



## 哥德巴赫猜想简要证明与哥德尔计算机

王德奎<sup>1</sup>, 刘辉<sup>2</sup><sup>1</sup> (四川绵阳日报社, 四川绵阳 621000, 中国)<sup>2</sup> (绵阳高等职业技术学院, 四川绵阳, 621000, 中国)  
y-tx@163.com

**Abstract 摘要:** 该文不是哥德巴赫猜想完备、充分的证明, 而是想把哥德巴赫猜想证明的方法交给群众去掌握、讨论。该证明揭示了哥德巴赫猜想与生命计算机原理的关系, 即这是属于数理形式本体论中哥德尔计算机类型的既可证又不可证的数学问题, 而不是形式主义的可证或不可证类型的数学问题。

[王德奎, 刘辉. 哥德巴赫猜想简要证明与哥德尔计算机. *Academ Arena* 2020;12(10):39-50]. ISSN 1553-992X (print); ISSN 2158-771X (online). <http://www.sciencepub.net/academia>. 7. doi:[10.7537/marsaj121020.07](https://doi.org/10.7537/marsaj121020.07).

**Keywords 关键词:** 偶数、素数、报废率、哥德尔计算机、形式本体论

大国的崛起说到底还是数学竞争机制中的崛起——这里最有代表性的就是哥德巴赫猜想和庞加莱猜想的证明。我国从1966年由已故数学家陈景润宣布利用筛法完成了哥德巴赫猜想 $1+2$ 的证明中作出贡献, 呈展了一幅艰难壮丽历程的画卷。德国一位著名女作家在《青年马克思》一书中说, 马克思欣赏一个口号: “给宫廷以战争, 给茅舍以和平”。这是早期革命者认识的社会和谐的第一步, 其实这对科学研究也有启迪, 这就是: 给“天才”以悖论, 给群众以“高新”; 这里“天才”指类似“哥德尔计算机”式的人物; “高新”则指高新科学技术知识。徐迟先生的报告文学《哥德巴赫猜想》的宣传推动, 一定程度上就起到了在广大群众中普及高新科学技术知识的作用。

### 一、哥德巴赫猜想与生命计算机原理

著名数学家高斯, 在少年时就发现任意多项自然数列的求和公式: 是把该自然数列的头和尾项的数相加, 其中该数列的项数是偶数的, 就乘以这个项数的一半; 如果是奇数的, 就乘以这个项数的一半的整数再加上从头尾一一对应剩余的中间那一项, 则可得整个自然数列的和数。其实, 高斯发现的是一种“数列楼梯”现象, 类似一种“数环”链圈, 我们称为“高斯楼梯”, 它对证明哥德巴赫猜想很有帮助。

因为在正整数范围内, 对于任何一个偶数, 都能找到一对整数使其和等于该偶数。利用“高斯楼梯”, 可以找到全部等于该偶数的整数对。如果哥德巴赫猜想成立, 自然也在其中了。哥德巴赫猜想是: 任何不小于2的偶数, 都是两个素数之和。而证明哥德巴赫猜想要做的高斯楼梯: 是把任何不小于2的偶数的自然数列对折, 在第一个半列开头加个0,

使它与此偶数对齐; 然后在第二个半列开头重复加上这个偶数的一半的自然数, 使它与此第一个半列末尾的该偶数的一半的自然数对齐, 使偶数的一半与另一半一一对应, 那么此两数列对应的两个整数相加, 都等于这个偶数。这个“高斯楼梯”虽然多出了两项, 但这里不是对该偶数的自然数列求和, 也没关系; 但它却不会漏掉全部等于该偶数的整数对, 包括有时等于该偶数的两个相同的素数对, 对证明哥德巴赫猜想是非常必要的。

但高斯楼梯的“数环”链圈, 却不是哥德巴赫猜想所要求的“数环”链圈。哥德巴赫猜想的“数环”链圈是完全不能够因式分解的数环链圈, 即类似蒋春暄的“多体稳定性”素数定理。蒋春暄的“多体稳定性定理”运用到生命现象双螺旋结构的一些素数案例, 之所以不完备, 就是不能说明为什么这些素数不可以分解? 其实, 素数也是可以分解成许多整数的。素数不可分解, 是一种“约定”, 即是素数的定义规定的。离开了这种“约定”, 素数是可以分解的。所以哥德巴赫猜想证明对“高斯楼梯”的整改, 就是要按这种“约定”, 把大于2的自然数列范围内的两个最靠近的素数之间的合数去掉, 做成哥德巴赫猜想的“数环”链圈, 我们称为“哥德巴赫猜想楼梯”。所以“高斯楼梯”是“哥德巴赫猜想楼梯”的前提和基础; 把哥德巴赫猜想证明的方法交给群众去掌握、讨论, 就是要首先懂得什么是“哥德巴赫猜想楼梯”?

如果把大于2的自然数列范围内的两个最靠近的素数之间的合数去掉, 称为“空洞”或“空洞化”, 把这些合数的个数称为“空洞数”, 利用200000内的

素数表,可知  $1 \rightarrow 10$  内的最大空洞数是 3 (8、9、10),  $11 \rightarrow 100$  内的最大空洞数是 7 (90 至 96),  $101 \rightarrow 200$  内的最大空洞数是 13 (114 至 126); 而两个连续的素数 199967、199999 之间的空洞数是 31, ……等等。可见随着偶数的变大, 空洞数也在变大, 即使这种变大增长不快, 也没有规律可言, 然而正是由此, 它与庞加莱猜想和费尔马大定理等数学难题的证明不同。

庞加莱猜想和费尔马大定理等数学难题的证明, 是一种形式主义的可证或不可证类型的数学问题, 而哥德巴赫猜想是属于数理形式本体论中哥德尔计算机类型的既可证又不可证的数学问题。那些声称完备、充分的证明了哥德巴赫猜想的证明, 都可称为“哥德尔计算机”证明。而我们说哥德巴赫猜想类似生命计算机原理, 就是指 DNA 双螺旋结构类似的楼梯, 是一种“高斯楼梯”和“哥德巴赫猜想楼梯”的结合, 构成了一种动态的而不是静态的“楼梯”: 即偶数稍有变化, 其中“楼梯”左右两列的素数与素数、素数与合数、合数与合数的配对, 因移动交错而发生变化, 那么空洞数使素数的报废率也要发生变化。生命计算机原理就是在寻找这这间的哥德巴赫猜想所要求的“数环”链圈或交错的空洞数使素数的报废率达百分之百的数环链圈高斯楼梯。这是一种非常神奇的生命计算机和生命计算机网络的内部计算。

