



从芝诺坐标到点内数学

王德奎

摘要: 黄乘规教授要用外的非标准分析证明古代庄周的“万世不竭”猜想,事情不会是那么简单。天津大学崔君达教授与何祚庠院士关于夸克虚与实的论战,联系芝诺悖论及不可分割的连续统猜想,崔君达教授疑夸克为虚,属于虚的不可分割的连续统。何祚庠院士认夸克为实,属于实的不可分割的连续统。如何统一虚的不可分割的连续统和实的不可分割的连续统?从芝诺坐标到点内数学,才是必由之路。

[王德奎. 从芝诺坐标到点内数学. *Academ Arena* 2023;15(12):23-27]. ISSN 1553-992X (print); ISSN 2158-771X (online). <http://www.sciencepub.net/academia>. 06.doi:[10.7537/marsaj151223.06](https://doi.org/10.7537/marsaj151223.06).

关键词: 非标准分析、芝诺悖论、物质无限可分、虚与实的界面、芝诺坐标

【0、引言】

《扬子晚报》等曾有报道,自公元前六世纪古希腊的学者毕达哥拉斯,猜想数学中存在不可分割的连续统开始,在随后的几百年间,也受到德谟克利特、柏拉图等一些数学和物理学家的关注,但一直未获得严格论证。而天津师范大学数学系黄乘规教授,历经 20 几年的苦心研究,却不仅把这 2500 年来的猜想解析成功,而且提出了可以应用的数学模式。据黄乘规教授讲,他运用外的非标准分析学,已经解决 8 个数学问题;不可分割的连续统的存在性只是其中之一,它还能解决古代庄周的“无厚不可积”、“万世不竭”两个猜想,近代数学的“实数集的测度为零”等三个问题及古希腊先哲的另外两个猜想。黄乘规教授的科研成果受到美国《数学评论》,在头版头条加以评介;英国伦敦数学研究所还聘请黄乘规为该所荣誉博士。

中科院数学研究所顾问、大连理工学院数学所名誉所长徐利治教授称,这一理论从逻辑上精确地论证了“连续统”的真正连续性,是数学基本理论上的重大建树,给现代物理科学提供了新的有效工具。

【1、从黄乘规说芝诺及巴门尼德】

天津师大黄乘规教授的开山之作《外的非标准分析学》,他运用外的非标准分析,1972 年解决了“stvenant 原理的一个反例”,这是 150 年无人攻克的难题,成为他研究外的非标准分析的动力,也成为他能解开数学中不可分割的连续统的原因。

但在笔者看来,“对毕达哥拉斯、德谟克利特、柏拉图、伽利略等 2500 多年来数学史上的‘数学中关于不可分割的连续统的存在性’的短的证明”,确实是“2500 多年的著名数学难题”,如能解决,当然属于重大突破。但黄乘规教授要用外的非标准分析,获

得严格论证我国古代庄周的“万世不竭”猜想的证明,事情不会是那么简单。道理是:

1、非标准分析由美国数学家鲁宾逊 1960 年推出;非标准分析虽是一种“点内数学”;它的点内观念正如天外有天,认为点内也有世界,但据国内非标准分析专家、四川省社会科学院学术委员会副主任查有梁教授的研究,点内非标准分析涉及最多的还仅仅是平面和球面解析,缺少环面解析;而这恰恰属于不确定性解析范畴。

2、非标准分析与存在不可分割的连续统联系紧密,最著名的例子是希腊神话中的飞毛腿阿基里斯追不上龟的悖论。因此,数学中关于不可分割的连续统的存在性,不仅古希腊的先哲毕达哥拉斯、德谟克利特、柏拉图关注,而且古希腊的先哲巴门尼德、苏格拉底、芝诺也很关注。但巴门尼德、芝诺和苏格拉底、柏拉图、毕达哥拉斯、德谟克利特不同,他们认为不可分割的连续统也存在虚与实的界面,即这里非标准分析也存在类似飞毛腿追不上乌龟的芝诺悖论,正确的处理是思维与存在、物质与真空存在零点界面。

