Websites:
http://www.sciencepub.net/academia
http://www.sciencepub.net

Emails:
aarena@gmail.com
editor@sciencepub.net

Academia Arena

MARSLAND PRESS
Multidisciplinary Academic Journal Publisher

关于孪生素数存在无限性的分析

朱献和

浙江省衢州市老科技工作者协会　324000 电子邮箱 qzxhp@qq.com

【摘要】本文以自然哲学原理为逻辑思维导向，结合生物科学的基因知识，对素数无穷数列中具有基因意义的初段进行深入定性定量分析，求得素数无限集和合数无限集分别在奇数中占有的百分比含量为 31.9%和68.1%。因此得出奇数中的素合比是 31.9∶68.1。以此素合比为基础，对素数在正整数无穷数列中的分布作定性定量分析后得出关于孪生素数存在无限性的逻辑结论：在正整数无穷数列中，对于任何一个孪生素数点 6m（m≥1，6m-1 和 6m+1 都是素数），在 0＜n/m≤1 区间内，必定存在一个与 6m 相邻的孪生素数点 6(m+n)，使 6(m+n)-1 和 6(m+n)+1 都是素数。所以孪生素数点的存在一定是无限的，并且正整数数轴上所有孪生素数点相邻间距 6n 的平均值为 n＜5。

[朱献和. **关于孪生素数存在无限性的分析.** *Academ Arena* 2022;14(8):10-15]. ISSN 1553-992X (print); ISSN 2158-771X (online) http://www.sciencepub.net/academia. 03. doi:10.7537/marsaaj140822.03.

【关键词】孪生素数、素数依存点、孪生素数点、疏密度系数、基础循环区间

一、导言

在数论研究中、孪生素数存在无限性至今仍然是一道尚未得到证明的数学难题。本文认为. 与证明哥德巴赫猜想一样，审题和解题思路方法正确与否是决定成败的关键所在。正确的思路方法必须超越数学专业知识，其中自然哲学原理的指导和生物学基因知识的合理应用尤显重要。

从哲学观点看，素数是形成合数的主导因子,两个或多个素数的乘积质变为合数。因此素数和合数，在哲学层面上就有了质的区别，形成相关因果关系。合数由于素数因子乘法运算在奇数数轴上的分布呈现跳跃的、疏密不规则波动循环，这种结果决定了素数本身分布的相应不规则性。本文认为简单直接从素数无穷数列入手作定量分析要求得素数在奇数中的百分比含量是不可实现的。同理，直接从素数入手证明孪生素数存在无限性也是不可能实现的。

由≥3 的素数和合数组成的奇数无穷数列是一个等差数列，任何一个素数因子 p 都可以将奇数数列同质化转变为含 p 因子的合数等差数列，从而简单地确定含 p 因子合数无限集在奇数中的百分比含量，实现化难为易的转变。虽然素数是无限的，但无限个合数无限集的百分比含量总和也是可计算的。这就是本文求取素合比的定量分析结果的解题思路。

求得奇数中的素合比结果不仅给素数无限性提供了一种最具感性认识的直观证明新方法，也给孪生素数存在无限性难题的证明提供了坚实定量分析基础。

二、素数和合数在奇数中的百分比含量分析

在正整数无穷数列中，存在着奇数等差无穷数列和偶数等差无穷数列两个部分，这两个等差数列公差相同都是 2。因此奇数无限集和偶数无限集在正整数中的百分比含量均为 50%，奇偶比是 1:1。

在奇数等差无穷数列中，由两个不等差的素数无限集和合数无限集组成，与奇偶比一样必然存在一个素合比。为了求得奇数中的素合比，根据上一节导言的分析，应从合数着手先求得合数的百分比含量 b%，则素数的百分比含量 a%=(100-b)%，自然素合比就是 a:b。

