘无穷公理’随机平衡交换与自证真伪，严格证明圆对数中心零点对称性，确保“零误差”的分析与计算。

（4）、历遍所有的数学方法许多世纪性数学难题为什么不能破解？

圆对数回答：许多世纪性数学难题存在不完整‘公理化’被卡住。传统数学体系都没有找到好的‘公理化’数学方法，解决“宏观的连续性（乘组合）与微观的离散性（加组合）”的矛盾。圆对数以一个简单的无量纲圆对数公式在{0,1}范围分析解决。

（5）、1931 年哥德尔以来，数学为什么没有实质性突破？

圆对数回答：传统数学体系都没有彻底解决“宏观连续性与微观离散性”一体化问题。具体表现为“连续的实数集（几何平均值）与离散的自然数集（算术平均值）之间的平衡交换关系，称“连续统问题”。圆对数找到“偶数性对称与不对称、随机与不随机‘无穷公理’的平衡交换机制”取得突破性进步。

无穷构造集展示了“无穷公理”为基础，对于全体数学以无量纲圆对数构造的简洁性、可靠性、可行性，取得在{0, 1}的零误差分析计算结果。

3、偶数性对称的无量纲公理的功能

当前，全体数学体系分别有：

（1）“逻辑代数”采用“集合论公理化为数学基础”。

（2）“经典代数”采用“皮亚诺公理化为数学基础”。

（3）“无量纲代数”以‘无穷公理’为数学基础”。

“无量纲代数”称第三种新的数学体系，（注：作者建议这样叫法）具有无量纲构造特有的“偶数性对称与不对称、随机与不随机的‘无穷公理’平衡交换组合机制”和随机‘自证真正’。

应用无量纲‘无穷公理’数学由传统的不完整性“皮亚诺公理化、集合公理化”进步到完整性“无穷公理化”。解决一大批数学问题，建立了新的无量纲构造数学体系。

有些读者不仅要问：“完整性公理”与“不完整性公理”区别在哪里？

✵定义“不完整性公理化”。（文章中有称“有量纲”系统）指属于哥德尔不完备性定理对应的数学体系。这些数学特征“数值分析元素的平衡不能交换，逻辑分析对象的态射不能平衡”。造成当前传统数学先天性缺陷，很难持续发展。

✵定义‘无穷公理’机制。具备“随机与不随机性的平衡与交换与组合机制”，没有具体“元素-对象”的干扰。可以随机与不随机“自证真伪”。首先需要无量纲“平衡”，才能进行无量纲“交换、组合”，并且通过圆对数中心零点对称性，带动“元素-对象”的平衡交换组合。一旦撤销圆对数，恢复原来“元素-对象”的不对称性和不可平衡交换性。这是前所未有的创新性发现，具有划时代意义。

✵定义平衡交换组合。无量纲构造语言描述圆对数的“无穷数学模型，没有具体质量元素-对象”分析，在随机“平衡”的前提下，圆对数中心零点带动“元素-对象”移动、交换、组合。其中的“组合”有“乘组合”（适应圆对数的幂函数运算），“加组合”（适应圆对数的因子运算）二种状态的运算。从无量纲角度来看，传统数学的运算符号‘加、减、乘、除、乘方、开方’以及‘并集、交集、开集、空集、映射、态射’等等在圆对数里没有实质性区别。统一进行“平衡、交换、组合”的运算。

数字例说明二元数“偶数性”的平衡交换组合：

（1）、皮亚诺公理化属于不完整性公理：3+4=7；3・4=12，可以转换为“完整性公理化”证明衔接。

（2）、集合论公理化属于不完整性公理：A 并 B

有 C；A 交 B 有 D；A 态射 B，可以转换为“完整性公理化”证明衔接。

已知边界函数和特征模，就可以进行“无量纲公理的平衡交换机制”，统一证明如下：

（例 1）、加组合 3+4=7（包括并集、映射、态射）；

设：3+4=7 中 A,B 二个“元素-对象”集合，

特征模（元素-对象集合的平均值）

$\mathbf{D}_0=(1/2)(3+4)=3.5$,

圆对数因子：

$\mathbf{(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}=\{0,1\}}$；

圆对数中心零点满足对称性：$(1-\eta_C^2)=\{0\}$对应特征模$\{\mathbf{D}_0\}$；

组合条件：

圆对数平衡性后，圆对数的组合带动数值的组合：

$(1-\eta^2)^K=(3+4)/3.5=(3)/3.5+(4)/3.5$

$=[(1-\eta^2)^K+(1+\eta^2)^K]3.5=2\mathbf{D}_0=7$；

平衡交换条件：

具有相同的圆对数因子，具备偶数性对称平衡：

$(1-\eta^2)^K=3/3.5$；　$(1+\eta^2)^K=4/3.5$；

$|(1-\eta^2)^K|=|(1+\eta^2)^K|$；

$3/3.5\leftrightarrow4/3.5$

圆对数中心零点：　$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}\cdot3.5=0$；

交换规则：

不变命题，不变特征模，不变圆对数，通过圆对数幂函数性质属性正中反向的变化，真命题转换为逆命题：

$3=(1-\eta^2)^K\cdot3.5\rightarrow[(1-\eta^2)^K\rightarrow\ `(1\pm\eta^2)^K=0'$

$\rightarrow(1+\eta^2)^K]\cdot3.5\rightarrow(1+\eta^2)^K\cdot3.5=4$；

或：　$3=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\cdot3.5\rightarrow[(1-\eta^2)^{(K=+1)}\rightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}$

$\rightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}]\cdot3.5\rightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}\cdot3.5=4$；

上述，有了平衡交换，才能有组合。

同理，圆对数具有共轭互逆性，反向运算也成立。如减组合“7−3=4”。

无量纲圆对数的加结合律与交换律：

$[(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}]=2$；

结果：加组合(3+4)在圆对数中心零点平衡带动下组成‘3→4’。

$(1-\eta^2)^K D_0^{(1)})=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1\pm\eta^2)^{(K=\pm1)}$

$+(1-\eta^2)^{(K=-1)}]\cdot D_0^{(1)K}$

$=\{0,2\}\cdot D_0^{(1)})=2\cdot3.5=7$；

加组合反映为圆对数因子组合。

特别的，圆对数的组合是在无量纲圆对数平衡条件下进行的，不同于“皮亚诺公理化”。其中：数值在无量纲圆对数带动下，才有了平衡交换。

（例 2）、乘组合 3・4=12（包括交集、映射、态射）；乘组合：

证明二元数乘组合偶数性对称分布的 3$\boxed{\leftrightarrow}$4 什么样条件下平衡交换组合？

设：数值 3・4 元素为二个“元素-对象”乘集合，

乘组合单元体：$\mathbf{D}=\{^{(2)}\sqrt{12}\}^{(2)}$；

特征模（元素-对象集合的平均值）

$\mathbf{D}_0=(1/2)(3+4)=3.5$,

圆对数因子：

$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=\square)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}=\{0,1\}$；

$(1-\eta_C^2)=\{0\}$对应特征模$\{\mathbf{D}_0\}$；

$12^{(K=-1)}=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\cdot\mathbf{D}_0^{(2)}$

圆对数因子组合：

$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=\square)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}$

$=\{0,2\}3=(1-\eta^2)^{(K=+1)}3.5^{(1)}$；　$4=(1-\eta^2)^{(K=-1)}3.5^{(1)}$；

有平衡交换：

交换规则：不变原来命题，不变特征模，不变圆对数通过圆对数性质属性的改变，真命题转换为逆命题。

有平衡组合：（乘为幂函数相加）

$12^{(K=-1)}=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\cdot\mathbf{D}_0^{(1)}+(1-\eta^2)^{(K=-1)}\cdot\mathbf{D}_0^{(1)}$

$\rightarrow(1+\eta^2)^{(K=\square)}\cdot3.5^{(1+1)}$

$\rightarrow(1+\eta^2)^{(K=+1)}\cdot3.5^{(2)}$

$\rightarrow3\cdot4=[(1-\eta^2)^{(K=+1)}+(1-\eta^2)^{(K=+1)}]3.5^{(2)}$

$=(1-\eta^2)^K\cdot\mathbf{D}_0^{(2)}=12^{(K=+1)}$；

其中：数值在无量纲圆对数带动下，才有平衡交换.

特别的，“圆对数因子与圆对数幂函数”，具有同步变化特征。因此才有交换过程的性质属性转换：

这里，明确地证明‘3→4’是在圆对数中心零点对称性带动下的“平衡交换组合”，圆对数因子的平衡适应“加组合”，圆对数幂函数的平衡适应“乘组合”；

偶数性对称性计算特征：

二个“元素-对象”对称性分布，对应的数值不对称。这就是所说的“无量纲公理（对于乘组合、加组合）的偶数性对称的平衡交换机制”。

这里，传统数学的运算符号，统一变成以组合角度

来说“加与乘”没有实质性区别。如果说区别，仅仅是“乘组合”表现在幂函数因子上，“加组合”表现在圆对数因子上。

4、偶数性不对称的无量纲公理的功能

三元数“不对称性计算”是当前数学领域的空白，许多数学问题在这里被卡，得不到满意的解决当前。数学的分析计算限制于（二维复分析）$\{2\}^{2n}$。应用受到限制。

无量纲圆对数解决了“不对称性计算”，拓展到（三维复分析）$\{3\}^{2n}$分析计算。对于计算机来说，计算机的运算速度从$\{2\}^{2n}$几何级数提高到$\{3\}^{2n}$几何级数，极大的提高计算工作效率和功能，而且确保“零误差”，计算精确度达到10^{200}宇宙级别。

三元数不对称性数字例说明：

证明：偶数性三元数不对称分布的(3$\boxed{\leftrightarrow}$4)$\boxed{\leftrightarrow}$8 什么样条件下平衡交换成立？