3、众所周知,上世纪下半叶毛主席亲自领导和发动的物质无限可分说科学普及运动,深入人心。而物质无限可分与不可分割的连续统猜想也联系紧密,并演变为以毛主席的“一分为二”批判杨献珍的“合二为一”论的斗争。著名化学家徐光宪 1959 年编著的《物质结构》大学教材,绪论一章就说:一派意见认为物质内部没有空隙,是连续的,可以无止境地分割下去,例如我国战国时代就有这样的看法,一尺长的棍子,日取其半,万世也取不完。另一派,为统治阶级服务的唯心论哲学家,其中也包括某些自然科学家,是不甘心的,认为物质不能无限制地分割下去。毛主席阐明宇宙从大的方面看来是无限的,从小的

方面看来也是无限的,不但原子可以分,原子核可以分,基本粒子也可以分。在毛主席这一思想指引下,我国物理学工作者在1966年提出了基本粒子的层子模型理论。

4、1996年2月26日,《光明日报》发表天津大学崔君达教授的文章《夸克存在吗》,表达他对“夸克说”的质疑。1996年9月2日,《科技日报》发表何祚庠院士的《评崔君达教授的“复合时空论”》,称“复合时空论”是“病态科学”。这场论战与不可分割的连续统猜想联系,崔君达教授疑夸克为虚,属于虚的不可分割的连续统一派。何祚庠院士认夸克为实,属于实的不可分割的连续统一派。不知黄秉规教授是如何统一虚的不可分割的连续统和实的不可分割的连续统的?

在笔者看来,从芝诺坐标到点内数学,才是必由之路。

【2、从芝诺悖论到崔君达与何祚庠论战】

1、不可分割连续统的几何图象

纯粹的几何图形或静止的几何图形,没有加进时间,也没有加进动力,这是一种缺陷并影响到物理学等许多学科。虽然后来从欧几里德几何发展到拓扑学,发展到微分流形,企图弥补这种缺陷,但仍然留有迹印。例如前苏联物理学家B·C·巴拉申科批评爱因斯坦的引力理论存在能量困难,就持这种论据。

所谓相对论中的能量困难,是指爱因斯坦的几何场,和描述各类微观客体的能量场,两者的物理实质是根本不同的,不能把一个归结为另一个,甚至在引力场很弱的极端场合下,也不能导入能量概念。

当然,原则上可以存在不用质量、能量和冲量这三个概念来描述的现象和客体,但在对客体之间的传递作运动学描述的条件下,这种放弃就会引起严重的问题。回顾一下黎曼的高维曲面,黎曼把力与几何等同起来给人的启迪,是作了一番变换说明的:一个生活在一张纸上的二维书虫动物种族,放在一张弄皱的有着立体感的三维纸上,这些书虫们如果不运动,它们会推断它们所处的新世界仍是完全平坦的,或者说它们身子所处的状态仅是随着这些三维空间的变形而变形,只是在它们开始作运动的时候,才能觉察出有一种神秘的看不见的力、质量、能量、冲量、张量、矢量等东西的存在。

这可以看出力与几何是一种分离的结合。而爱因斯坦的广义相对论的数学表达,正是在他的密友、数学家格罗斯曼的帮助下,才从黎曼等人的工作中找到所需的特殊数学工具,可以说黎曼的伟大工作几乎是逐字逐句地在爱因斯坦的原理中找到了真正的归宿。但同时给他的广义相对论带来了力与几何有分离的痕迹。对此,三旋则是一开始就结合着空间也结合着时间,结合着几何也结合着能量的,是赋予空间和时间与动力的等效。更有可能三旋是一种

时间理论,而不是一种空间理论,原因是它使时空出现多方向流逝,例如球面运动只给出了两种时空方向,即正反转,而三旋却给出了62种时空方向,从而使时空在更大方向上去容纳各种理论和现象,且能给出简并的处理。

几千年来,人们都重视空间理论,而在时间理论上开拓不大,即使有开拓,如超弦理论,也是从多维空间启发中,发散时间,并无类似笛卡儿三角坐标式的开发空间的形象性。而且用三角坐标,时间也总是一维的。三旋理论冲出了这种桎梏:时间可以是多方向并存的,而且三旋的综合会出现观察效应上的不同性。

反过来看高维、多维,不管能解释多少效应,最终还是要落实到人的观察、实验、意识、理解上,而人对时间的观念是一维的,所以一维的时间总是要作为简并,简化的数学手段,使现存的许多数学公式对自然的描述既有合理的一面,也有歧义。