从个体生命来说, 计算机、大脑和心灵构成了一种类似的“哥德尔计算机”。著名数学物理学家彭罗斯曾援引哥德尔的不完备性定理, 说这不是一种“计算”。美国著名计算机学家马丁·戴维斯说: “图灵指出, 哥德尔定理仅仅适用于那些只生成真陈述的算法, 但没有一个数学家能够声称不会出错。我们都会犯错误! 因此, 哥德尔的定理无法防止把人类心灵的数学能力等同于一种能产生真陈述又能产生假陈述的算法过程。”而人类社会的历史也类似“哥德尔计算机”, 即人类社会的集体构成的网络也类似“哥德尔计算机”。

正是这些哥德尔计算机与哥德尔计算机网络, 解答着社会和科学的难题、悖论, 推动着社会和科学的进步。联系哥德巴赫猜想证明, 也许在特大值自然数列范围内的“空洞数”, 如果大得比类似  $33 \times 10$  的 8 次方的自然数值还大, “哥德巴赫猜想楼梯”可能不成立才可能成立。但这种情况也很小。如果陈景润的陈氏定理筛法, 是证明哥德巴赫猜想可能不成立, 那么也可以看出哥德巴赫猜想有半成立半不成立的数学特性----出在大值自然数到特大值自然数范围内的“空洞化”, 我们不能用做实验的方法来研究哥德巴赫猜想, 计算机算得再快, 也只能在有限时间内算有限个数; 不过, 在最好的计算机所能算到的范围之内, 哥德巴赫猜想全是对的, 这就

能让我们把无穷值的自然数和有限值的自然数分割开来, 也能把既可证又不可证合起来进行研究。

## 二、哥德巴赫猜想的一个简要证明

现在我们来谈哥德巴赫猜想的简要证明, 我们用的是反证法, 这种方法使用的计算是直接演示证明, 而不同于“哥德尔计算机”证明。这是用“高斯楼梯”检查左右两列的素数与素数、素数与合数、合数与合数的配对, 从因移动交错的空洞数使素数的报废率达百分之百是不存在的, 反证哥德巴赫猜想是成立的。

报废率 = (高斯楼梯内报废的素数个数/高斯楼梯内的素数总数)  $\times$  % (1)

以上是报废率公式, 按哥德巴赫猜想要求, 可从任意大偶数求哥德巴赫猜想不成立的偶数。下为题证:

### 1、以偶数“10”为例求证。

先做“高斯楼梯”的形式是:

$$\begin{array}{cccccc} 0 & \text{---} & 1 & \text{---} & 2 & \text{---} & 3 & \text{---} & 4 & \text{---} & 5 \\ | & & | & & | & & | & & | & & | \\ 10 & \text{---} & 9 & \text{---} & 8 & \text{---} & 7 & \text{---} & 6 & \text{---} & 5 \end{array}$$

这个偶数的“高斯楼梯”内的素数是 2、3、5、5、7, 素数总数是 5。符合哥德巴赫猜想的素数是 2 对:  $3+7$ ,  $5+5$ 。左右两列的空洞数使素数的报废数达 1 个:  $2+8$ 。报废率 = (报废数/素数总数)  $\times$  % =  $(1/5)\%$ 。如果哥德巴赫猜想不是类似哥德尔计算机的数理形式本体论揭示的, 数学证明不是形式主义的可证或不可证就能完备的问题, 那么哥德巴赫猜想是成立与否, 都会有类似数理形式本体论可计算性的公式、定律可寻。而可计算性的公式、定律的一些特征是成比例关系。如果哥德巴赫猜想不成立, 其中只要存在一个偶数的“高斯楼梯”左右两列的交错, 空洞数使素数的报废率达 100%, 哥德巴赫猜想即可被否定。设这个偶数为 X, 其计算演示:

$$10: 1/5 = X: 100 \quad (2)$$

$$X = 5 \times (10 \times 100)$$

$$X = 5000 \quad (3)$$

然而 5000 这个偶数, 却可以找到  $7+4993=5000$  这类一些素数对, 使哥德巴赫猜想成立。

### 2、以偶数“100”为例求证。

100 这个偶数做成“高斯楼梯”, 50 是左右两列正整数的分段处, 左列从下到上是 0 至 50, 素数是 15 个: 2、3、5、7、11、13、17、19、23、29、31、37、41、43、47; 其余是空洞数有 35 个。右列从上到下是 50 至 100, 素数是 10 个: 53、59、61、67、71、73、79、83、89、97; 其余是空洞数有 40 个。100 这个偶数列其间的素数总数是 25, 符合哥德巴

赫猜想的素数是 6 对: 3+97、11+89、17+83、29+71、41+59、47+53; 左右两列的空洞数使素数的报废数达 13 个: 2+98、5+95、7+93、9+91、11+99、13+87、19+81、23+77、27+73、31+69、37+63、39+61、43+57。报废率=(报废数/素数总数)×%=(13/25)%。如果哥德巴赫猜想不是类似哥德尔计算机的数理形式本体论揭示的, 数学证明不是形式主义的可证或不可证就能完备的问题, 那么哥德巴赫猜想是成立与否, 都会有类似数理形式本体论可计算性的公式、定律可寻。而可计算性的公式、定律的一些特征是成比例关系。如果哥德巴赫猜想不成立, 其中只要存在一个偶数的“高斯楼梯”左右两列的交错, 空洞数使素数的报废率达 100%, 哥德巴赫猜想即可被否定。设这个偶数为 X, 其计算演示:

$$100: 13/25=X: 100 \quad (4)$$

$$X=(100 \times 100 \times 25) / 13$$

$$X=19230.76932 \quad (5)$$

然而 19230.76932 是个小数, 连是偶数的条件都不符合, 所以哥德巴赫猜想成立。

### 3、以偶数“186”为例求证。

186 这个偶数做成“高斯楼梯”, 其间的素数总数是 42, 符合哥德巴赫猜想的素数是 13 对; 左右两列的空洞数使素数的报废数达 16 个: 2、3、11、17、31、41、43、53、61、67、71、101、109、131、137、151。报废率=(报废数/素数总数)×%=(16/42)%。如果哥德巴赫猜想不是类似哥德尔计算机的数理形式本体论揭示的, 数学证明不是形式主义的可证或不可证就能完备的问题, 那么哥德巴赫猜想是成立与否, 都会有类似数理形式本体论可计算性的公式、定律可寻。而可计算性的公式、定律的一些特征是成比例关系。如果哥德巴赫猜想不成立, 其中只要存在一个偶数的“高斯楼梯”左右两列的交错, 空洞数使素数的报废率达 100%, 哥德巴赫猜想即可被否定。设这个偶数为 X, 其计算演示:

$$186: 16/42=X: 100 \quad (6)$$

$$X=(186 \times 100 \times 42) / 16$$

$$X=48825 \quad (7)$$

然而 48825 是个奇数, 也是个合数, 与偶数和素数的条件都不符合, 所以哥德巴赫猜想成立。

以上的哥德巴赫猜想简要证明, 不是哥德巴赫猜想完备、充分的证明, 只是证明哥德巴赫猜想是属于哥德尔计算机类型的数学问题---即只要约定一些条件和方法, 该难题都可以解决。例如 1923 年, 著名数学家哈代和李特尔伍德宣布证明了“所有偶数都是两个素数之和”, 前提条件是广义黎曼猜想是正确的。我国老、中、青的专业分工的科学家和业余的科学爱好者中, “哥迷”之多, 宣布证明了或半证明了的多, 就是因为哥德巴赫猜想是属于哥德尔计算机数学证明问题---只要约定一种条件和

方法, 该猜想都可以解答或半解答。

### 三、哥德尔计算机证明个案再分析

库尔特·哥德尔 (Godel, 1906~1978) 是 20 世纪最伟大的数学家之一, 生于现捷克, 卒于普林斯顿。他在前人康托尔、罗素、希尔伯特等数学家工作的基础上, 用对角线方法等数学证明的哥德尔不完备定理, 是 20 世纪最具启发性的思想发现之一; “哥德尔计算机”概念正是从这里引开的。从哥德尔计算机概念出发, 哥德尔不完备性定理本身也不完备。证明是: 哥德尔定理指出, 在任何公理化形式系统中, 总存留着在定义该系统的公理基础上既不能证明也不能证伪的问题, 也就是说任何一个理论都有解决不了的问题。这是完全正确的。但在任何公理化形式系统中, 确有能解决并已解决了的问题, 这也是众所周知的, 但哥德尔不完备性定理却没有说明何为这种命题的判据。

哥德尔不完备性定理的不完备性, 还可以延伸进对科学实验是证明科学理论实在的公约产生不完备的置疑, 即实验检验的前提还存在环面空间与球面空间不同论的界面区别, 在球面空间实验检验成立的事情, 在环面空间检验就不一定成立。球面科学家把这种实验检验出现的区别, 仅仅归结为模式规范的变换, 这没有说到问题的实质, 它的实质是球面和环面界面的不对易。我们生活的球面空间仅是局域性空间, 环面才是一种全域性空间, 是超对称的。一些在局域性空间的实验证明和命题求证, 是可以完备的。人类正是籍助此才得以生存和发展, 也才一步步向全域性空间逼近认识。

有人说: 不了解哥德尔, 就不了解人类已达到的智力水平与人类智力奋斗的历程; 美国《时代》杂志评选出对 20 世纪思想产生重大影响的 100 人中, 哥德尔列为第 4---哥德尔的不完备性定理震撼了 20 世纪数学界的天空, 其数学意义颠覆了希尔伯特的形式化数学的宏伟计划, 其哲学意义直到 21 世纪的今天仍然不断被延伸到各个自然学科, 深刻影响着人们的思维。例如“哥德尔计算机”现象之一, 有类似人们常比喻的“鸡蛋里挑骨头”---你说鸡蛋里没有骨头, 他说鸡蛋里含有骨头的主要元素“钙”; 又类似俗话“常有理”---你说科学类似一棵大树, 他说这大树没有生长在中国, 是载在西方的, 所以要创新科学; 你认为这错了, 他却还有些道理。

其实哥德尔计算机现象, 哥德尔本人也存在: 哥德尔到美国很久却不是美国公民, 他的朋友爱因斯坦和摩根施特恩都关心他。1948 年哥德尔决定加入美国籍。按惯例, 这必须参加入籍考试, 而法官通常也是马马虎虎地检查当事人关于美国宪法的知识。懂行的人都知道, 这说一些赞同宪法的话问题就不大; 而哥德尔为入籍考试仔细研究美国宪法也无妨, 但他却以哥德尔计算机思维, 说美国宪法有

逻辑漏洞，弄得他的入籍证人爱因斯坦和摩根施特恩怕给入籍带来麻烦而紧张。幸运的是在面试时，法官简直被哥德尔有如此著名和杰出的见证人镇住了，一起努力让哥德尔安静下来，以免他继续就他的“发现”发表详细而冗长的谈话。

哥德巴赫猜想证明容易落入“根本不具体讨论有关的学术问题”的逻辑的哥德尔计算机推理指定。其实，只要用“高斯楼梯”和“哥德巴赫猜想楼梯”的学术，就可具体讨论。例如：

### 1、有证者 A 的前提条件是：

在素数 927961 前连续的奇合数的个数（空洞数）是最多的，但也只是增加到 45。素数不含真因数的特性而产生的“规律”是，以  $\log P$  (某素数) $x$  (该素数前所缺连续奇数的个数)在直角坐标系作图的类型是，“近似”一个急剧上升的光滑的双曲线的一支：以  $\log M$  (某偶数) $P$  (组成该偶数的两个素数中的最小者)在直角坐标系作图的类型是，“近似”一个急剧上升的光滑双曲线的一支。它们虽然并不能对“所有的”素数都成立，但是，正因为它们具体反映出因为素数不含真因数的特性而产生的“规律性”，因而这种“规律性”，是不会随素数或相应的偶数的增大而改变，而可使哥德巴赫猜想 (A) 得证！

### 2、证者 A 的具体方法论：

某素数  $M$  与其前邻的素数  $N$  间，若不缺，或仅缺 1 或 2 个奇数，则在该素数附近的“个各”连续的偶数，就都可分别由该素数附近的“个各”素数加素数 3、5 或 7 表达；缺少更多奇数的情况下，也都至少能找到 1 对素数之和等于相应的偶数。由于素数不含真因数的特性，各素数前所缺奇数，都是等于或大于 3，而且必然小于该素数除以其中最小的真因数 3 的两个或多个真因数的乘积。显然，对于给定的素数，其前连续满足这种条件的奇数的几率“必然”很有限。