（例 2）、乘组合 3 • 4 • 8=96（包括交集、映射、态射）；

设：3 • 4 • 8=96 中三个“元素-对象”集合，分别为 3=(A)、4=(B)、8=(C)，

乘组合特征模（元素-对象集合的平均值）；

$D_0^{K(1)}=\{^{(3)}\sqrt{96}\}^{K(1)}$

$D_0^{K(2)}=\{^{(3)}\sqrt{96}\}^{K(2)}$

加特征模（元素-对象集合的平均值）:

$D_0^{(1)}=(1/3)(3+4+8)=5$

以 $D_0^{(1)}\approx 5$ 替代表示“1-1 组合”,

$D_0^{(2)}=(1/3)(3\cdot 4+4\cdot 8+8\cdot 3)=22.67$

以 $D_0^{(2)}\approx 25$ 替代表示“2-2 组合”,

同构性圆对数为几何平均值/算术平均值：

$(1-\eta^2)^K=\{^{(3)}\sqrt{96/5}\}^{K(1)}=\{^{(3)}\sqrt{96/5}\}^{K(2)}=\{^{(3)}\sqrt{96/5}\}^{K(3)}$

$=0.768\leq\{1\}$；

圆对数因子$(\eta^2)^K$，$(\eta)^K$绝对值小于“1”；

其中：圆对数$(1-\eta^2)^K$具有“同构、同态、同调、同伦、紧致性”的“无穷公理”特征。

圆对数中心零点满足对称性：

$(1-\eta_C{}^2)^K=(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{BC}{}^2)^{(K=-1)}$

$=(5-2)/5+(5-1)/5+(5+3)/5=\{0\}$；

平衡交换条件：

根据圆对数平衡性：(展开为三维复分析)

$(1-\eta^2)^K=(5-2)/5+(5-1)/5+(5+3)/5=\{0\}$

$=(3)/3D_0^{(1)}+(4)/3D_0^{(1)}+(8)/3D_0^{(1)}$

$=[(1-\eta_A{}^2)^{(K=+1)}+(1+\eta_B{}^2)^{(K=-1)}+(1+\eta_C{}^2)^{(K=-1)}]=\{0,1\}$；

圆对数（概率）复分析：

$j8=(1-\eta_A{}^2)^K\{^{(3)}\sqrt{96/5}\}^{(K=+1)(1)}$；

$i4=(1-\eta_B{}^2)^K\{^{(3)}\sqrt{96/5}\}^{(K=-1)(1)}$；

$k3=(1-\eta_C{}^2)^K\{^{(3)}\sqrt{96/5}\}^{(K=-1)(1)}$；

圆对数（拓扑）复分析：

$Jk(8\cdot 3)=(1-\eta_{AC}{}^2)^K\{^{(3)}\sqrt{96/5}\}^{(K=+1)(2)}$；

$Ji\ (8\cdot 4)=(1-\eta_{AB}{}^2)^K\{^{(3)}\sqrt{96/5}\}^{(K=-1)(2)}$；

$ki\ (3\cdot 4)=(1-\eta_{CB}{}^2)^K\{^{(3)}\sqrt{96/5}\}^{(K=-1)(2)}$；

其中：直角坐标系中：J,I,K 分别在轴线 XYZ 投影（交换、映射、态射）

JK 分别在 XOZ，平面投影（交换、映射、态射）互逆对应 Y 轴线；

Ji 分别在 XOY，平面投影（交换、映射、态射）互逆对应 Z 轴线；

Ki 分别在 ZOY，平面投影（交换、映射、态射）互逆对应 X 轴线；

特别的，对于三维空间矢量，在矢量模轴线投影引入（概率）角度函数 ΨΦθ，平面投影引入角度函数 Ψ, Φ，θ 与 α，β，γ 组成矢量模与角度的“聚类集”的隐函数转换为特征模和无量纲圆对数的复分析计算。

但是，三维空间数值以坐标中心的中心点在平面 XOZ-Y 轴线、XOY-Y 轴线；、XOZ-Y,为共轭中心的“偶数性共轭互逆”是不对称性的数值，通过无量纲圆对数和圆对数中心零点，转换为“偶数性共轭互逆对称性”，在圆对数带动下，才能进行平衡交换。

交换规则：不变原来命题，不变特征模，不变圆对数通过圆对数性质属性，由真命题交换（转换、映射、态射）为逆命题。

$\{A,B,C\}^{(K=+1)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\cdot 5^{(3)}$

$\to[(1-\eta_{[A,B,C]}{}^2)^{(K=+1)}\to(1-\eta_{[A,B,C]}{}^2)^{(K=\pm 0)}$

$\to(1\pm\eta_{[A,B,C]}{}^2)^{(K=-1)}\to(1-\eta_{[A,B,C]}{}^2)^{(K=-1)}]\cdot 5^{(3)}$

$=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\cdot 5^{(3)}=\{A,B,C\}^{(K=-1)}$；

同理，圆对数具有共轭互逆性，反向运算也成立。

如除组合“96/8=12”.

中心零线（临界线）

$(1-\eta^2)^K=[(1-\eta_{[AB]}{}^2)^{(K=+1)}+(1+\eta_{[BC]}{}^2)^{(K=-1)}$

$+(1+\eta_{[CA]}{}^2)^{(K=-1)}]\bullet 5^{(2)}=\{0,\ 1\}$；

中心零点（临界点）,中心零点在中心零线上：

$(1-\eta^2)^K=[(1-\eta_{[A]}{}^2)^{(Kw=+1)}+(1+\eta_{[B]}{}^2)^{(Kw=-1)}$

$+(1+\eta_{[C]}{}^2)^{(Kw=-1)}]\bullet 5^{(1)}=\{0\}$；

圆对数对应三维复分析的平衡交换组合：

$(1-\eta_{[A,B,C]}^2)^{(K=-1)}\cdot D_0^{(3)}$

$=[(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}\cdot D_0^{(1)}+(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)}\cdot D_0^{(2)}]$

$\leftrightarrow(1-\eta_{[A,B,C]}^2)^{(K=0)}D_0^{(1+2=3)}$

$\leftrightarrow(1-\eta_{[A,B,C]}^2)^{(K=\square)}D_0^{(3)}$；

其中：$(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)}\cdot D_0^{(2)}$

$\leftrightarrow(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=0)}\cdot D_0^{(1)}+(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=0)}\cdot D_0^{(1)}$

$\leftrightarrow(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=0)}\cdot D_0^{(1+1)}$

$\leftrightarrow(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=\square)}\cdot D_0^{(2)}$；

对应圆对数幂函数的加组合（结合律、交换律）：

"1+2=3"，"1+1=2"。

乘组合幂函数(3 • 4 • 8)偶数性不对称性通过圆对数平衡组合组成：

$D_0^{(1)}+D_0^{(2)}$组成 $D_0^{(3)}$，

这就是"无穷公理"的具体分析和计算：不同于皮亚诺公理化系统。解释了"1+1=2"$D_0^{(1)}+D_0^{(2)}$组成 $D_0^{(3)}$的可靠证明。

这里, 数值-对象的"加、减、乘、除, 并集、交集、补集、差集，A 态射 B、函子"等, 统一在无量纲圆对数"偶数性"中心零点带动下，进行可靠的平衡交换组合"。

这里，正确地证明'(3→4)→8'是在圆对数中心零点对称性带动下的"平衡交换"。

其中：圆对数因子的平衡适应"加组合：(3+4+8)=15"。

圆对数幂函数的平衡适应"乘组合(3 • 4 • 8)=96".

偶数性计算特征：三个"元素-对象"不对称性分布，对应的数值不对称，分布不对称。三个元素-对象有"偶数性不对称分布"的平衡交换组合。

这就是所说的"无量纲公理（对于乘组合、加组合）的偶数性对称的平衡交换组合机制"。

特别的，当前全部数学体系分析的（指数值元素-逻辑对象）都不能直接平衡交换，只有在无量纲圆对数构造以及中心零点带动下，进行可靠的随机与不随机进行平衡与交换，实现零误差分析结果，体现了'无穷公理'的卓越功能。

也许有人会问：现在的"数值分析和逻辑分析"不是照样在应用计算？

我们这里并没有必要推翻或否定现有的"逼近计算"的数学理论和方法，而是数学基础理论的探索与比较。结果表明"无量纲代数"以一个简单的圆对数公式应用可以替代现有的数学理论和计算方法。哪一个理论好，一目了然，自由选择。

5、'无量纲无穷公理'的数学证明

迄今，传统数学体系（指哥德尔不完备性所指的数学体系），其中包括：皮亚诺公理，集合论公理，无穷递归法等都不具有"完整性、充分性的公理"的"平衡交换"，成为数学先天性缺陷具体表现，达不到数学"零误差"分析计算。

如，"范畴论"以集合论公理以"对象"（元素的集合）、"态射、函子、自然变换、偏序集"以及集合论的"映射"等处理它们之间的关系，统一称"交换"。无穷集的整个"交换"过程不能"平衡"，很难做到逆向的（含外部、内部）的"组合与还原"，应用受到限制。

"无量纲构造"以"特征模"（元素-对象集合的平均值）和无量纲"圆对数"，以及"无穷公理的随机平衡交换"等处理它们之间的关系，统一称"平衡交换"。"无穷公理"有完整性、充分性、零误差精确性的数学分析方法。

那么有人要问："无穷公理"可靠吗？

圆对数回答：完整性的公理应该是"无穷公理"的"随机平衡交换组合机制与随机自证真伪"。这是目前传统数学没有的功能性。以无量纲形式处理元素-对象交换（态射、映射），在圆对数中心零点对称性带动下，没有具体元素-对象干扰，确保无量纲圆对数在无穷集的"随机性平衡交换"机制的"自证真伪"和零误差分析。因此，不存在数学基础的"不可靠、不牢固"问题。