一维的时间总是单向的,所以有虚、实或正、负的区别。而三旋时间坐标的多向性,可以认为时间总是“实”的,没有“虚”的,这与笛卡儿空间坐标虽引出了虚时间,即时间可以倒流,但空间总是“实”的一样。三旋的“实”时间坐标也可以引出了“虚”空间,如做梦及想象中的空间是虚的,但外部的时间却是正的。这中也不难理解三旋的多时空结构;但多时空结构不一定是三旋,因为三旋不能从欧氏几何、伽利略变换、相对论等理论中直接导出,它主要是从实践观察中,从自然全息中感悟出,再回到数学中去寻找答案。

现在有一种复合时空理论,有许多虚值,因为它是球粒点式的复合时空,不是环量子式的复合时空。这种球粒点式复合时空,取的是x、y、z轴和时间t,虽没有涉及环量子的情况,但它所引起的争论,却蕴含着现实意义的哲学底蕴,即在西方科学和学术已经千锤百炼证明行之有效的理论方法层次上,如何将中国传统哲学的终极关怀及关怀程序有效地植入。有意思的是,芝诺悖论提供了一种反常识的怪论,也许能帮助创造一种奇迹:让毕达哥拉斯学派把图形与数紧密结合的谋图及其现代继承者,再次出现切口。

古希腊时代,毕达哥拉斯把自由的科学形式赋予几何学,用纯粹抽象的形相来考虑它的原理,并研究具有非物质的、理性的观点的定理,从而改造了几何学。正是在他们找到了无理数的实质的理论,并认识已发现了宇宙图象结构的顶盛时期,出现了芝诺悖论,这个悖论涉及对空间的点的定义的争论。因为过去希腊人一直认为点是位置的单元,所以由有限点组成的任何长度都可以通约,也就是可以找到某个最小的长度基元。但如果认为点没有大小,又为何可以认为长度是由有限个点组成的呢?于是巴门尼德与芝诺等人担忧,数学作为一门精确科学是否还

有可能？即把时空作为点的堆集的这种关于宇宙和谐性的空间基础研究出现的危机，导致了毕达哥拉斯学派的瓦解。

下面我们将探讨芝诺悖论对现代科学的冲击。

2、芝诺悖论

大约在公元前 445 年，年近 65 岁的古希腊杰出思想家巴门尼德与年轻的苏格拉底发生了最为惊人的智力冲突。在今天看来，这些争论的焦点是：思维与存在、物质与真空存不存在界面？巴门尼德认为：如果不存在界面，即物质世界是整体式的，现实是一个没有变化的统一体，那么运动尤其是不可能的。言下之意，巴门尼德赞成常识内的事物是有界面的。但反对的人很多。芝诺为支持他的老师巴门尼德，设计了几个强有力的混淆常识领域里的运动与界面的悖论参加辩论，希腊神话中的飞毛腿阿基里斯追不上龟的悖论就是其中之一。

芝诺是这样论证的：在赛跑的时候，跑得最快的永远追不上跑得最慢的，因为追者首先必须达到被追者的出发点，这样，那个跑得慢的必定总是领先一段路。这里芝诺故意留下陷阱：不提无穷小的差距能否合成一段有限的距离，让人往里跳；而把真实的意图即思维与存在、物质与真空存在界面隐藏起来。

两千多年以来，芝诺悖论诱发了无数场直接的论战，众多试图驳斥芝诺的数学家和哲学家无一不掉进他的陷阱：即认为是解决运动从本质上说是不能发生的问题，而停留在对无穷小的距离或时间作求和极限的数学分析上。但意犹未尽的人却认为，这种数学分析还不完备。因为芝诺悖论的关键是思维与存在、物质与真空存在界面，而不是运动的本质是不可能发生或不能结束。

因为在宏观世界上任何一个有理智的正常人，即使连算术也不懂，也熟悉运动的发生与停止，跑得最快的人一定能追上跑得最慢的龟，难道有高深智慧的巴门尼德和芝诺不明白？

所谓人追龟，是指人与乌龟接触的那一刻，因此只要人与乌龟之间的差距小于乌龟或人体的尺寸，这就是一个界面。小于这个尺寸，不能把赛跑的龟分了还看成龟，也不能把赛跑的人分了还看成人。