将奇数等差无穷数列进行同质化转变可方便地得到含任何一个素数因子 p 的合数等差无穷数列。本文的论证分析就建立在这个基础平台上。具体论证分析从最具基因意义的素数无穷数列初段三个连续素数 3、5、7 入手、逐步扩展基因段范围，以能得到比较可靠的素合比为准。

现将≥3 的奇数等差教列表示如下:

3、5、7、9、11、13、15、17.19、……2m+1…….(m＞1)

将素数因子 3、5、7 分别与上列奇数数列逐项相乘得到如下三个合数等差数列:

9、15、21、27、33、39、45…… 6m+3 …… (1)

15、25、35、45、55、65、75……10m+5…… (2)

21、35、49、63、77、91、105……14m+7…… (3)

分析上面三个数列可知:

1)三个合数数列公差分别是 6、10、14，用素数符号 p 表示的一般式是 2p;

2)三个合数无限集在奇数中的百分比含量分别为:1/3×100%、1/5×100% 、1/7×100%，用素数符号 p 表示的一般式是 1/p ×100%;

3)将数列(2)中含素数因子 3 的重复部分筛去，得到含素数因子 5 的不等差数列:

25、35、55、65、85 ……10m+5…….

在奇数中的百分比含量计算式:

(1/5-1/15)×100%

=1/5(1-1/3)×100%=2/15×100% ;

4)将数列(3)中含素数因子 3 和 5 的重复部分筛去，得到合数不等差数列:

49、77、91、119……14m+7……

在奇数中的的百分比含量计算式:

(1/7-1/21-1/35)×100%

=1/7(1-1/3-1/15)×100%=1/15×100%。

对以上素数基因段的分析可知:

1)含最小素数因子 3 的合数等差无穷数列是具有基础意义、恒定不变的唯一合数等差无穷数列，是本文进行定性定量分析论证的基础平台;

2)对于含任何一个素数因子 p 的合数无限集其初项必定是 p^2，数列中任意项都不含＜p 的因子;

3)对于含素数因子≥p 的合数无限集，计算合数在奇数中的百分比含量时，其一般公式可表示为 1/p (1-1/3-1/5-1/7……)。

本文将上述公式中括号内的值用代数符号 η_p 表示,其意义是含≥p 因子的合数无限集在奇数数轴上分布的疏密度系数，p=3 时，$\eta_3=1$，p＞3 时，η_p 定义域 0＜η_p＜1、η_p 值越小，合数相邻项的平均间距越大;

4)本文将 $1/p\times\eta_p\times100\%$得到的值用 ρ_p 表示，其意义是含≥p 因子的合数无限集在奇数中的百分比含量;

5)为给读者感性理解含≥p 因子的合数无限集在奇数数轴上的分布状况,引入代数符号 K_p，有关系式 $K_p=1/\eta_p$，K_p 定义域为 $1\le K_p\le$（p-1）/2

当 p=3 时 $K_3=1$

p=5 时 $K_5=3/2$　$1\le K_5\le2$

p=7 时 $K_7=15/7$ $1\le K_7\le3$

p≥5 时,K_p 值的感性意义反映合数数列相邻项间距平均值是 $2pK_p$，K_p 越大相邻项间距越大分布越稀疏。以 p=7 为例.相邻项分布以 14、28、42 三种间距不规则循环,其平均间距 $2pK_p=2\times7\times15/7=30$。

当研究的基因段扩展到 3≤p≤29 区间时，相邻素数项因合数的产生而存在不连续的情况，存在连续性的就是孪生素数。因此在 p＞7 的区间内进行分析时,一定要考虑如何处理合数的问题，η_p 一般计算式要作出调整。

以 η_7 计算式为例分析:$\eta_7=1-1/3-1/5=7/15$，其中 1/3 项包含素数因子 5 形成的合数项如 15、45 等,而 1/5 项也包含素数因子 3 形成的合数项如 15、45 等。因此在(1-1/3-1/5)中出现了对 1/15 的重复筛除，这对 η_7 的结果是正确无误的，但对 η_{17} 的计算式来说就必须对前面 η_7 过量筛去的合数 15 相应的 1/15 补偿到算式中:

$\eta_{17}=1-1/3-1/5-1/7-1/11-1/13+1/15$

这种 η_p 值计算式碰到相邻素数间有合数存在时.进行合理调整补偿的哲学原理是：当两个不同素数因子相乘形成合数时，素数因子在让渡出部分生存空间给合数时，也给自己未来的存在预留出部分空间。这样才能确保素数和合数之间维系着相互依存、相互制约的动态自然平衡。在奇数数轴上，素数和合数的疏密分布，呈不规则的波动的交替循环方式趋向无限。

由以上分析可知,凡单因子形成的合数 p^n,如 9、27、25、49 等均属可忽略不计的，还有包括三个素数因子以上的合数如 45、75、105 等也归于忽略不计之列。

本文选择研究的素数基因段限于 3≤p＜100 区间共有 25 个合数,其中属于调整补偿对象的有 16 个,将其作规律性列出如下表 1

Academia Arena

Websites:
http://www.sciencepub.net/academia
http://www.sciencepub.net

Emails:
aarena@gmail.com
editor@sciencepub.net

MARSLAND PRESS
Multidisciplinary Academic Journal Publisher

表 1

$p<\sqrt{100}$	$q=p\times p_n \quad (p<p_n<100/p)$								
3	15	21	33	39	51	57	69	87	93
5	35	55	65	85	95				
7	77	91							

正确判断把控符合调整补偿对象的合数是求得准确素合比的关键环节。

在前面逻辑分析的基础上，可推出计算 η_p 的简化公式:

在奇数数列中，任意两个相邻素数项 $p_a<p_b$

$p_a=a$、$p_b=b$,在(a,b)区间内存在由两个不同素数因子组成的合数 q 有 n 个,表示为 q_1、q_2 、q_3……q_n,则 η_p 的一般通用简化计算式为

$\eta_{pb}=\eta_{pa}-1/a+1/q_1+1/q_2+1/q_3+\ldots\ldots+1/q_n$

运用上述简化公式，可以连续地给出比较准确的对应素数因子 p 的 ηp 和 ρp%的数据。

下表 2 是 3≤p≤29 区间内共 9 个素数的相关数据:

表 2

p	3	5	7	11	13	17	19	23	29
η_p	1	2/3	7/15	0.324	0.233	0.223	0.164	0.159	0.115
ρ_p%	33.33	13.33	6.67	2.94	1.79	1.31	0.86	0.69	0.4

将表 2 中的 ρ_p%相加得$\sum\rho_p$%=61.32%。

用 S_p%表示合数无限集在奇数中百分比含量总和，如果能确定$\sum\rho_p$%/S_p%的比值,则可求得 S_p 的比较准确值。本文给出两种方法确定$\sum\rho_p$%/S_p%:

第一种是引入一个与 ρ_p 级数相似度很高的参照级数和，用比较法初步确定。这个参照级数和的式子如下:

$$S_n=\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\frac{1}{1+2+3+4}+\ldots\ldots+\frac{1}{1+2+3+4+\ldots+n}$$

解上述级数和(过程略)得 $S_n=\dfrac{n-1}{n+1}$

参照级数和的首项 1/3 与 ρ_p 首项同,当 n→∞时 S=1，按要求取 n=19 时末项$\dfrac{1}{1+2+3+4+\ldots+19}=\dfrac{1}{190}$与 ρ_{29} 相当。

$S_{19}=\dfrac{18}{20}$=0.9 0.9×100%=90%。

第二种方法叫 η_p 余值确定法。

其原理是当 $p\to\infty$时,η_p 余值是近于 0 的，$\sum\rho_p\%\to100\%$。分析 $3\le p\le29$ 区段，$\eta_{29}=0.115$,相邻 $\eta_{31}=0.081$，两者平均余值接近 0.1,可以推论:$\sum\rho_p\%$的总和 61.32%占用 η_p 值应为 1-0.1=0.9,0.9×100％=90%。