✷定义 4.1.1："元素-对象"无穷集数列的集合：

$\{X\}^{K(Z)}\in\{\{x_1，x_2，\ldots x_S\}，\ldots x_n\}$；

进行不重复的组合与集合，产生无穷序列的子项。

✷定义 4.1.2："元素-对象"的特征模为无穷集数列集合（与组合系数结合）的均值函数：

$\{D_0\}^{K(Z)}\in\{\{x_{01}，x_{02}，\ldots x_{0S}\}，\ldots x_{0n}\}$；

进行不重复的组合与集合，产生无穷序列的子项特征模。

✷定义 4.1.3："元素-对象"为无穷无量纲圆对数：（进行乘组合单元体/加组合单元体）

$(1-\eta^2)^K\in\{\{x_1/x_{01}\}^{K(1)}\ldots\{x_S/\{x_{0S}\}^{K(S)}\}，\ldots\{x_n/\{x_{0n}\}^{K(Z)}\}$；

✷定义义 4.2.1："元素-对象"为无穷中任意有限序列的集合

$\{X\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=0,1,2,3,\ldots \text{无穷整数}))}\in\prod\{x_1, x_2, \ldots x_S\}$;

✷定义 4.2.2："元素-对象"的特征模为无穷集数列集合（与组合系数结合）的均值函数：

$\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=0,1,2,3,\ldots \text{无穷整数}))}\in\sum\{x_{01}, x_{02}, \ldots x_{0S}\}$;

其中：特征模组合系数：$\{x_{01}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=0))}=1$；

$\{x_{02}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=1))}=(1/S)^K$;

$\{x_{03}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=2))}=[(2!/(S-0)(S-1)]^K$;

$\{x_{0P}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=0))}=[(p-1)!/(S-0)!]^K$;

✷定义 4.2.3："元素-对象"为无穷无量纲圆对数：（进行乘组合单元体/加组合单元体）

$(1-\eta^2)^K\in\{\{x_1/x_{01}\}^{K(Z)}\{x_2/\{x_{02}\}^{K(Z)}, \ldots\{x_S/\{x_{0S}\}^{K(Z)}\}$;

其中：特征模为无穷集各个子项，都具有总"元素-对象"不变条件下分别有：乘组合的单元体、概率的加组合、拓扑的加组合、超拓扑的加组合，……；

数学证明如下：

（1）、连续型的"元素-对象"乘组合（几何平均值单元体,除全体乘组合具有整数性展开，基于整数性展开，确保零误差精确度。

乘组合单元体：

$\{^{(S)}\sqrt{D}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=0))}$; $\{^{(S)}\sqrt{D}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=1))}$;

$\{^{(S)}\sqrt{D}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=2))}$; $\ldots\{^{(S)}\sqrt{D}\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=0,1,2,3,\ldots \text{无穷整数}))}$;

（2）、离散型的"元素-对象"加组合（算术平均值）单元体,除全体加组合具有整数性展开，基于整数性展开，确保零误差精确度。

加组合单元体：

$\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=0))}$; $\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=1))}$

$\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=2))}$; $\ldots\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm Q\pm(q=0,1,2,3,\ldots \text{无穷整数}))}$;

无量纲同构圆对数进行同构性的乘组合/加组合：

$(1-\eta^2)^K\in\{\{x_1/x_{01}\}^{K(1)}, \{x_2/\{x_{02}\}^{K(2)}, \ldots\{x_S/\{x_{0S}\}^{K(S)}\}$

$=\{(1-\eta_1^2)^{K(Z)}, (1-\eta_2^2)^{K(Z)}, \ldots(1-\eta_n^2)^{K(Z)}\}=\{0,1\}$;

其中：$\{x_1\}$乘组合字项，$\{x_{01}\}$加组合字项，$(1-\eta_1^2)^{K(Z)}$圆对数对应$\{x_1/x_{01}\}^{K(Z)}$的子项。

无量纲圆对数性质属性：

$(1-\eta^2)^{(K=\pm1)(Z)}\in\{\{x_1/x_{01}\}^{(K=\pm1)(1)}, \{x_2/\{x_{02}\}^{(K=\pm1)(Z)(2)}, \ldots,$

$\{x_S/\{x_{0S}\}^{(K=\pm1)(Z)(S)}\}=\{0,1\}$;

K=(+1（正向函数）,±0（转换项中心零点对应的函数）,-1（反向函数）)；

（1）、二元数无量纲圆对数系列"偶数性"的平衡：

$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}=(1-\eta_{[A]}^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta_{[B]}^2)^{(Kw=-1)}=\{0\}$;

$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm1)}=(1-\eta_{[A]}^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta_{[B]}^2)^{(Kw=-1)}=\{0,1\}$;

二元数无量纲圆对数系列偶数性平衡不对称性组合：

$(1-\eta_{[AB]}^2)^K=(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_C^2)^{(K=\pm1)}+(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=-1)}$

$=\{0,2\}$;

（2）、三元数无量纲圆对数系列"偶数性"的平衡：

$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}=(1-\eta_{[A]}^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta_{[BC]}^2)^{(Kw=-1)}=\{0\}$; $(1-\eta_C^2)^{(Kw=\pm1)}=(1-\eta_{[A]}^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta_{[BC]}^2)^{(Kw=-1)}=\{0,2\}$;

$(1-\eta_{[BC]}^2)^{(Kw=-1)}=(1-\eta_{[B]}^2)^{(Kw=-1)}+(1-\eta_{[C]}^2)^{(Kw=-1)}=\{-1\}$;

$(1-\eta_{[A]}^2)^{(Kw=+1)}=\{+1\}$;

三元数无量纲圆对数系列偶数性平衡不对称性组合：$(1-\eta_{[ABC]}^2)^K=(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_C^2)^{(K=\pm1)}+(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)}$

$=\{0,(1+2=3)\}$;

$(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)}=\{2\}$;

无量纲圆对数中心零线（临界线）平衡(一般指特征模外部离散性跳跃过渡形式)

三元素平衡：

$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm1)}=\{(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)}\}=\{0,2\}$;

三元素平衡组合：$(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)}=\{1\}$;

$(1-\eta_C^2)^{(K=\pm0)}=\{(1-\eta_{[A]}^2)^{(K=+1)}+(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(K=\pm1)}$
$+(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)}\}=\{0, 3\}$;

无量纲圆对数中心零点（临界点）平衡(指特征模内部连续性连续过渡形式)：

三元素平衡：

$(1-\eta_C^2)^{(Kw=\pm1)}=\{(1-\eta_{[A]}^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(Kw=\pm0)}$
$+(1-\eta_{[BC]}^2)^{(Kw=-1)}\}=\{0,\smile\}$;

三元素平衡组合：$(1-\eta_{[BC]}^2)^{(K=-1)}=(1-\eta_{[B]}^2)^{(K=-1)}+(1-\eta_{[C]}^2)^{(K=-1)}=\{1\}$; $(1-\eta_C^2)^{(Kw=\pm0)}=\{(1-\eta_{[A]}^2)^{(Kw=+1)}+(1-\eta_{[ABC]}^2)^{(Kw=\pm1)}$
$+(1-\eta_{[BC]}^2)^{(Kw=-1)}\}=\{0, 3\}$;

特别的，注意圆对数幂函数的差别。分别有：前者为偶数性对称性平衡，后者为偶数性平衡后的组合。二个不同概念。

无量纲圆对数平衡交换规则：

不变真命题、不变特征模、不变同构圆对数，仅仅通过圆对数性质属性正中反的转换，真命题与逆命题实现互逆性的平衡交换机制。

$(1-\eta^2)^{(K=+1)}\{D_0\}^{(K=+1)}=\{(1-\eta^2)^{(K=+1)}$
$\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=\pm0)}\leftrightarrow(1-\eta^2)^{(K=-1)}\}\{D_0\}$
$=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\{D_0\}^{(K=-1)}$;

其中：无穷集各个子项（外部）之间和各个子项（内部）之间，都是不对称性，不能直接平衡交换。

应用无量纲圆对数分别有二个分析步骤：

（1）、特征模中心点及周围元素“同步变化”，以圆对数方式表现特征模外部离散性过渡形式。

（2）、特征模中心点及周围元素“位值关系”，以圆对数方式表现特征模内部连续性过渡形式，解析各个根。

上述证明了‘无穷公理’。无穷序列集的各个子项具有完整性的“偶数性随机性的对称与不对称‘无穷公理’的平衡交换机制”。

无量纲特有的的“‘无穷公理’具有随机与不随机的平衡交换机制，进行零误差分析”优越性，确保无穷序列各个子项的“同构、同态、同调、同伦、紧致性”的整数性零误差展开。通过无量纲圆对数中心零点对称性，带动无穷集全体“元素-对象”的平衡交换。一旦撤销圆对数恢复原来的不对称性。

从数学史角度来看，无量纲圆对数传承了古今中外数学家成果。从“数值分析”进步到“数值-位值分析”，进行“无关数学模型、没有具体元素内容”的分析，展示了 1931 年以来实质性进步和突破性进展。

6、17-21 世纪数学发展的历程

17-20 世纪，欧洲数学从 1614 年约翰·纳皮尔《奇妙的对数表的描述》的“对数”开始，建立了“数学分析”（包括“数值分析”和“逻辑分析”）。欧洲出现许多数学家，对世界数学发展产生深刻的影响。限于篇幅只能介绍与圆对数有密切关系的数学家成就，表达我们永远铭记他们的历史功勋。

1、柯西的数学成就：

（1）、分析基础：自从牛顿和莱布尼茨微积分(即无穷小分析，简称分析)这门学科的理论基础是模糊的。柯西为此首先成功地建立了极限论。在数学分析中，微积分的现代概念就是柯西建立起来的。柯西最重要和最有首创性的工作是关于单复变函数论的．柯西首先阐明了有关概念，并且用这种积分来研究多种多样的问题，如实定积分的计算，级数与无穷乘积的展开，用含参变量的积分表示微分方程的解等等。