因此，大于 3 的全部奇数中，连续地不是素数的个数，虽然会随奇数的增大，而有所增加，但是其增加的数值，必然是数量级地远小于素数本身数值的增大。随着偶数的增大，两个素数之和等于该偶数的素数中的最小者，也必然是数量级地远小于偶数本身数值的增大。因而，对于其间任意的偶数，都“必然”能容易地，至少找到 1 对素数之和等于它。这些由素数不含真因数的特性，分析得到的结论，已由 10 万以内的全部素数和相应的偶数间总结得到的客观规律所证实。

### 3、有人点评：

大偶数为头的自然数列中的素数不是很有规律。例如法国数学家马丁·梅森 1644 年证明  $n=2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 127$  时，“2 的  $n$  次方减 1”是素数。但是否存在有无限个梅森素数是个数论难题。一是梅森的研究曾出现 5 个错误，如  $n=67, 257$

不是素数，而  $n=61, 89, 107$  是素数。显然，要使梅森数是素数， $n$  本身必须是素数，但是反过来， $n$  是素数，梅森数却不一定是素数，例如虽然 11 是素数，可是  $n=11$  的梅森数  $2047=23 \times 89$  是合数。

证者 A 说，如果两个连续的素数  $M$ 、 $N$  之间的差不大于 5，也就是说，中间间隔的奇数不超过 3 个，那么  $M+3$ 、 $M+5$ 、 $M+7$ 、 $N+3$ 、 $N+5$ 、 $N+7$  等这 6 个数都是偶数，都等于两个素数的和，而且这里  $M+7$  等于（或大于） $N+1$ ，所以这些偶数是一组连续的偶数，都在“ $N$  附近”。这话证明的不是任何偶数都能表示为一对奇素数的和，而是任何情况下，两个相邻奇素数的“附近”，都能找到至少一对奇素数之和是偶数。按照这种的逻辑，行么？因为以下三个命题是根本不同的命题：

(1)对于任何大偶数，都能找到一对奇素数使其和等于该偶数；

(2)对于任何一对奇素数，都能找到一个偶数使它等于该对奇素数之和；

(3)总能找到一对奇素数使其和等于一个偶数。

而只有(1)才是要证明的“哥猜”，而(2)、(3)都不是。实际是，哥德巴赫猜想楼梯说明，一个偶数如果是一个素数的 2 倍，那么哥德巴赫猜想必然成立；如果除开是素数的 2 倍外的偶数，由于“高斯楼梯”左右两列的空洞数，存在交错；如果交错的空洞数使素数的报废率达百分之百，就能找到哥猜不成立的偶数；而只要求得一个大偶数，不能等于  $1+1$ ，哥德巴赫猜想即可被否定。

### 4、又有证者 B 的前提条件是：

用素数的报废率证明哥猜，先不说成立与否，先来再看一些“哥德尔计算机”的证明模规，这些方法是把模规数论分割成两论：小模规数论和大模规数论。证明哥德巴赫猜想成立的，多用的是小模规数论，它们打开素数大门的模规说来也简单，其方程类似：

$$\text{后素数} = \text{前素数} + (\text{空洞数} + 1) \quad (8)$$

除 2 之外，所有素数都是奇数，因此很明显大于 2 的两个相邻素数之间的最小可能间隔是 2。所谓孪生素数指的就是这种间隔为 2 的相邻素数，它们之间的距离已经近得不能再近了，就象孪生兄弟一样，所以称孪生素数。它们之间的间隔数 2 就是它的空洞数 1 加 1。所以有人推出多素数定理；原因是“空洞数”是一个不定数。其实 1849 年法国数学家就提出：对于任何偶数  $2k$ ，存在无穷多组以  $2k$  为间隔的素数。对于  $k=1$ ，这就是孪生素数猜想。

证者 B 说，正整数列中的“空洞”，就是他说的连续奇合数。由于素数的不连续性，最多在后区间只要有二个以上的素数存在，那么就一定会分割奇合数使其不能永远连续，也就是“空洞”必然是有限的。而他的填不满原理已经证明在后区间必然存在

着一定数量的素数。然而奇合数是由奇数（包括素数）与奇数做因子相乘得来的，最小的奇合数是9。以3这因数的奇合数是9, 15, 21, 27, 33…… $3+6n$ ，即从9开始，每隔6就出现一个含3因子的奇合数。因为奇数占自然数的一半，所以含3的奇合数占奇数总数的1/3, 占自然数总数的1/6；这是一支使素数报废的大军。以此类推，含5的奇合数是 $5+10n$ ，从15开始，即每隔10出现一个。因此含5的奇合数占全部奇数的2/11。但是含5的奇合数有一部份与含3的奇合数重复，即15, 45, 75, 105……即每隔两个就有一个重复，那么不重复的含5奇合数只有全部奇数的1/11，这是第二支使素数报废的大军。以此类推，含7的奇合数是 $7+14N$ ；从21起，每隔14出现一个，同样也有与含3的重复，又有与含5的重复，因此不重复的含7的奇合数总数为全部奇数的1/X，这是第三支使素数报废的大军。以此类推，含7, 含11, 含13……含任意素数的奇合数都是如此，分别为： $7+14n, 11+22n, 13+26n \dots s+2sn$ ，并且都是每隔2个数都有一个与含3的奇合数重复，每隔5个有一个与5重复，每隔7有一个与7重复……那么我们就可以得到奇合数占奇数总量的比例为 $1/3+1/11+1/X+\dots$ 的使素数报废的大军。

虽然由此可知奇合数的总量随着偶数的增大而增加，永远不可能等于奇数总量，余下的当然只能是素数，这里即使素数是无限的，奇合数也大于素数无限的总量；而奇合数就是“空洞化”的基础，从而可能证明哥猜不成立。因为在一定的区间内，虽然奇合数的数量有限，但在此列空缺处对偶的彼列必然产生素数，所以即使素数增加，由于这些奇合数不在同一边数列，素数仍然无法填满这些“空洞”；左右两列的这种对偶报废，永无止息，奇合数填不满奇数原理反而成了可能证明哥猜不成立的另一种解读。其次，填不满原理不能说明“空洞数”分布的规律。所谓“填不满原理已经证明在后区间必然存在着一定数量的素数”的说明，对哥猜成立并不管用。高斯楼梯使空洞数根本不怕孪生素数的分割，也不怕“空洞”必然有限，例如98这个偶数，左列的孪生素数：3, 5; 5, 7; 11, 13; 出马就被右列的95 (3+95)、93 (5+93)、91 (7+91)、87 (11+87)、85 (13+85) 报废；又如右列的孪生素数：71, 73，则就被左列的27 (27+71)、25 (25+73) 报废。后区间必然存在着一定数量的素数，根本大不过前区间空洞数的总和，这是必然的事实。