以上两种方法得到的比值相同，由此确定:

S_p=(61.32/0.9)%=68.13%。

素数的相应百分比含量是(100-68.13)%=31.87%。

为了验证上面结果的可靠性，有必要将研究基因段扩展到 $3\le p\le97$ 这个区间。

下表 3 给出了 $31\le p\le97$ 区间的 15 个素数的相关数据:

表 3

p	31	37	41	43	47	53	59	61
η_p	0.081	0.108	0.107	0.082	0.059	0.057	0.074	0.057
$\rho_p\%$	0.26	0.291	0.26	0.19	0.125	0.107	0.125	0.093
p	67	71	73	79	83	89	97	
η_p	0.056	0.055	0.041	0.041	0.038	0.039	0.06	
$\rho_p\%$	0.083	0.078	0.057	0.051	0.034	0.044	0.062	

表 3 中的 $\rho_p\%$的总和$\sum\rho_p\%$=1.809%。

在 $3\le p\le97$ 区间内:

$\sum\rho_p\%$=(61.32+1.809)%=63.129%

相应的素数百分比含量的增量为:

[(90-61.32)/61.32]×1.809%=0.89%。

$3\le p\le97$ 与 $3\le p\le29$ 两区间相比较百分比总含量增加为(90+1.809+0.89)%=92.7%

由此可得出奇数中百分比含量是:

63.129/92.7×100%=68.1%

素数的百分比含量为(100-68.1)%=31.9%.

根据以上验证结果，考虑到近似计算的合理误差,本文将奇数中的素合比确定为 31.9 :68.1。

三、孪生素数存在无限性的分析

含素数因子 3 的合数形成恒定的等差数列，为孪生素数存在的必然性提供了定性定量分析依据。

素数中两个不同质最小基因子 2 和 3，乘积为 6，如果用 m 表示正整数变量(定义域 m≥1),则 6m 就是正整数无穷数列中公差为 6 的个偶数等差数列的通项。这个偶数等差数列对分析论证孪生素数的无限性存在具有特殊的意义。

本文将 6m(m≥1)定义为素数依存点。

由素数基因子 3 形成的合数等差(公差 6)无穷数列.在奇数中的含量为 1/3，全部合数项均匀分布在相邻素数依存点 6m 和 6（m+1）的中心位置上。这一特征决定其余 2/3 的奇数(包括 31.9%的素数和 34.77%的由＞3 的素数因子形成的合数)必定分布在所有素数依存点左右相邻位置即 6m-1 和 6m+1 两个点上。这就是孪生素数存在无限性的必然性原因。当 6m-1 和 6m+1 都是素数时，本文定义该 6m 点为孪生素数点。如 m=1、m=2、m=3 均为孪生素素点。因此孪生素数点是全部素数依存点 6m 中的一部分。

在[6m，6m+n]区间内，当 n=5 时.存在 5 个素数依存点，其个位数分别是 0、2、4、6、8，形成周期性循环变化。本文将该区间定义为孪生素数的基础循环区间，并以此作为定性定量逻辑分析的对象。现分析如下:

1)含素数因子 5 的合数无限集的特点是除素数 5 外,凡个位数为 5 的一定是合数。这一特征决定基础循环区间内个位数为 4 和 6(m＞1)，两个素数依存点只能排除在孪生素数点之外，因为个位数是 4 和 6 两个点,当 m＞1 时只有两种可能: a)由素数和合数 1:1 组对存在; b)两个合数组对存在。以上定量分析说明孪生素数点只存在于个位数为 0、2、8 的三个素数依存点中；

2)孪生素数点范围收缩为 0、2、8 三个点的同时,相应的合数百分比含量也改变为(34.77-13.33）%=21.44%，因此在孪生素数可能存在的 0、2、8 三个点上，使素数对合数在量上占有优势,剩余素合比变成 31.9:21.44，作为平均概率，这样的计算是接近实际的；