(2)、常微分方程：柯西在分析方面最深刻的贡献在常微分方程领域．他首先证明了方程解的存在和唯一性．在他以前，没有人提出过这种问题．通常认为是柯西提出的三种主要方法，即柯西—利普希茨法、逐渐逼近法和强级数法、证明逼近步骤收敛，其极限就是方程的所求解。在一阶偏微分方程论中行进丁特征线的基本概念;认识到傅立叶变换在解微分方程中的作用等等。

(3)、几何方面：开创了积分几何，得到了把平面凸曲线的长用它在平面直线上一些正交投影表示出来的公式。

(4)、代数方面：首先证明了阶数超过了矩阵的特征值;与比内同时发现两行列式相乘的公式，首先明确提出置换群概念，并得到群论中的一些非平凡的结果;独立发现了所谓“代数要领”，即格拉斯曼的外代数原理。

2、高斯的数学成就：

高斯的研究领域广泛，包括数论、代数学、天文学、大地测量学、物理学等多个领域。他的主要成就包括发明最小二乘法、证明数论中的质数定理、发现正十七边形的尺规作图方法、以及对椭圆函数和复变函数论的贡献。高斯以其严谨的科研态度和深刻的数学洞察力闻名于世，他的工作不仅推动了数学本身的发展，也为其他科学领域提供了重要的数学工具和理论基础。

3、欧拉的数学成就：

（1）、微积分领域取得了很深的造诣，以他的名字来命名的公式、定理有很多。十八世纪被人们称为欧拉世纪，他对数学分析学和微积分的研究相当透彻，偏微分方程、椭圆函数论等。对于函数进行了比较系统的研究和探讨，由此发现了函数的新解释，并且给出了新的概念和定义，引进了超越函数的概念，对函数学产生极大影响。

（2）、数论：首次提出了二次互反律，同时还产生了著名的欧拉函数。

（3）、几何领域，欧拉关于曲线、曲面理论的研究，成功地找到了欧拉方程，也就是极值函数所满足的方程。除了数学上的造诣，欧拉在力学、几何学、经济学都取得了不错的成绩。

欧拉在数学领域的成就涵盖了微积分、函数学、数论、几何领域和其他领域，他的贡献对现代数学的发展产生了深远的影响。

4、黎曼的数学成就：

国数学家黎曼(1826～1866)以“关于构成几何基础的假设”论文作了就职演讲，黎曼提到他的思想受到两方面的影响：一是高斯关于曲面的研究，一是赫尔巴特的哲学思想。全文分三个部分，第一部分是维流形的观

念，第二部分是维流形的测度关系，第三部分是对空间的应用。发展了高斯关于曲面的微分几何研究，建立起黎曼几何学的基础。

没有黎曼几何，就没有相对论；黎曼几何统一了欧式几何，非欧几何，微分几何，开创流形与度量的概念，是现代几何学基础的基础；没有黎曼曲面，就没有量子场论、弦论；

没有黎曼流形，就没有现代微分几何、拓扑学，现代数学与理论物理就要坍塌大半，堪与微积分、群论鼎足而三的史上迄今为止最重要的数学工具，微积分描述了运动，群论描述了结构，流形则描述了时空，其重要性无论如何评价都不以为过；

没有黎曼-洛赫定理和黎曼的阿贝尔函数理论的研究，就没有现代代数几何、指标定理；没有黎曼映射定理，就不会有后来伟大的单值化定理，当然关于多维时空的研究也就不复存在；没有黎曼ζ函数，就没有现代解析数论；

没有柯西黎曼方程和黎曼曲面，就没有几何向复变函数论；……

可以说，现代数学主要是群论(抽象代数)和流形(几何拓扑)两大体系的相互融合，趋于统一的走向和过程。

5、伽罗瓦的数学成就：

伽罗瓦使用“群论”的想法去讨论方程式的可解性，整套想法现称为伽罗瓦理论，是当代代数与数论的基本支柱之一。它系统化地阐释了为何五次以上之方程式没有公式解，而四次以下有公式解。这样，后面的解五次方程“没有加减乘除”。为逻辑数学的发展提供新的思路和方法。伽罗瓦使用群论的想法去讨论方程式的可解性,整套想法现称为伽罗瓦理论,是当代代数与数论的基本支柱之一。

6、康托尔的数学成就：

康托尔成功地证明了一条直线上的点能够和一个平面上的一点一一对应，也能和空间中的点一一对应。这样看起来，1 厘米长的线段内的点与太平洋面上的点，以及整个地球内部的点都“一样多”!后来几年，康托尔对这类“无穷集合”问题发表了一系列文章，通过严格证明得出了许多惊人的结论。

集合论的基础是由德国数学家康托尔在 19 世纪 70 年代奠定的，到 20 世纪 20 年代已确立了其在现代数学理论体系中的基础地位。可以说，现代数学各个分支的几乎所有成果都构筑在严格的集合理论上。

集合论的拓展是范畴论。在分类学中可以作为最高层次的类的称呼。范畴论是一种独特的数学视角，它关注的是数学对象之间的关系，而非对象本身。传统数学往往专注于个体对象，如群论中的群，而范畴论则强调的是那些保持对象结构不变的映射，即群同态。这些映射连接了不同的数学对象，构成了范畴之间的桥梁。函子，作为一种抽象化的函数，扮演着这样的角色，它不仅连接了范畴中的对象，还连接了对象之间的态射，使得对象间的结构得以保持。

在实际应用中，例如拓扑空间的基本群，这样的结构可以通过函子来表达。更为深入的是，这些构造并非孤立存在，而是“自然地”相互关联。这种关联性通过自然变换的概念得以精确描述。自然变换是一种将一个函子转换为另一个函子的方式，它揭示了数学对象之间的一种深刻联系，即自然同构。自然同构意味着两个数学对象在本质上有着紧密的对应关系，它们是正则相关的，这是范畴论提供的一种强大工具，用于理解数学对象之间的本质联系。

7，希尔伯特的数学成就：

希尔伯特是对二十世纪数学有深刻影响的数学家之一，他领导了著名的哥廷根学派，使哥廷根大学成为当时世界数学研究的重要中心，并培养了一批对现代数学发展做出重大贡献的杰出数学家。希尔伯特的数学工作可以划分为几个不同的时期，每个时期他几乎都集中精力研究一类问题。按时间顺序，他的主要研究内容有:不变量理论、代数数域理论、几何基础、积分方程、物理学、一般数学基础，其间穿插的研究课题有:狄利克雷原理和变分法、华林问题、特征值问题、″希尔伯特空间″等。在这些领域中，他都做出了重大的或开创性的贡献。希尔伯特认为，科学在每个时代都有它自己的问题，而这些问题的解决对于科学发展具有深远意义。他指出:″只要一门科学分支能提出大量的问题，它就充满着生命力，而问题缺乏则预示着独立发展的衰亡和终止。

希尔伯特的《几何基础》(1899)是公理化思想的代表作，书中把欧几里得几何学加以整理，成为建立在一组简单公理基础上的纯粹演绎系统，并开始探讨公理之间的相互关系与研究整个演绎系统的逻辑结构。1904 年，又着手研究数学基础问题，经过多年酝酿，于二十年代初，提出了如何论证数论、集合论或数学分析一致

性的方案。他建议从若干形式公理出发将数学形式化为符号语言系统，并从不假定实无穷的有穷观点出发，建立相应的逻辑系统。然后再研究这个形式语言系统的逻辑性质，从而创立了元数学和证明论。希尔伯特的目的是试图对某一形式语言系统的无矛盾性给出绝对的证明，以便克服悖论引起的危机，一劳永逸地消除对数学基础以及数学推理方法可靠性的怀疑。然而，1930年，年轻的奥地利数理逻辑学家哥德尔(K.G?del，1906~1978)获得了否定的结果，证明了希尔伯特方案是不可能实现的。但正如哥德尔所说，希尔伯特有关数学基础的方案"仍不失其重要性，并继续引起人们的高度兴趣。" 希尔伯特的著作有《希尔伯特全集》(三卷，其中包括他的著名的《数论报告》)、《几何基础》、《线性积分方程一般理论基础》等，与其他人合著的有《数学物理方法》、《理论逻辑基础》、《直观几何学》、《数学基础》。

8、哥德尔的数学成就：

库尔特·哥德尔(Kurt Godel)(1906年4月28日-1978年1月14日)是位数学家、逻辑学家和哲学家。其最杰出的贡献是哥德尔不完全性定理和连续统假设的相对协调性证明。不完备性定理是他在1931年提出来的。这一理论使数学基础研究发生了划时代的变化，更是现代逻辑史上很重要的一座里程碑。该定理与塔尔斯基的形式语言的真理论，图灵机和判定问题，被赞誉为现代逻辑科学在哲学方面的三大成果。

第一不完备性定理：任意一个包含一阶谓词逻辑与初等数论的形式系统，都存在一个命题，它在这个系统中既不能被证明为真，也不能被证明为否。

第二不完备性定理：如果系统S含有初等数论，当S无矛盾时，它的无矛盾性不可能在S内证明。哥德尔证明了任何一个形式系统，只要包括了简单的初等数论描述，而且是自洽的，它必定包含某些系统内所允许的方法既不能证明真也不能证伪的命题。

附：希尔伯特的23个数学问题

由于所有的“元素-对象组成的函数，基本上都是“乘与加”的各种组合，无量纲很好地以第三方构造集的‘无穷公理’具有随机的平衡交换组合机制的优越性，统一了“乘与加”的矛盾，可以破解一系列，下面的数学问题。（下述一系列数学问题基本上都可以采用无量纲构造集解决，有兴趣的读者、老师可以试一些。

1900年8月巴黎国际数学家代表大会上，希尔伯特发表了题为《数学问题》的著名讲演。他根据过去特别是十九世纪数学研究的成果和发展趋势，提出了23个最重要的数学问题。这23个问题通称希尔伯特问题，后来成为许多数学家力图攻克的难关，对现代数学的研究和发展产生了深刻的影响，并起了积极的推动作用，希尔伯特问题中有些现已得到圆满解决，有些至今仍未解决。