### 5、还有证者C的前提条件是：

证者C说，根据一定规则并针对偶数N组合而成的两个素数P与Q构成偶数N的一个素数对样本(简称样本)，每个样本的两个素数P与Q之和与N存在偏差 $\delta$ 。 $\delta$ 可能大于0，也可能等于0。素数定理表明每个大偶数N都有许多样

本。Q有相继素数差d，根据偶数N所有样本的误差 $d-\delta$ 和d的分布情况，建立偶数N的样本误差分布函数 $f(N,x)$ 和无偏样本分布函数 $g(N,x)$ 。

偶数N的每个样本中的素数P与对应素数Q的相继素数Q'之和等于比N大的某个偶数，以这种关系为依据，推导出不同偶数的样本分布函数之间的联系……这是公式“后素数=前素数+(空洞数+1)”的一个变种解读。即所谓“每个样本的两个素数P与Q之和与N存在偏差”，这类 $f(N,x)$ 和 $g(N,x)$ “空洞数”，也还不是找出规律的可简单的可计算的函数式。又如偶数与素数对的关系：若 $(N,r,s)=0$ ，则称素数对 $\{p[r], p[s]\}$ 为 $2N$ 的一个无偏样本， $2N$ 可表为素数 $p[r]$ 与 $p[s]$ 之和，否则就称其为 $2N$ 的一个有偏样本。记偶数 $2N$ 的样本总数为 $S(N)$ 。所谓“根据自然数区间 $[3, N]$ 内每个素数都可以唯一地确定 $2N$ 的一个素数对样本的先决条件”，但这不是说，已经先验地认为哥德巴赫猜想已证明了吗？

又如偏差 $(N,r,s)$ 与误差 $d[s]-?(N,r,s)$ ，这能说明什么？区间N到 $2N$ 有那么多的偶数，即使有的符合哥德巴赫猜想，但也可能有的不符合哥德巴赫猜想，偏差与误差怎么去筛选？说与 $p[s]$ 是“通过 $2N-p[r]$ 得到的唯一素数”的定义相矛盾，这只是说明那个唯一的素数的存在，并不能说明哥德巴赫猜想的复杂性。以98为例，既有19+79、31+67、37+61、47+51这种无偏样本，又有1+97、2+96、3+95、5+93、7+91、9+89、11+87、13+85、15+83、17+81、23+75、25+73、27+71、29+69、39+59、41+57、43+55、45+53这种误差样本，还有21+77等这种双奇合数样本。所谓“若素数对 $\{p[r], p[s]\}$ 是偶数 $2N$ 的样本，且误差为 $2x$ ，那么，素数对 $\{p[r], p[s+1]\}$ 一定是偶数 $2(N+x)$ 的无偏样本”定理，其假设“且误差为 $2x$ ”，已是一种特定的偶数假设，违反奇合数也是一种存在。所以证明推导： $p[r]+p[s+1]=p[r]+p[s]+d[s]=p[r]+p[s]+?(N,r,s)+2x=2N+2x=2(N+x)$ ；上式表明素数对 $\{p[r], p[s+1]\}$ 一定是偶数 $2(N+x)$ 的无偏样本，说服力不强。并且它不能以如与2的24036583次方、2的25964951次方、2的30402457次方、2的32582657次方等接近梅森素数的大偶数作检验？

所谓素数分割原理，据说是由于不可能有3个以上素数相连，而素数又有一定的数量，因此素数必然要分割奇合数，使其不能无限连续。这会使证明哥猜就简单了吗？这里对于任意偶数F的“高斯楼梯”，可以分成 $(0, F/2)$ 和 $(F/2, F)$ 两个区间。前后区间中都有总量相同的奇数和偶数，在后区间 $F/2$ 到F之间，小于F的奇合数，必然是由小于F的奇数(包括素数)做为因子构成的，其中最小

的因数是 3；对于 3 来说，另一个最大的因数必然是小于  $F/3$  的最大奇数，最小因数必然是大于  $F/6$  的最小奇数，奇合数的数量必然小于奇数总量，剩下的必然是素数。后区间奇数总量为  $F/4$ ，奇合数不合能填满后区间的奇数位置，这种必然，只能说明有一定的数量的素数存在外，一点用处也没有。因为奇数中的奇合数和素数的数量不相等，素数的分割只占少量，再加上前后区间组成偶  $F$  的相对数在奇合与奇合和奇合与素数相加之后，必然还有素数剩余只是一种猜想；即使有素+素存在，是必然的哥德巴赫猜想的证明，但它并没有排除完空洞数使素数的报废率达百分之百这种使哥猜不成立的情况。

#### 四、哥德尔计算机策略

非欧几何的诞生以及它与欧几里德集合的相对一致性，更进一步的是集合论悖论的发现使数学家发现了两类必须去做的工作，一是电子计算机到量子计算机的制造，一是哥德尔计算机的逻辑与数学认识。希尔伯特方案的基础是一套形式系统方法。所谓形式系统方法就是只考虑符号的种类，符号的排列以及从符号序列到符号序列的变形而不考虑它们的意义的一种方法。之所以可以抽象地考虑这样的框架，这是有弗雷格与罗素的工作在前面垫底的。哥德尔计算机揭示了形式系统的局限性，从而也揭示了机器代替人类思维的局限性。但这只是问题的一个方面，而更重要的一个方面在于，正是希尔伯特的形式系统方法引导哥德尔计算机证明了没有形式系统的方法，我们就没有一条路径去得出：从电子计算机到哥德尔计算机说明，已有的理论与方法哪个没有局限性，但通过对其局限性作出如此确定的结论的理论与方法又有几个----为此，发现科学之树从树干到顶尖的主流科学，人类智力跋涉的艰难旅途上已走得那么遥远，其数理逻辑形式系统方法学问是那么的美妙，类似目前顶尖元数学物理学的标准模型----超弦理论、环量子理论、大暴胀宇宙论和膜宇宙论是那么的有生命力，其深远意义与电子计算机和量子计算机一致，至今还在被人们慢慢理解。

然而在老、中、青的专业分工的科学家中，而不单纯在业余的科学爱好者中，也有那么多人声称电磁场理论、狭义相对论与广义相对论、规范场量子论、大爆炸宇宙论、弦论、非平衡热力学、微分几何、拓扑学、约定论、公理化方法、假设方法等等现代科学知识都有问题，不能说他们的批驳都搞错了。如果我们依然相信他们的知识的确性，那么形形色色关于挑战科学的知识确定性就只能来源于哥德尔计算机类型，才能作哲学理论的解释，或者他们的存活方式已被哥德尔计算机问题深深影响过。