即在小于这个界面内，既不能藏下一只龟，也不能藏下一个人，除非有往点内穿的本领。这是一个跨界问题。

如果承认有这种跨界，就是承认有芝诺悖论反驳的一面：物质世界是整体式的，现实是一个没有变化的统一体。但宏观世界的真实情况不是这样，即没有超界的高能，真空是不易撕裂的。在小于乌龟或人体的尺寸下，乌龟或人的身体总有一部分要露在这个界面外，因此人与龟的身体必然会接触，即人能追上龟，芝诺悖论不成立。

【3、芝诺坐标与模糊数轴】

1、芝诺坐标系

要说明众多对芝诺悖论的解答不完备，需要建立芝诺坐标系。用 X 轴代表物质与真空，用 Y 轴代表思维与存在，作成平面直角坐标系，定交点为 O，箭头一边为正，另一边为负。正的表示不需要意会理解的思维与存在、物质与真空，负的需要意会理解的思维与存在、物质与真空。如此构成的坐标系把万事万物分成了四个象限。

第 I 象限属于自然界、宇宙以及人类社会不需要意会理解的事物，包括爱因斯坦的相对论真空。

第 II 象限描述了镜像、梦幻一类的反映，以及部分的大脑贮存、书画贮存、音像贮存，电脑中的虚拟生存。

镜像、梦境似乎可视可听，是不需要意会理解的思维与存在，但它们显现的空间是虚的、模糊的，是一些需要意会理解的物质与真空。类此，还有不能重复验证的 UFO、特异功能等类报告。

第 III 象限的东西，不论思维与存在还是物质与真空，都需要用意会才能理解。如无穷小量，类似于将小数散布到整数之间，只要你能想象着写出来，它就始终比零大，而比一个任意数小。

无穷小量事实上的确存在并不是直接表明的，在研究它们的过程中，不仅产生了数学上的内部集合论，模糊数轴理论，而且产生了物理学上的弦论，即物质分到 10^{-35} 米的线度，粒子并不是一个无维的点，而是一条长度不大于 10^{-35} 米的细线或微小圈。

第 IV 象限的真空场及真空效应，不同于第 I 象限的相对论真空，而具有量子论的特色，即真空空间并不是完全空的，它充满着小的量子起伏。这些起伏可以看成是波，即是物理场内的波动。

这些波具有所有的可能的波长并且在所有方向上运动，我们不能检测出这些波，因为它们只是短暂地存在并且是很微小。这种真空效应是实在的，但也是需要意会才能理解的思维与存在。

上面就是芝诺坐标系。运动在它的四个象限内是不平权的，即存在反常和宇称的不同。芝诺坐标系存不存在？它与现实有没有联系呢？可以说，有许多热点、难点的科学、哲学争论，都间接与此有联系。

例如中国科学院院士何祚庥与天津大学教授崔君达关于复合时空的论战，就是典型的一例。在这场争论中，崔君达类似芝诺悖论的位置，他近乎使用了芝诺坐标的四个象限来说明复合时空；而何祚庥类似驳斥芝诺悖论的位置。他们争论的问题，正如把阿基里斯与乌龟的赛跑变换到了无穷小量和接近光速条件下的情况。

崔君达也类似设阿基里斯与乌龟分别对应二惯性系作相对运动，并且崔君达导出了四个象限，他认为 Einstein 狭义相对论中，实际中只用了 $L(0, 0,$

0) 第I象限, 这种时空已经不适用于量子理论。

崔君达虽然用数学分析得出四个象限, 但他也把运动在四个象限中的芝诺坐标界面舍去了, 从而得出第I象限中的夸克和其它象限中的夸克无差别, 而一同泼掉, 这是何祚庥所反对的。当然崔君达也正确地指出, 何祚庥所坚持的那种没有变化的无限可分式的统一体的层子是不存在的。

2、模糊数轴与内部集合论

模糊数轴理论发现了芝诺悖论阿基里斯追不上龟中隐含的“数锥”, 并揭示出芝诺悖论孕育着的“数环”和“数旋”思想。

无穷小量的倒数是无界数, 因为一个无穷小量非常小, 其倒数将会非常大, 因此有无穷大的性质。但无界数尽管大, 它是有限的, 因而比数学中产生的真正无限的数小。这些无界数存在于一种介于普通的有限标准数和无限标准数之间的过渡区中。有意思的是, 如果用模糊集合理论研究这种数目的无穷大, 可以说它们也是一种特别的模糊集合。模糊数轴正是把这些“无穷大”、“无穷小”问题揽到一起来解决。