(1)、**康托的连续统基数问题。**

1874年，康托猜测在可数集基数和实数集基数之间没有别的基数，即著名的连续统假设。1938年，侨居美国的奥地利数理逻辑学家哥德尔证明连续统假设与ZF集合论公理系统的无矛盾性。1963年，美国数学家科恩(P.Choen)证明连续统假设与ZF公理彼此独立。因而，连续统假设不能用ZF公理加以证明。在这个意义下，问题已获解决。**（注：无量纲圆对数证明“可数集基数和实数集基数之间有别的基数，称无量纲构造集”）。**

(2)、**算术公理系统的无矛盾性。**

欧氏几何的无矛盾性可以归结为算术公理的无矛盾性。希尔伯特曾提出用形式主义计划的证明论方法加以证明。哥德尔1931年发表不完备性定理作出否定。根茨(G.Gentaen，1909-1945)1936年使用超限归纳法证明了算术公理系统的无矛盾性。**（注：无量纲圆对数证明“超限归纳法”仍然存在不充分性，不对称条件下，不能进行平衡交换。存在无量纲“无穷公理”自洽性解决。）**

(3)、**只根据合同公理证明等底等高的两个四面体有相等之体积是不可能的。**

问题的意思是:存在两个等高等底的四面体，它们不可能分解为有限个小四面体，使这两组四面体彼此全等德恩(M.Dehn)1900年已解决。**（注：无量纲圆对数证明可“解决”）**

(4)、**两点间以直线为距离最短线问题。**

此问题提的一般。满足此性质的几何很多，因而需要加以某些限制条件。

1973年，苏联数学家波格列洛夫(Pogleov)宣布，在对称距离情况下，问题获解决。**（注：其“对称距离”称“偶数性”。无量纲圆对数可证明“不对称可以解决”）**

(5)、拓扑学成为李群的条件(拓扑群)。

这一个问题简称连续群的解析性，即是否每一个局部欧氏群都一定是李群。1952 年，由格里森(Gleason)、蒙哥马利(Montgomery)、齐平(Zippin)共同解决。1953 年，日本的山迈英彦已得到完全肯定的结果。（**注：无量纲圆对数可证明“肯定”**）

(6)、对数学起重要作用的物理学的公理化。

1933 年，苏联数学家柯尔莫哥洛夫将概率论公理化。后来，在量子力学、量子场论方面取得成功。但对物理学各个分支能否全盘公理化，很多人有怀疑。**（注：无量纲圆对数可证明“解决”）**

(7)、某些数的超越性的证明。

需证:如果α是代数数，β是无理数的代数数，那么αβ一定是超越数或至少是无理数(例如，2√2 和 eπ)。苏联的盖尔封特(Gelfond)1929 年、德国的施奈德(Schneider)及西格尔(Siegel)1935 年分别独立地证明了其正确性。但超越数理论还远未完成，确定所给的数是否超越数，尚无统一的方法。（**注：无量纲圆对数可证明“统一”**）

(8)、素数分布问题，尤其对黎曼猜想、哥德巴赫猜想和孪生素数问题。

素数是一个很古老的研究领域。希尔伯特在此提到黎曼(Riemann)猜想、哥德巴赫(Goldbach)猜想以及孪生素数问题。黎曼猜想至今未解决。哥德巴赫猜想和孪生素数问题目前也未最终解决。其中，哥德巴赫猜想的最佳结果属于中国数学家陈景润(1+2)，而华人数学家张益唐在 2013 年在孪生素数猜想领域做出了突破性的贡献。（**注：无量纲圆对数可证明“解决”**）

(9)、一般互反律在任意数域中的证明。

1921 年由日本的高木贞治，1927 年由德国的阿廷(E.Artin)各自给以基本解决。而类域理论至今还在发展之中。（注：无量纲圆对数可证明“解决”）

(10)、能否通过有限步骤来判定不定方程是否存在有理整数解?

求出一个整数系数方程的整数根，称为丢番图(约 210-290，古希腊数学家)方程可解。

1950 年前后，美国数学家戴维斯(Davis)、普特南(Putnan)、罗宾逊(Robinson)等取得关键性突破。1970 年，巴克尔(Baker)、费罗斯(Philos)对含两个未知数的方程取得肯定结论。1970 年。苏联数学家马蒂塞维奇最终证明:在一般情况答案是否定的。尽管得出了否定的结果，却产生了一系列很有价值的副产品，其中不少和计算机科学有密切联系。（**注：无量纲圆对数可证明“肯定”**）

(11)、一般代数数域内的二次型论。

德国数学家哈塞(Hasse)和西格尔(Siegel)在 20 年代获重要结果。60 年代，法国数学家魏依(A.Weil)取得了新进展。（**注：无量纲圆对数可证明“解决”**）

(12)、类域的构成问题。

即将阿贝尔域上的克罗内克定理推广到任意的代数有理域上去。此问题仅有一些零星结果，离彻底解决还很远。（**注：无量纲圆对数可证明“解决”**）（1740）

(13)、一般七次代数方程以二变量连续函数之组合求解的不可能性。

七次方程 $x^7+ax^3+bx^2+cx+1=0$ 的根依赖于 3 个参数 a、b、c;x=x(a,b,c)。这一函数能否用两变量函数表示出来?（笔者注：这是一个不完整性的 7 次方程）

1957 年，苏联数学家阿诺尔德(Arnold)证明了任一在〔0，1〕上连续的实函数 f(x1，x2，x3)可写成形式

$$\sum h_i(\xi_i(x1,x2),x3)(i=1\text{-}9),$$

这里 h_i 和 ξ_i 为连续实函数。

柯尔莫哥洛夫证明 f(x1，x2，x3)写成：

$$\sum h_i(\xi_{i1}(x1)+\xi_{i2}(x2)+\xi_{i3}(x3));\quad (i=1\text{--}7);$$

这里 h_i 和 ξ_i 为连续实函数，ξ_{ij} 的选取可与 f 完全无关。

1964 年，维土斯金(Vituskin)推广到连续可微情形，对解析函数情形则未解决。（**注：无量纲圆对数可证明“解决”**）(1949)

(14)、某些完备函数系的有限的证明。

即域 K 上的以 x1,x2,…,xn 为自变量的多项式 fi(i=1,…，m)，R 为 K〔X1，…，Xm]上的有理函数 F(X1，…，Xm)构成的环，并且 F(f1，…，fm)∈K[x1，…，xm]试问 R 是否可由有限个元素 F1，…，FN 的多项式生成?

这个与代数不变量问题有关的问题，日本数学家永田雅宜于 1959 年用漂亮的反例给出了否定的解决。

（注：无量纲圆对数可证明“肯定”）

(15)、**建立代数几何学的基础。**

荷兰数学家范德瓦尔登 1938 年至 1940 年，魏依 1950 年已解决。

一个典型的问题是:在三维空间中有四条直线，问有几条直线能和这四条直线都相交?舒伯特给出了一个直观的解法。希尔伯特要求将问题一般化，并给以严格基础。已有了一些可计算的方法，它和代数几何学有密切的关系。但严格的基础至今仍未建立。**（注：无量纲圆对数可证明“解决”）**

(16)、**代数曲线和曲面的拓扑研究。**

此问题前半部涉及代数曲线含有闭的分枝曲线的最大数目。后半部要求讨论备 dx/dy=Y/X 的极限环的最多个数 N(n)和相对位置，其中 X、Y 是 x、y 的 n 次多项式。对 n=2(即二次系统)的情况，1934 年福罗献尔得到 N(2)≥1;1952 年鲍廷得到 N(2)≥3;1955 年苏联的波德洛夫斯基宣布 N(2)≤3，这个曾震动一时的结果，由于其中的若干引理被否定而成疑问。关于相对位置，中国数学家董金柱、叶彦谦 1957 年证明了(E2)不超过两串。1957 年，中国数学家秦元勋和蒲富金具体给出了 n=2 的方程具有至少 3 个成串极限环的实例。1978 年，中国的史松龄在秦元勋、华罗庚的指导下，与王明淑分别举出至少有 4 个极限环的具体例子。1983 年，秦元勋进一步证明了二次系统最多有 4 个极限环，并且(1,3)分布，但证明有误，至今二次系统的问题尚未解决。**（注：无量纲圆对数可证明“解决”）**

(17)半正定形式的平方和表示。

实系数有理函数 f(x1，…，xn)对任意数组(x1，…，xn)都恒大于或等于 0，确定 f 是否都能写成有理函数的平方和? 1927 年阿廷已肯定地解决。**（注：无量纲圆对数可证明“解决”）**

(18)用全等多面体构造空间。

德国数学家比贝尔巴赫(Bieberbach)1910 年，莱因哈特(Reinhart)1928 年作出部分解决。**（注：无量纲圆对数可证明“解决”）**

(19)正则变分问题的解是否总是解析函数?