人类社会上亿万人在同一时期、同一地区都走入哥德尔计算机胡同的现象，不是不存在，这不是

“个人”的责任，只能说明这是一种自然的内禀现象。其实，已过去的人类社会历史、已过去的自然环境历史，都是社会、自然的哥德尔计算机和哥德尔计算机网络合力作出的结果，无所谓对与错。现存的宇宙，哥德尔计算机和哥德尔计算机网络也在起作用。研究哥德尔计算机和哥德尔计算机策略，我们的结论是，有时减少哥德尔计算机胡同现象的比例是恰当的。其次，哥德尔计算机策略应是，电子计算机和哥德尔计算机两手都要抓好，这有一个参考范式，就是霍金范式。

例如 2002 年和 2002 年霍金不远万里来到我国，在万人大会上煞有介事地讲他研究的弦理论、膜理论，但他又说，他怀疑他的理论能否成功。又如他在《时间简史》开篇第一章讲“乌龟塔”和“俄罗斯套娃”一类没有极限的宇宙图景不对，但该章后面他又说他关于宇宙有极限的图景，也可能像“乌龟塔”那般荒唐可笑；《时间简史》的最后，霍金先说到他发现的“终极理论”应看作是是人类理智的共同胜利，但后来他又说这是一种“傻瓜”理论。2004 年 7 月 15 日霍金在英国广播公司的电视节目中，表达承认他的黑洞理论有误的想法；7 月 21 日霍金在都柏林第 17 次广义相对论研讨会上宣布，他已能对黑洞信息悖论做出圆满的解释，他说：“随着时间的推移，黑洞是可以‘重新开放’的，从而释放出落入其中的信息，然而这一模式是在他以前未能想到的。”报道还说，霍金的这一新理论要到当年 8 月份才在杂志上公开发表。但 2004 年 8 月已早过，霍金并未发表论文阐释其理论的具体数学推演步骤，也没有人从数理演算纠正他的这一“错误”----因为类似所谓的霍金承认黑洞理论有误，只类似是“死人”在“天堂”或“阴曹”里的信息，你说它丢失也好，你说它不丢失也好；你说它有意义也好，你说它没有意义也好，其实质是一致的。

霍金的哥德尔计算机策略两手范式，使他在科学之树的顶尖长得更高，而把其他一手范式的哥德尔计算机甩得离树干更远，成为名副其实的树枝科学----纯批判科学或叫挑战科学、讨论科学。这是一个值得警惕的哥德尔计算机胡同现象。

#### Reference 参考文献:

- 1 陈景润，初等数论，科学出版社，1978 年 12 月；
- 2 李文林，数学史概论，高等教育出版社，2005 年 4 月；
- 3 [美]马丁·戴维斯，逻辑的引擎，张卜天译，湖南科技出版社，2005 年 5 月；
- 4 薛晓舟，量子真空物理导引，科学出版社，2005 年 8 月。

(发表于《成都大学学报》2008年第12期)

## 哥德巴赫猜想简要证明与哥德尔

王德奎

(四川绵阳日报社, 四川绵阳, 621000)

摘要: 该文不是哥德巴赫猜想完备、充分的证明, 而是想把哥德巴赫猜想证明的方法交给群众去掌握、讨论。该证明揭示了哥德巴赫猜想是属于哥德尔计算机类型的既可证又不可证的数学问题, 而不是可证或不可证类型的一般逻辑推理问题。

关键词: 偶数、素数、报废率、哥德尔计算机

### 一、前言

库尔特·哥德尔(Gödel, 1906~1978)是20世纪最伟大的数学家之一, 生于现捷克, 卒于普林斯顿。他在前人康托尔、罗素、希尔伯特等数学家工作的基础上, 用对角线方法等数学证明的哥德尔定理, 是20世纪最具启发性的思想发现之一; “哥德尔计算机”概念正是从这里引开的。

哥德尔定理指出, 在任何公理化形式系统中, 总存留着在定义该系统的公理基础上既不能证明也不能证伪的问题, 也就是说任何一个理论都有解决不了的问题。这是完全正确的。但在任何公理化形式系统中, 确有能解决并已解决了的问题, 这也是众所周知的。但哥德尔定理却没有说明何为这种命题的判据。

哥德尔定理的不完备性, 还可以延伸进对科学实验是证明科学理论实在的公约, 产生不完备的置疑。即实验检验的前提还存在环面空间与球面空间不同论的界面区别; 在球面空间实验检验成立的事情, 在环面空间检验就不一定成立。球面科学家把这种实验检验出现的区别, 仅仅归结为模式规范的变换, 这没有说到问题的实质, 它的实质是球面和环面界面的不对易。我们生活的球面空间仅是局域性空间, 环面才是一种全域性空间, 是超对称的。一些在局域性空间的实验证明和命题求证, 是可以完备的。人类正是藉助此才得以生存和发展, 也才一步步向全域性空间逼近认识。

人类社会已过去的历史、自然环境已过去的历史, 都是社会、自然的哥德尔计算机和哥德尔计算机网络合力作出的结果, 无所谓对与错。现存的宇宙, 哥德尔计算机和哥德尔计算机网络也在起作用。正是这些哥德尔计算机与哥德尔计算机网络, 解答着社会和科学的难题、悖论, 推动着社会和科学的进步。

### 二、高斯楼梯与哥德巴赫猜想楼梯

把哥德尔计算机联系哥德巴赫猜想证明, 是因为也许在特大值的自然数列范围内, 如果“空洞数”大得比类似 $33 \times 10$ 的8次方的自然数值还大, “哥德巴赫猜想楼梯”不成立, 才可能成立。但这种情况也很小。

所以说, 如果陈景润的陈氏定理筛法, 是证明哥德巴赫猜想可能不成立, 那么也可以看出哥德巴赫猜想有半成立半不成立的数学哥德尔计算机特性---在大值自然数到特大值自然数范围内出现的“空洞化”, 不能用做“实验”的方法来研究哥德巴赫猜想。因为计算机算得再快, 也只能在有限时间内算得有限个数---在这种最好的计算机所能算到的范围之内, 哥德巴赫猜想全是对的, 于是这就能让我们, 把无穷值的自然数和有限值的自然数分割开来, 进行合起来研究, 得出既可证又不可证的哥德尔计算机特性。