例如即使认为宇宙是无穷大。那么宇宙的边界也是处在模糊数轴集的模糊带或模糊圈之中, 在此基础上形成了模糊宇宙学的概念。

在对芝诺悖论的驳斥中有一种方法叫内部集合论, 是美国数学家鲁滨逊提出的一种实线拓扑学的非标准分析法。鲁滨逊说: 实数可以用一条被称为实线的直线上的点表示, 它由整数(正整数和负整数)、有理数(能够表为分数的数)和无理数(不能表为分数的数)等三类标准数组成, 而与它们相联系的无穷小量则称为非标准数。这为无穷小在数学上取得了一定的地位。因为19世纪的数学家们为无穷小发明了一种技术替代法, 即所谓的极限理论; 该理论是如此周全, 众多研究者都能把无穷小从芝诺悖论中驱逐出去。

与极限理论不同, 鲁滨逊认为无穷小为运动的细节提供了细微的观察。他的非标准分析法不是把无穷小驱逐出去, 而是把人的观察责任驱逐出去。这与我们对芝诺悖论要划清运动与界面的看法是接近的。而鲁滨逊建立的实线拓扑学也与模糊数轴相一致。因为鲁滨逊认为无穷小非标准数比任何正标准数小而比零大, 模糊数轴上聚集在整数周围的混合非标准数, 是标准数加减无穷小量得来的。

模糊数轴上, 每一个标准数周围都聚集着这样的混合标准邻居。两个名数之间的算数差必然是名数, 因而也是标准数。如果这一差值是无穷小, 就违反了无穷小比所有标准数小这一定义。这一事实的结论是, 一个无穷小间距的两个端点不能用名数来表示, 因此一个无穷小的间距永远都不能通过测量来获得, 无穷小永远都停留在观察范围之外。在时间方面也如此, 尽管我们能够把一个标准数表示至小

数点后任何有限的位数并利用这一近似值作为一个测量标记, 但我们不能接近这个展开小数的无界尾去改变一个数字而定义出非标准的无穷小地接近的邻近值。作为测量标记, 只有标准名数才是有效的, 利用它们的非标准邻近值用作测量是虚幻的。

【4、大脑实验与不可积因子】

1、微积分与不可积因子

微积分虽与无穷小有联系, 但注意的重点, 微分在于求两个无穷小量之比的极限, 积分在于求无穷小量总和的极限, 这两者后来都容易使人忽视微分对运动界面变化的揭示。例如, 设 M_0 是曲线 L 上的一个定点, M_1 是动点, 引割线, 当点 M_1 沿曲线 L 趋近 M_0 时, 割线 M_0M_1 的极限位置 M_0T 就成曲线 L 在点 M_0 处的切线。

无穷小量使曲线变成了切线, 这个界面的变化, 同样反映在速度上, 即路程在时间的无穷小分割中变成了速度界面, 速度在时间的无穷小分割中变成了加速度界面, 这是多么不同寻常的深刻变化。

其次, 微积分求解都要求函数反映的曲线是连续的和光滑的, 但其实在微观领域的观察, 曲线并不是那么光滑和连续。

韦尔的统一场论研究表明, 在无穷小的空间, 存在不可积因子。他指出: 一个真正的无穷小几何必须只承认一个长度从一点到与它无限靠近的另一点转移的这一原则。这就禁止我们假定在一段有限的距离内, 长度从一点转移到另一点的问题是可积的, 尤其是当方向的转移问题早已证明是不可积时更不能这样假定。这样, 不可积标量因子的想法便产生了, 电磁势 A_i 也由此产生, 于是韦尔的理论可以把电磁学在概念上纳入一个不可积标量因子的几何想法之中。我们从麦克斯韦的电磁场理论可以知道: 变化的磁场产生电场, 变化的电场产生磁场, 变化的电场和磁场总是相互联系, 形成一个不可分离的统一的场。这同模糊数轴的无穷小量数环、数旋现象是多么相似。

2、大脑实验与思维这把刀子

芝诺坐标不同于平面对顶角。对顶角是平面上两条直线相交, 继续延伸过去形成的两个相等的角, 因此对顶角是平权的。芝诺坐标则是点外与点内的对顶角, 即两条直线相交, 延伸的不是平权的空间, 而是向交点内的“空间”, 这只能用意念来理解。如果把把这个模式拿到现实生活中去寻找, 会很自然地同大脑联系起来。把视角看成从一点出发引申的两条直线。视线向相反的方向的延伸, 不伸向脑外而是脑内, 即是向“点”内的延伸, 这叫做大脑贮存。大脑贮存不仅是现实物质的储存, 而且还是一部分负物质、负空间、负量子在我们宇宙中的一种贮存。例如做梦, 有时能看到活生生的人、树, 有活动空间, 难道这不是一种真实思维的负物质、负空间、量子态的贮存吗?