德国数学家伯恩斯坦(Bernrtein，1929)和苏联数学家彼德罗夫斯基(1939)已解决。**（注：无量纲圆对数可证明“解决”）**

(20)研究一般边值问题。

边值问题是定解问题之一，只有边界条件的定解问题称为边值问题。二阶偏微分方程(组)一般有三种边值问题：第一边值问题又称狄利克雷问题，它的边界条件是给出未知函数本身在边界上的值；第二边值问题又称诺伊曼边值问题或斜微商问题，它的边界条件是给出未知函数关于区域边界的法向导数或非切向导数；第三边值问题又称鲁宾问题，它的边界条件是给出未知函数及其非切向导数的组合 。此问题进展迅速，已成为一个很大的数学分支，目前还在继读发展。**（注：无量纲圆对数可证明边界问题与“乘组合”、“加组合”二类。已知边界函数和特征模（边界函数正中反平均值）就可以直接分析。）**

(21)具有给定奇点和单值群的 Fuchs 类的线性微分方程解的存在性证明。

此问题属线性常微分方程的大范围理论。希尔伯特本人于 1905 年、勒尔(H.Rohrl)于 1957 年分别得出重要结果。1970 年法国数学家德利涅(Deligne)作出了出色贡献。**（注：无量纲圆对数可证明边界问题与“乘组合”、“加组合”二类。已知边界函数和特征模（边界函数正中反平均值）就可以直接分析。）**

(22)用自守函数将解析函数单值化。

此问题涉及艰深的黎曼曲面理论，1907 年克伯(P.Koebe)对一个变量情形已解决而使问题的研究获重要突破。其它方面尚未解决。**（注：无量纲圆对数可证明“解决”）**

(23)发展变分学方法的研究。这不是一个明确的数学问题。20 世纪变分法有了很大发展。**（注：无量纲圆对数可证明“解决”）**

由于无量纲特有的‘无穷公理’出现，上述 23 个问题，不论解决的深度如何，全部可以在无量纲圆对数的“无关数学模型，没有具体元素（质量）内容”在无量纲圆对数的{0,1}分析解决。解决的公式很简单：

$W=(1-\eta^2)^K\cdot\{D_0\}^{K(Z)}$；$(1-\eta^2)^K=\{0,1\}$

交换规则：不变原来命题，不变特征模，不变圆对数通过圆对数性质属性, 由真命题平衡交换（转换、映射、态射）为逆命题。

$\{X\}^{(K=+1)(Z)}=(1-\eta^2)^{(K=+1)}\cdot\{D_0\}^{K(Z)}$

$\rightarrow[(1-\eta_{[X]}{}^2)^{(K=+1)}\rightarrow(1-\eta_{[X]}{}^2)^{(K=\pm0)}$

$\rightarrow(1\pm\eta_{[X]}{}^2)^{(K=-1)}\rightarrow(1-\eta_{[X]}{}^2)^{(K=-1)}]\cdot\{D_0\}^{K(Z)}$

$=(1-\eta^2)^{(K=-1)}\cdot\{D_0\}^{K(Z)}=\{X\}^{(K=-1)(Z)}$;

9、数学基础与公理化

20 世纪数学最深入的活动是关于基础的探讨，这不仅牵涉到数学本性，也牵涉到数学演绎的正确性。对基础的解答：集合论公理化、逻辑主义、直观主义、形式主义形成四大学派和各种数学算法，都没有达到目的，没有对数学提供一个可普遍接受的途径。

形式主义数值分析的方程式、微积分、泛函分析、……；逻辑分析的集合论（指元素组成的集体，可分的“物”）一直到当前最好的数学成果《范畴论》出现，数学回归到“对象与态射” 的二个部分，以不变“对象”为基础，“态射”作为运算的重要部分，进行数理分析，表面上看来数学进入更抽象、更简单。

可是，四个学派谁都不能接受对方，不能统一，数学陷入了一场新的危机，具体表现如：康托尔的一个“自然数与实数之间有没有新的构造集？”康托尔认为“没有”，哥德尔认为“有”，都没有证明，当前许多数学的发展问题都被“大统一”阻挡。

人类在期望、质疑……，人类对于数学的探索是不是已经达到了巅峰？

1900 年希尔伯特在世界数学大会上提出列为第一个问题为代表的 23 个数学问题：

连续统假设 CH(Continuum Hypothesis)，集中反映了 20-21 世纪数学面临困境和复杂的发展方向。

核心问题：如何用离散方法来构造连续统？满足无穷体系的“完备性与相容性、离散型与连续型”融合为一体的计算数学理论。

实践表明：大自然隐藏着“无量纲构造特有的‘偶数性’对称与不对称、随机与不随机的‘无穷公理’的平衡交换机制”，是所有数学问题的源头，所有数学问题解决都不能离开这个机制，否则不能成立或不完整。一旦获得解决，将对整个数学基础、相关科学领域产生重大影响。具体的说“数学界的问题，以一个简单的无量纲圆对数公式，在无量纲$\{0, 1\}^K$分析解决”。复杂的世界被那么简单的无量纲圆对数公式包容，意味着数学进入无量纲分析时代。

数学基础表现：是否存在新的更强大的无穷构造集，能够融合 CH-GCH 与 ZFC 的机制，成功地把各个学派：逻辑主义-直主觉义-形式主义-哥德尔不完全定理和各种类型数学理论体系自洽地融合起来。

如果从数学角度来看：“世界存在偶数性不对称性圆，进行着对称与不对称、随机与不随机的平衡交换”，这正是满足所有的数学问题必须通过‘无穷公理’的展示，才能可靠地进行分析运算。

朗兰兹公式看起来很简单，但是涉及面很广，有代数，几何，数论，群组合，统一用一个简单的公式证明与推导。通俗地说，朗兰兹纲领是不同领域的数学（代数、几何、数论、群表示论）的某些定理是互通的，比如算术的“加减乘除”是它们的共性，在朗兰兹纲领统一的造里，它们没有实质性区别。也就是说，证明了群论的某个定理，那么就等效证明了其他领域比如说数论的某个定理。即使初看起来起来他们可能毫无关系。

核心在几个焦点问题上：

（1）、公理的完整性的公理是什么？‘公理化集合论’（含自然数公理、集合论公理、无穷递归法）的完整性问题仍然没有解决。表现在“逻辑分析的“对象”的映射，态射，不能直接平衡；反之，平衡的不能交换”。严格的说这个‘公理化集合论’仍然不满足数学严谨分析的要求。（注：采用无量纲圆对数构造的‘无穷公理-无量纲公理化’获得解决）

（2）、公理的完整性的公理表现在哪里？如，三元数组成的三维空间直接计算的$\{3\}^{2n}$目前是空白，却又是几何代数的空白点，否则这个“纲领”衔接不上。（注：采用无量纲圆对数构造获得解决）

（3）、核心作用的中心零点怎么找到？黎曼函数“中心零点”猜想涉及到几个零点猜想（黎曼零点猜想、孪生素数零点猜想、朗道-西格尔零点猜想，哥德巴赫猜想）目前还没有满意的解决。（注：采用无量纲圆对数构造可以获得解决）。

所说的中心零点（临界线、临界点）是朗兰兹纲领是他们的核心解。解决圆对数中心零点才能有偶数对称与不对称的转换，获得圆对数带动下的平衡交换。所说的完整性的公理化，其完整性应该具备“随机与不随机的平衡与交换”，还可以随机自证真伪，几个条件缺一不可。目前，中心零点还没有解决。（注：采用无量纲圆对数构造获得解决）。

但是，无量纲构造集特有的“偶数性对称与不对称，随机与不随机，无穷公理化的平衡交换机制”。称“偶数性机制”发挥了关键性应用。这个“偶数性中心零点平衡交换机制”，在逻辑数学里没有表达！在经典数学里表达不出来！

其实，这个“机制”从经典代数里的一元二次，三次方程就有。由于人类一直没有发现，以致数学分析出现如数学家伽罗瓦、阿贝尔等说“五次方程没有根式

解”，数学家哈密顿等说“没有三元数”。耽搁了数百年数学健康的发展，一直到“无量纲圆对数构造”，解决了“无穷公理”和中心零点的随机性“平衡交换”才能获得实质性进步。

中国古数学《道德经》记载“道生一、一生二、二生三，三生万物”表明了以后的数学，还是要回归到初等数学（算术）的那种简单的、零误差分析计算。

《汪一平圆对数》于 1982 年 5 月（有案可查）首次提出无量纲圆对数先是解决了“一元二、三、四、五次方程”一般解，后来被称为“无量纲构造体系”。（当时称“协调系数”，这个形式一直没有变化，当时也没有想到它是一个数学体系，后来也没有想到它是一个构造集，说明圆对数是逐渐积累知识才能发展）。

2009-2018 年新浪博客上 980 多篇科普与科学进一步公开圆对数这个思路及应用。2009-2024 连续多篇圆对数文章在《美国科学杂志》、《JCCM》（数学统计与科学）、《格物》等发表 50 多篇文章。无量纲圆对数的进步，经历了“特例-通例-概念-体现-构造”建立了“无量纲构造”，一个简单的圆对数公式解决了当前全体数学问题的分析。达到了大统一的朗兰兹纲领要求。这就是我们中国圆对数团队所说的“开启了无量纲圆对数新的数学时期”。

10、关于朗兰兹纲领

朗兰兹纲领由罗伯特·朗兰兹（Robert Langlands）在 20 世纪 60 年代创立，是对傅里叶分析的广泛概括。傅里叶分析是一种将复杂波形表示为平滑振荡三角函数波的框架。朗兰兹纲领在数学的三个不同领域中占据重要地位：数论、几何学和函数域。这三个领域通过被称为数学“罗塞塔石碑”的类比网络相互连接。

通俗地说，朗兰兹纲领是不同领域的数学（代数、几何、数论、群表示论）的某些定理是互通的，比如“加减乘除”、“二次互逆性”是它们的共性，在朗兰兹纲领统一的构造里，它们彼此之间没有实质性区别。也就是说，证明了群论的某个定理，那么就等效证明了其他领域比如说数论的某个定理。即使初看起来起来他们可能毫无关系。

如果稍微有点数学专业非常粗略的说，就是将一些表面看起来不相干的内容建立起来本质联系。

朗兰兹纲领建基于当时已存在的念头：盖尔芳特之前几年写的 《尖点形式之启示》（The Philosophy of Cusp Forms）；哈瑞希·昌得拉（en:Harish-Chandra）研究半单李群的结果和方法；而技术上则有塞尔伯格等的塞尔伯格迹公式。朗兰兹的创见，除技术之深以外，在于他提出上述理论与数论的直接联系，以及其构想中丰富的总体结构（即所谓函子性）。