3)根据以上分析可知，基础循环区间个位数是 0、2、8 的三个点左右相邻位置只能由素合比为 31.9:21.44 的素数和含≥7 的素数因子形成的合数共同占有。其分布的可能方式只有 3 种：a)素数和合数 1:1 组对;b）孪生素数组对; c）两合数组对。由于合数分布的不均等和疏密波动性决定 a 种存在只能以平均概率 1/3 占 1 个点，余下两个点中 b 的概率大于 c，按素合比 31.9:21.44,孪生素数点 b=（31.9/31.9+21.44)×2=1.2。因此在一个基础循环区间内孪生素数点出现的平均概率大于 1。

本文把孪生素数存在无限性问题放到正整数无穷数列中来研究，把 6m-1 和 6m+1 都是素数的中心点 6m 定义为孪生素数点,将 m=1 时的偶数点 6 作为首个孪生素数点来认识是切合孪生素数概念本质含义的。

为了使孪生素数存在无限性的结论不仅有孪生素数点平均密度的定量分析的支持，还要有对孪生素数点相邻间距比较大，分布特别稀疏的点也就是连续合数密集分布的特殊点作出分析，使结论普遍适用:

1）在首个孪生素数点 6m=6 时，其后出现首个合数 6+3=9（本文所指合数均为奇合数）；当 m=4 时 6m=24,首次出现两个连续的合数 24+1=25 和 24+3=27；当 m=20 时 6m=120，这个素数依存点左右首次连续出现 6 个合数: 120-5=115、120-3=117、120-1=119、120+1=121、120+3=123、120+5=125。如果用 k 表示正整数，则上述三个 6m 点分别可表示为 6×1=3！、6×4=4！6×20=5!。

以此推断当6m=k!时该素数依存点6m邻近区域会出现连续合数密集分布，使 6m=k!点附近的孪生素数点出现稀疏分布的特殊情况，使相邻孪生素数点的间距 n＞5，而且随 k 的增大而递增。

2)当 6m 中的 m=1 时 n=1，n 相对 m 比值 n/m=l,是最大的相对比值；当 m＞1 时，有 0＜n/m＜l，随着 m 递增，n/m 虽有波动变化，但持续收敛于 0 的趋势是不变的。对于任何一个确定的孪生素数点 6m,不论 m 有多大，都是确定的数，其相邻孪生素数点 6（m+n)中的 n 值都是有限的存在。

根据以上定量分析.本文的分析论证结论中关于相邻孪生素数点之间的有限区间表述，采用 n/m 这样的相对值来确定。

四、结论

在正整数无穷数列中.对于任何一个孪生素数点 6m（m≥1，6m-1 和 6m+1 都是素数)，在 0＜n/m≤1 区间内必定存在一个相邻的孪生素数点 6(m+n)，使 6(m+n)-1 和 6(m+n)+1 都是素数。所以孪生素数点的存在一定是无限的，并且正整数数轴上所有孪生素数点相邻间距 6n 的平均值为 n＜5。

References

[1]. Google. http://www.google.com. 2022.

[2]. Journal of American Science. http://www.jofamericanscience.org. 2022.

[3]. Life Science Journal. http://www.lifesciencesite.com. 2022.

[4]. http://www.sciencepub.net/nature/0501/10-0247-mahongbao-eternal-ns.pdf.

[5]. Ma H. The Nature of Time and Space. Nature and science 2003;1(1):1-11. doi:10.7537/marsnsj010103.01. http://www.sciencepub.net/nature/0101/01-ma.pdf.

[6]. Marsland Press. http://www.sciencepub.net.

2022.
[7]. National Center for Biotechnology Information, U.S. National Library of Medicine. http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed. 2022.
[8]. Nature and Science. http://www.sciencepub.net/nature. 2022.
[9]. Wikipedia. The free encyclopedia. http://en.wikipedia.org. 2022.

3/22/2022