其次，这种芝诺坐标与崔君达的复合时空坐标也不同。崔君达是把芝诺坐标的四个象限再分成四个平权的直角坐标，这样一个时空变成了16个象限(4×4)，这里思维与存在、物质与真空是被绝对地分开了。事实并非如此，例如正常人能直观理解的物质与真空普遍存在于现实世界，它们既能存在于同一个象限，即第I象限，又能反映到其它三个象限，但其它三个象限不一定能有这种平权，这是芝诺坐标的人择原理。例如点内的空间，比如大脑做的梦境，它不可再分成四个象限，而与现实的对应物没有交叉。

因此即使数学逻辑能推证出16个象限，而这里的数学逻辑也仅是芝诺坐标第II象限的反映，并没有走出第II象限，正像量子模型没有走出第II象限一样。但人类科学理论反映上的困难，并不是自然界的困难。高能实验在发展，真实的夸克在反映。

现在可以来总结芝诺悖论了：在芝诺坐标的第I象限，阿基里斯和乌龟是可观察可直接测量的宏观尺寸量，速度有差异的赛跑，身体能接触，芝诺悖论不成立。如果阿基里斯和乌龟是不可观测的小量，它们就可能处于第III象限，这有两种处理：一是极限分析无穷小量求和有限极，芝诺悖论不能成立；二是无穷小量的内集论分析，不能测量标记的无穷小量被排除在可观察责任之外，芝诺悖论难以判断。

芝诺悖论是以书面知识存在于第II象限，实际已存在两千多年了。芝诺为这种存在作的类似惯性定律式的辩护：运动不可能发生或结束的哲理，有可能存在于第IV象限的真空效应中：真空中的量子起伏，遵循海森堡测不准原理，运动似有似无。

并且真空中的高能粒子碰撞实验也说明，有时粒子越分，质量愈大，数目会越多，这是与人们常识相左的地方。

【5、结束语】

芝诺坐标是一把思维刀子，它支撑着大脑实验。思维这把刀子，有时比真实的刀子更厉害。例如铁刀子虽可以劈开木材，高能加速器这把“刀子”虽可以把强子粉碎，但它们都还对轻子没有办法。

然而思维这把刀子却可以把轻子“剖开”，研究它们的前夸克结构。

芝诺坐标揭示了芝诺悖论进攻的是人们对思维与存在、物质与真空的局限性，这有助于打磨人类思维的这把刀子，并将大大推进当今科学与哲学的发展。

参考文献

- [1]黄乘规，外的非标准分析学，常州工学院学报，2000年第2期；
[2]王德奎，关于芝诺悖论引起的哲学思考，延边大学学报(社)，1997年第3期；

- [3]王德奎，环量子理论与三旋理论，凉山大学学报，2004年第2期；
[4]王德奎，三旋理论初探，四川科学技术出版社，2002年5月；
[5]孔少峰、王德奎，求衡论---庞加莱猜想应用，四川科学技术出版社，2007年9月；
[6]王德奎、林艺彬、孙双喜，中医药多体自然叩问，独家出版社，2020年1月；
[7]王德奎，解读《时间简史》，天津古籍出版社，2003年9月；
[8]王德奎，自旋曲线过所有基本粒子质量点证明---复杂曲线拆分成易理解计算的基本曲线方法，金琅学术出版社，2023年4月；
Academ Arena, October25, 2023;
[9]叶眺新，正反物质不对等的数学证明---论自旋与非自旋产生正反粒子的不对称性，Academ Arena, October25, 2023;
[10]常炳功、王德奎，磁场不跟随圆柱磁铁绕轴共转数学证明---磁场磁力线联系任意量子比特核聚变应用，Academ Arena, October25, 2023。

11/2/2013