对朗兰兹纲领最强有力的支持之一，是 20 世纪 90 年代安德鲁·怀尔斯(Andrew Wiles)证明费马大定理。维尔斯的证明与其他人的工作一起导致了谷山－志村－韦依猜想的解决。该猜想揭示了椭圆曲线与模形式之间的关系，前者是具有深刻算术性质的几何对象，后者是来源于截然不同的数学分析领域的高度周期性的函数。

朗兰兹纲领则提出了数论中的伽罗瓦表示与分析中的自守型之间的一个关系网。朗兰兹纲领的根源，可以追溯到数论中最深刻的结果之一的-二次互反律。高斯二次互反律：

设 p 和 q 为不同的奇素数，则

$$(p/q)\cdot(q/p)=(-1)^{(P-1)(q-1)/4};$$

二次互反律漂亮地解决了勒让德符号的计算问题（注：无量纲圆对数中写成

$$(1-\eta^2)^{(K=+1)(K=-1)}=\{0,1\},$$

把二次互反律的猜想和数学运算以及中心零点对称性整合在一起）。

但第一个严格的“二次互反律”证明是由高斯在 1796 年作出的，随后他又发现了另外七个不同的证明。在《算数研究》一书和相关论文中，高斯将其称为“基石”。私下里高斯把二次互反律誉为算术理论中的宝石，是一个黄金定律。 有人说：“二次互反律无疑是数论中最重要的工具，并且在数论的发展史中处于中心地位。”高斯之后雅可比、柯西、刘维尔、克罗内克、弗洛贝尼乌斯等也相继给出了新的证明。至今，二次互反律已有超过 200 个不同的的证明。二次互反律可以推广到更高次的情况，如三次互反律等等。二次互反律被称为“数论之酿母”， 在数论中处于极高的地位。 后来希尔伯特、塞尔等数学家将它推广到更一般的情形。

朗兰兹纲领的一个最初动机，就是要对更一般情形的互反律提供完全的理解。拉佛阁所证明的相应的整体朗兰兹纲领，对更抽象的所谓函数域而非通常的数域情形提供了这样一种完全的理解。

我们可以将函数域设想为由多项式的商组成的集合，对这些多项式商可以像有理数那样进行加、减、

乘、除运算。（注:这就是以后被成为无量纲圆对数的前身）。拉佛阁对于任意给定的函数域建立了其伽罗瓦群表示和与该域相伴的自守型之间的精确联系。拉佛阁还发现了一种将来可能被证明是十分重要的新的几何构造。称“几何朗兰兹纲领”。所有这些发展的影响正在波及整个数学研究领域。

现在，有一组新的论文解决了“罗塞塔石碑”几何部分中的朗兰兹猜想。德克萨斯大学奥斯汀分校的戴维•本-兹维（David Ben-Zvi）表示：“在其他任何领域，都没有如此全面和强大的结果被证明。”

“这是一种美妙的数学，是同类中最好的，”几何朗兰兹纲领的主要创始人之一亚历山大·贝林森（Alexander Beilinson）说道。

朗兰兹纲领被视为现代数学研究中最大的单项项目，被称为“数学的大统一理论”。它提出数论、代数几何、群表示论这三个独立发展的数学分支之间其实密切相关。

数学家们最后的期望：以一个简单的公式，包容现有的全部数学体系。

12、2024 年朗兰兹纲领研究的二个新进展

目前，“数学大统一”最新有二个的数学成果：

（A）：2024 年 7 月，美国丹尼斯 • 盖茨戈里（Dennis Gaitsgory）和山姆 • 拉斯金（Sam Raskin）领导的团队经过 30 多年探索完成的“几何朗兰兹纲领”。

（B）：2024 年 10 月，中国汪一平（Wang Yi-ping）领衔的团队经过 40 多年的探索完成的“无量纲圆对数构造”，也称“代数朗兰兹纲领”。

这里，就“数学大统一”最新有二个的数学成果：**（A）、（B）**进行简单介绍，提供大家参考。

(A)，学习美国的“几何朗兰兹纲领”

“几何朗兰兹纲领”研究团队由哈佛大学教授丹尼斯•盖茨戈里（Dennis Gaitsgory）和耶鲁大学教授山姆•拉斯金（Sam Raskin）领衔的团队经过 30 多年探索完成的。

数学特征：以“集合论公理化”为数学基础，以范畴论定义的“对象”（元素-对象的集合）和“态射”（运算工具和方法）”，用逻辑定义的语言和符号，高度抽象概括了全部数学体系的分析运算。

首先：他们采用逻辑数学的范畴论思想并且给与提升。

(1)、定义“对象”为“全体元素-函数的集合”。

(2)、定义“态射”为“态射、函子、自变换、偏序集（非对称和传递性）”。

其次：引入亚历山大•贝林森（Alexander Beilinson）“几何朗兰兹纲领”。核心的证明内容，是关于黎曼曲面上的自相似性和对称性的深层次对应关系，用傅里叶分析的模式来解释的话，就是数学家们很早就了解了几何朗兰兹猜想的 “频谱” 一侧，但对“波” 一侧的理解则经历了漫长的过程。获得解决后打开了“几何朗兰兹纲领”的整体解决。

数学全部归纳为：五个方面问题的阐述：

第一篇研究了函子（functor）的构造，需要在特征为零的环境下，从自守（automorphic）到谱方向构造几何朗兰兹函子 LG 并证明其等价性，即能够在两个范畴之间建立一一对应的关系。

第二篇研究了 Kac-Moody 定位与全局的相互作用，证明了该函子在特定条件下确实是一个等价性函子，从而推进了几何朗兰兹猜想的证明。

所说的 Kac-Moody 代数是 1968 年，V•Kac 和 R•Moody 独立地从广义 Cartan 矩阵按照一定“程序”，构造了一个与 A 相对应的李代数 g(A)可看着有限维复半单李代数的推广。一般情况下 g(A)在性质上有许多类似于有限维复半单李代数之处。但 g(A)是无限维的。Kac - Moody 代数也可以定义根系、Weyl 群、权格、范畴论等概念，其“可积”不可约表示也由最高权决定，并且有对应的 Weyl 特征公式，但也存在不同之处，例如其对应的范畴论不是 Artinian 的。若 g 是 Kac-Moody 代数的一元，则 g 是幂(waeight)ω的，成为幂空间。它的 Cartan 分解中，根空间仍然是个迷。上述二篇文章就是 Kac-Moody 代数理论的基础。

近 20 年来，随着 Kac-Moody 代数理论的发展，它在许多数学分支如组合数学、数论、有限群、拓扑、微分方程中应用和影响。特别是它在物理中的力学、量子物理、有不少联系。逐渐成为基础数学研究比较引人注目的一个分支。

第三篇起到了桥梁的作用，不仅将已知的等价性结果扩展到了更一般的情况。

第四篇论文中，作者们证明了一个关键的定理——Ambidexterity 定理。这个定理表明，LG-cusp（可以视为 LG 在一个特定的、更小的范畴上的行为）的左伴随和右伴随是同构的，这是证明 LG 是一个等价性函子的

重要步骤。

最后一篇论文则利用这一结论将猜想推广到了一般情况，为旷日持久的证明工作画上了句号。全部文章 800 页。

“几何朗兰兹纲领”研究团队进一步发展了集合论和范畴论，高度抽象概括了全部数学体系的分析运算，对数学做出了新贡献。

(B)，介绍中国的“代数朗兰兹纲领”

“代数朗兰兹纲领”有称“无量纲圆对数构造”，由中国汪一平（Wang Yi-ping）领衔的团队经过 40 多年的探索完成的。整个体系的代表作有：

（1）、2022 年 4 月中国圆对数团队作者汪一平，李小坚，何华灿三人发表文章《系统的稳定・优化・动态控制原理——高次阶方程在“0 到 1”的解析与认知》，《美国科学杂志》(JAS) 。首次提出了（无量纲）“圆对数基基本概念”。

（2）、2024 年 10 月中国圆对数团队成员汪一平发表文章《展示一个新的无穷构造集：无量纲圆对数》。首次发现了第三个无穷构造集和无穷构造集特有的“偶数性对称与不对称、随机与不随机的‘无穷公理’平衡交换机制”在{0，1}解析”。定义为“无穷构造集的无量纲圆对数构造”。

（3）、1982 年 5 月-2022 年 4 月，自发地进行“无量纲圆对数”计算，从一元二次、三次开始，到几个世纪性数学难题，如：互逆性定理、整数定理、庞加莱拓扑猜想、规范场、NS 方程、引力方程、电磁力方程、光子力方程等黎曼函数，都写成多项式(含微积分、模式识别）转换为无量纲圆对数进行零误差的解析。

数学特征：以“无穷公理化”为数学基础，以无量纲定义的“特征模”（元素-对象集合的正中反平均值）和“圆对数”（运算工具和方法）。用无量纲定义语言的算术加减乘除符号，高度抽象概括了全部数学体系的分析运算。

首先：采用一种新的无穷构造集的无量纲圆对数构造思想并且给与提升。

(1)、定义“特征模”为“全体对象的元素-函数集合的均值函数”。

(2)、定义“圆对数”为“全体对象的元素-函数集合内外部之间的平衡交换关系”。首先采用了新发现的实数集（几何平均值）与自然数（算术平均值）之间的无量纲关系。即：“无穷构造集——一种无量纲圆对数”和特有的“偶数性对称与不对称随机与不随机‘无量纲公理’的平衡交换机制”在$\{0,1\}^K$的分析。以“特征模-圆对数”进行“无关数学模型，没有具体（质量）元素内容”的分析计算。