这里所指的“空洞化”, 来源于高斯楼梯与哥德巴赫猜想楼梯的筛法。所谓高斯楼梯, 指著名数学家高斯在少年时, 就发现的任意多项自然数列的求和公式方法。即他是把该自然数列的头和尾项的数相加, 其中该数列的项数是偶数的, 就乘以这个项数的一半; 如果是奇数的, 就乘以这个项数的一半的整数再加上从头尾一一对应剩余的中间那一项, 则可得整个自然数列的和数。我们把这种类似楼梯的“数链圈”, 称为“高斯楼梯”, 它对证明哥德巴赫猜想很有帮助。

哥德巴赫猜想楼梯是从高斯发现的这种“数列楼梯”现象产生的延伸, 因为在正整数范围内, 对于任何一个偶数, 都能找到一对整数使其和等于该偶数。如利用“高斯楼梯”, 可以找到全部等于该偶数的整数对。如果哥德巴赫猜想成立, 自然也在其中了。哥德巴赫猜想是: 任何不小于2的偶数, 都是两个素数之和。而证明哥德巴赫猜想要做的哥德巴赫猜想楼梯是: 把任何不小于2的偶数的自然数列对折, 在第一个半列开头加个0, 使它与此偶数对齐; 然后在第二个半列开头重复加上这个偶数一半的自然数, 使它与此第一个半列末尾的该偶数一半的自然数对齐, 使偶数的一半与另一半一一对应, 并且不漏掉等于该偶数的两个相同的素数, 这是哥德巴赫猜想楼梯不同于高斯楼梯的地方。

哥德巴赫猜想楼梯使这种两半数列对应的两个整数相加, 都等于这个偶数。这个类似的“高斯楼梯”虽然多出了两项, 但这里不是对该偶数的自然数列求和, 也没关系, 但它却不会漏掉全部等于该偶数的整数对, 包括有时等于该偶数的两个相同的素数对, 对证明哥德巴赫猜想是非常必要的。

用哥德巴赫猜想楼梯证明哥德巴赫猜想的进步, 就是使其“空洞化”。例如把大于2的偶数自然数列范围内的哥德巴赫猜想楼梯中, 除是素数对

之外的整数对之间的连线去掉，即把两个最靠近的素数对之间的合数对和素数与合数结对之间的连线去掉，我们称之为“空洞”或“空洞化”，把在单边半数列中去掉这些合数和素数的连线的个数称为“空洞数”。那么，利用 200000 内的素数表，可知  $1 \rightarrow 10$  内的最大空洞数是 3 (8、9、10)， $11 \rightarrow 100$  内的最大空洞数是 7 (90 至 96)， $101 \rightarrow 200$  内的最大空洞数是 13 (114 至 126)；而两个连续的素数 199967、199999 之间的空洞数是 31，……等等。可见随着偶数的变大，空洞数也在变大，即使这种变大增长不快，也没有规律可言，然而正是由此，它与庞加莱猜想和费尔马大定理等数学难题的证明不同。

庞加莱猜想和费尔马大定理等数学难题的证明，是一种可证或不可证类型的一般逻辑推理数学问题，而哥德巴赫猜想是属于哥德尔计算机类型的既可证又不可证数学问题。到目前为止所有那些声称完备或充分证明了哥德巴赫猜想的证明，都可称为还是“哥德尔计算机”类型的证明。

我们说哥德巴赫猜想类似生命计算机原理，是指 DNA 双螺旋结构类似的楼梯，一种“高斯楼梯”和“哥德巴赫猜想楼梯”类似的结合，构成了一种动态的而不是静态的“楼梯”：即偶数稍有变化，其中“楼梯”左右两列的素数与素数、素数与合数、合数与合数的配对，因移动交错而发生变化，那么空洞数使素数的报废率也要发生变化。生命计算机原理就是在寻找这其间的哥德巴赫猜想所要求的“数环”链圈或交错的空洞数，使素数的报废率达百分之百的数环链圈哥德巴赫猜想楼梯。这是一种非常神奇的生命计算机和生命计算机网络的内部计算。

### 三、哥德巴赫猜想的一个简要证明

现在我们来谈哥德巴赫猜想的简要证明，我们用的是反证法，这种方法使用的计算是直接演示证明，而不同于“哥德尔计算机”证明。这是用哥德巴赫猜想楼梯检查左右两列的素数与素数、素数与合数、合数与合数的配对，从因移动交错的空洞数使素数的报废率达百分之百是不存在的，反证哥德巴赫猜想是成立的。

报废率 = (哥德巴赫猜想楼梯内报废的素数个数 / 哥德巴赫

猜想楼梯内的素数总数)  $\times$  % (1)

以上是报废率公式，按哥德巴赫猜想要求，可从任意大的偶数求找哥德巴赫猜想不成立的偶数。题证：

#### 1、以偶数“10”为例求证。

先做“哥德巴赫猜想楼梯”的形式是：

```
0--1--2--3--4--5
  I  I  I  I  I  I
10--9--8--7--6--5
```

这个偶数的“哥德巴赫猜想楼梯”内的素数是 2、

3、5、5、7，素数总数是 5。符合哥德巴赫猜想的素数是 2 对：3+7，5+5。左右两列的空洞数使素数的报废数达 1 个：2+8。报废率 = (报废数 / 素数总数)  $\times$  % = (1/5) %。如果哥德巴赫猜想不是类似哥德尔计算机揭示的数学证明，即不是可证或不可证就能完备的问题，那么哥德巴赫猜想是成立与否，都会有类似一般逻辑推理的可计算性的公式、定律可寻。而可计算性的公式、定律的一些特征是成比例关系。如果哥德巴赫猜想不成立，其中只要存在一个偶数的“哥德巴赫猜想楼梯”左右两列的交错，空洞数使素数的报废率达 100%，哥德巴赫猜想即可被否定。