其次：引入亚历山大・贝林森（Alexander Beilinson）“几何朗兰兹纲领”。核心的证明内容，是关于黎曼曲面上的自相似性和对称性的深层次对应关系，用傅里叶分析的模式来解释，就是数学家们很早就了解了几何朗兰兹猜想的 “频谱”一侧，但对“波”一侧的理解，转换为：关于黎曼曲面上的自相似性和偶数性对称性，以及泰勒级数和傅里叶波函数，以及多项式、泰勒级数，欧拉方程级数以圆对数方式描述。最困难的是：无穷构造集的无量纲圆对数和偶数性对称与不对称性用无量纲圆对数构造在$\{0,1\}^K$的分析。这个问题获得解决“代数朗兰兹纲领”——一个新的无量纲构造体系应运而生。

全体无量纲圆对数有 2022 年 4 月《系统的稳定・优化・动态控制原理——高次阶方程在“0 到 1”的解析与认知》与 2024 年 10 月《展示一个新的无穷构造集：无量纲圆对数》组成一个《汪一平圆对数》数学体系。

第三：《无量纲圆对数构造》等系列文章阐述了：几个重要数学环节，具有关键性的突破：

（1），“无量纲公理”。

1931 年哥德尔“不完备性”针对的当时的数学体系指出：皮亚诺公理化、集合论公理化“不完备性”。圆对数进一步发现不完备性根源，在于“数值元素的平衡不能交换、逻辑对象不能平衡”。“没有平衡交换机制”不能直接进行平衡交换，造成数学计算程序复杂，得不到零误差的分析。

在研究了 Kac-Moody 定位与全局的相互作用，g(A)在性质上有许多类似于有限维复半单李代数之处。但 g(A)是无限维，可以转换为牛顿二项式的正则化展开。进一步提出无穷中“任意有限元素函数”都可以分别提取“数值特征模和位值圆对数”。其中：无穷构造集特有的偶数性对称与不对称性、随机与不随机的‘无穷公理’平衡交换机制。被称为无量纲公理。

（2）、无量纲“整数性、互逆性、同构性”

在无量纲证明“整数性（霍奇猜想）、互逆性（互逆定理）、同构性（P=NP）”，解决任意不对称、不

等式的函数都具有“整数性、互逆性、同构”，可以转换为圆对数的对称性，具有了对称性的平衡为前提，才能实现交换（态射、映射等）。

（3）、无量纲与‘无穷公理’。

基于无量纲的“平衡交换”，没有具体元素-对象干扰，“随机的自证真伪”的优势。因此，‘无穷公理’具有存在性、可靠性、可操作性。彻底解决了“元素-对象”通过无量纲圆对数和圆对数中心零点带动下进行平衡交换。

（4）、“偶数性包含二元数与三元数”

对称性，有许多叫法如“共轭对称”，“偶对集”，……等，强调如二元数“偶数性对称性一面”，没有看到如三元数“偶数性不对称性一面”。有些哲学家称“共轭对称”是辩证逻辑发展的高级阶段，是最高级的哲学概念，看来有拓展的空间。

事实表明：完整的“共轭对称”或“偶数性”，具有“对称与不对称性”（即共轭互逆对称与不对称性）。迄今为止，数学与哲学始终没有满意的办法解决“共轭对称中偶数性的不对称性”方法。

（5）、“特征模与圆对数”

群组合转换为特征模为单元体，在圆对数运算中扮演了二个重要的不可或缺内容：

(a)、特征模外部：以位值圆对数的数值特征模为中心，与周围个体元素同步变化。适应系列函数，称“中心零线（临界线）”。

(b)、特征模内部：以数值圆对数的数值特征模中心与周围个体元素位置的解析。适应系列函数，称“中心零线（临界线）上的中心零点（临界点）”。

它们分别完整性表达了圆对数的平衡交换机制不仅要有完备性（外部）还要有相容性（内部），可以组成一体化条件。

（6）、无量纲平衡交换机制：

不改变命题、不改变特征模、不改变同构圆对数，仅仅以圆对数幂函数的性质属性正中反向的改变，把真命题平衡交换为逆命题。

$(ABC\ldots S)^{(K=-1)(S)}=(1-\eta_{[xyz]}{}^2)^{(K=-1)}\cdot\{D_0\}^{(K=-1)(S)}$;

$=[(1-\eta_{[xyz]}{}^2)^{(K=-1)}\leftrightarrow(1-\eta_{[xyz]}{}^2)^{(K=\pm0)}]$

$\leftrightarrow[(1-\eta_{[xyz]}{}^2)^{(K=+1)}]\cdot\{D_0\}^{(3)}$

$=(ABC\ldots S)^{(K=+1)(S)}$;

“代数朗兰兹纲领”研究团队传承中国古数学“道生一，一生二，二生三，三生万物”的哲学数学原理，传承与拓展欧洲数学体系的集合论和范畴论，以最深刻、最抽象、最基本地概括了全部数学体系的分析运算，对数学做出了新贡献。

14、爱因斯坦相对论与无量纲圆对数

十九世纪末期是物理学的大变革时期，爱因斯坦从实验事实出发，重新考查了物理学的基本概念，在理论上作出了根本性的突破。他的一些成就大大推动了天文学的发展。他的广义相对论对天体物理学、特别是理论天体物理学有很大的影响。

爱因斯坦的狭义相对论成功地揭示了能量与质量之间的关系. 坚守着“上帝掷骰子”的量子论诠释（微粒子振动与平动的矢量和）的决定论阵地，解决了长期存在的恒星能源来源的难题。

近年来发现越来越多的高能物理现象，狭义相对论已成为解释这种现象的一种最基本的理论工具。其广义相对论也解决了一个天文学上多年的不解之谜——水星近日点的进动。这是牛顿引力理论无法解释的，并推断出后来被验证了的光线弯曲现象，还成为后来许多天文概念的理论基础。

1905 年，爱因斯坦发表了《狭义相对论》，这个公式以“光速不变”为相对论的比较基底，广泛应用于物理学，成为 20 世纪的相对论和量子理论的二大物理支柱。

狭义相对论数学形式与无量纲圆对数形式类似。因此说，洛伦兹-爱因斯坦在 110 多年前就已经产生了“无量纲”思路。1915 年爱因斯坦在发表了《广义相对论》之后，认为不够，竭尽全力探索相对论“构造”。由于历史原因，一直到 1955 年去世没有进展。

数学上深入了数学基础探索。哥德尔的结果给了内涵公理化（comprehensive axiomatization）一个致命打击，数学家们曾经期望任何一个真的语句一定会在某个公理系统的框架确立起来。当然不排除新的证明方法的可能性，这个新的证明方法将超出希尔伯特元数学所容许的范围。

中国的圆对数团队通过对无量纲圆对数构造的探索，拓展了“相对论”物理思路，拓展了“朗兰兹纲领”数学猜想。从 1982-2024 年出现无量纲圆对数以“特征模-圆对数”为数学基底。以“正中反函数平均值”为相对论的比较基底，具有无量纲特有的“随机平衡交换与随机自证真伪”功能。已经超出希尔伯特元数学所容许的范围，广泛应用于模仿人类大脑思维、数

学、物理学、生物学、信息传输等等的应用。

建立了数学的“无穷构造集和无量纲圆对数”以及“无量纲公理化系统”。有望开启了数学发展的一个新的历史时期，或将成为21世纪的“宏观连续论和微观量子论”一体化的数学支柱。

仅以此文表达中国圆对数团队的心愿：

（1）、我们深刻地怀念前辈数学家哥德尔的“不完备性定理”，适用“集合论公理系统和希尔伯特的数论公理化”，为打开“无量纲圆对数构造”创造，建立了超过元数字范围的‘无穷公理’的机遇，对于数学“无量纲”数学诞生的历史贡献。

（2）、我们深刻地怀念前辈物理学家洛伦兹-爱因斯坦对于数学“无量纲”的历史贡献。

（3）、我们深刻地怀念前辈数学学家朗兰兹等数学家对于数学的进步和“大统一”的历史贡献。

（4）、衷心祝贺美国丹尼斯·盖茨戈里团队开发“几何朗兰兹”的成功！

无量纲构造集圆对数是中国的，也是世界的，作为一个新开发的数学矿山，里面隐藏着丰富的宝藏，我们掌握了开门钥匙公开贡献大家。

中国圆对数团队热烈欢迎国内外学者、老师、专家一起共同开发！

期望世界数学家、科学家共同合作，为人类数学、科学的进步做出新的贡献。

谢谢大家的热心支持、交流、讨论、推广甚至补充、有助于数学进步意好的批评帮助！（完）

致编辑·读者

尊敬的马总编、各位编辑：

亲爱的读者、专家、老师：

中国汪一平圆对数团队传承古今中外数学家成果，在“实数与自然数之间”首次发现一个新的无穷构造集：无量纲圆对数和特有的偶数性不对称的随机平衡交换机制。称“无量纲圆对数”。在代数-几何-数论-群论多学科，就传统数学(含微积分、路径积分、三元数)、四色定理-公理化-连续统-黎曼函数中心零点-范畴论-朗兰兹纲领等敏感课题，以一个简单的圆对数公式在无量纲{±0，±1}分析解决。展示了强大生命力、精确的高算法，零误差达到 $10^{\pm 222}$ 宇宙级别；表现着最深刻、最抽象、最基本的数学构造；是 1931 年哥德尔不完备性定理以来的实质性进步和根本性突破；开启了 400 多年来传统数学新一轮的数学时期！

无量纲圆对数能为各国和世界的科学工程的和平建设服务。欢迎国内外学者交流合作，开拓创新，享受未来！

敬请科学家、数学家、哲学家、工程师、教育工作者给与指教、评论、支持和推广！

感谢 2018 年以来圆对数每一次进步都受到杂志社的关注和支持，从特例→通例→概念→体系→都有文章发表。这篇“无量纲构造”中文稿如果适合，敬请总编安排严格审查、翻译英文、网站发表、期刊出版。

谢谢大家！

中国圆对数团队第一作者 汪一平 2024.10.1.

通信联系：中国浙江省衢州市柯城区新新街道杨家田舖45 号 324000

电话（微信）：中国-13285707958

附:2021-2024 年中国人工智能学会创新大赛创新组获奖证书

10/2/2024