设这个偶数为 X，其计算演示：

$$10: 1/5=X: 100 \quad (2)$$

$$X=5 \times (10 \times 100)$$

$$X=5000 \quad (3)$$

然而 5000 这个偶数，却可以找到  $7+4993=5000$  这类一些素数对，使哥德巴赫猜想成立。

#### 2、以偶数“100”为例求证。

100 这个偶数做成“哥德巴赫猜想楼梯”，50 是左右两列正整数的分段处，左列从下到上是 0 至 50，素数是 15 个：2、3、5、7、11、13、17、19、23、29、31、37、41、43、47；其余是空洞数有 35 个。右列从上到下是 50 至 100，素数是 10 个：53、59、61、67、71、73、79、83、89、97；其余是空洞数有 40 个。100 这个偶数列其间的素数总数是 25，符合哥德巴赫猜想的素数是 6 对：3+97、11+89、17+83、29+71、41+59、47+53；左右两列的空洞数使素数的报废数达 13 个：2+98、5+95、7+93、9+91、11+99、13+87、19+81、23+77、27+73、31+69、37+63、39+61、43+57。报废率 = (报废数 / 素数总数)  $\times$  % = (13/25) %。如果哥德巴赫猜想不是类似哥德尔计算机揭示的数学证明，即不是可证或不可证就能完备的问题，那么哥德巴赫猜想是成立与否，都会有类似一般逻辑推理的可计算性的公式、定律可寻。而可计算性的公式、定律的一些特征是成比例关系。如果哥德巴赫猜想不成立，其中只要存在一个偶数的“哥德巴赫猜想楼梯”左右两列的交错，空洞数使素数的报废率达 100%，哥德巴赫猜想即可被否定。

设这个偶数为 X，其计算演示：

$$100: 13/25=X: 100 \quad (4)$$

$$X=(100 \times 100 \times 25) / 13$$

$$X=19230.76932 \quad (5)$$

然而 19230.76932 是个小数，连是偶数的条件都不符合，所以哥德巴赫猜想成立。

#### 3、以偶数“186”为例求证。

186 这个偶数做成“哥德巴赫猜想楼梯”，其间的素数总数是 42，符合哥德巴赫猜想的素数是 13 对；左右两列的空洞数使素数的报废数达 16 个：2、3、11、17、31、41、43、53、61、67、71、101、



109、131、137、151。报废率=(报废数/素数总数) $\times\%$ =(16/42)%。如果哥德巴赫猜想不是类似哥德尔计算机揭示的数学证明,即不是可证或不可证就能完备的问题,那么哥德巴赫猜想是成立与否,都会有类似一般逻辑推理的可计算性的公式、定律可寻。而可计算性的公式、定律的一些特征是成比例关系。如果哥德巴赫猜想不成立,其中只要存在一个偶数的“哥德巴赫猜想楼梯”左右两列的交错,空洞数使素数的报废率达100%,哥德巴赫猜想即可被否定。

设这个偶数为X,其计算演示:

$$186: 16/42=X: 100 \quad (6)$$

$$X=(186\times 100\times 42)/16$$

$$X=48825 \quad (7)$$

然而48825是个奇数,也是个合数,与偶数和素数的条件都不符合,所以哥德巴赫猜想成立。

以上的哥德巴赫猜想简要证明,不是哥德巴赫猜想完备、充分的证明,只是证明哥德巴赫猜想是属于哥德尔计算机类型的数学问题---即只要约定一些条件和方法,该难题都可以解决。例如1923年,著名数学家哈代和李特尔伍德宣布证明了“所有偶数都是两个素数之和”,前提条件是广义黎曼猜想是正确的。我国老、中、青的专业分工的科学家和业余的科学爱好者中,“哥迷”之多,宣布证明了或半证明了之多,就是因为哥德巴赫猜想是属于哥德尔计算机数学证明问题---只要约定一种条件和方法,该猜想都可以解答或半解答。

#### Reference 参考文献:

- 1 陈景润,初等数论,科学出版社,1978年12月;
- 2 李文林,数学史概论,高等教育出版社,2005年4月;
- 3 [美]马丁·戴维斯,逻辑的引擎,张卜天译,湖南科技出版社,2005年5月;
- 4 薛晓舟,量子真空物理导引,科学出版社,2005年8月。

### 哥德巴赫猜想楼梯可能不成立

曾富

自然数列或正整数列中的偶数,都可以包括在“2的n次方”的公式中,其n为正整数。任何偶数,都可以表示成是两个自然数之和;而其等式的个数,就是这个偶数的一半。由此可以做成一种“数列楼梯”状。即把任何偶数从1到它为止写成自然数列,然后把该自然数列对折成两列,使“2的n次方减1”

这数与这个自然数列开头的1对齐,为了使两列自然数包括所有的两个自然数之和等于这个偶数,我们在第一个半列自然数列开头加个0,使它此偶数对齐;然后在第二个半列自然数列开头重复加个这个偶数的一半的自然数,使它此第一个半列自然数列末尾的该偶数的一半的自然数对齐,使偶数的一半与另一半对应,这个偶数的“数列楼梯”就做成了。

素数也叫质数,是只能被自己和1整除的数,例如2、3、5、7、11等。2500年前,希腊数学家欧几里德证明了素数是无限的,并提出少量素数可写成“2的n次方减1”的形式,这里n也是一个素数。但“2的n次方减1”的方法不全对,其次也会漏掉很多素数。用当代语言来叙述,哥德巴赫猜想有两个内容,第一部分叫做奇数的猜想,第二部分叫做偶数的猜想。奇数的猜想指出,任何一个大于或等于7的奇数都是三个素数的和。偶数的猜想是说,大于或等于4的偶数一定是两个素数的和。相对来讲,奇数的猜想比较容易,因为它是偶数的猜想的推论。如果每个大偶数都能写成两个素数之和,那么我们就能够证明任何大奇数都是三个素数之和,因为任何奇数减去3都是一个偶数。

如果把大于4的自然数列范围内的两个最靠近的奇素数之间的复合数称为“空洞”,把这些复合数的个数称为“空洞数”,利用5000内的素数表,可知1→10内的最大“空洞数”是3;11→100内的最大“空洞数”是7;101→1000内的最大“空洞数”是12;1001→5000内的最大“空洞数”是30,……等等,即“空洞数”在变大。任何不小于6的偶数,都是两个奇质数之和的哥德巴赫猜想,实际类似寻找“哥德巴赫猜想楼梯”。即把任何不小于6的偶数的自然数列对折,在第一个半列自然数列开头加个0,使它与此偶数对齐;然后在第二个半列自然数列开头重复加个这个偶数的一半的自然数,使它与此第一个半列自然数列末尾的该偶数的一半的自然数对齐,使偶数的一半与另一半对应,那么此两数列对应的两个整数相加,都等于这个偶数。在此基础上,把这其中所有的复合数对应的偶数都去掉,即“空洞化”,还有一些对应的两个奇素数之和等于这个偶数,这就是所属的“哥德巴赫猜想楼梯”。

关于偶数的哥德巴赫猜想到现在都没有得到证明。但是,数学家们从四个途径:殆素数,例外集合,小变量的三素数定理以及几乎哥德巴赫问题,逼近这个猜想,并且取得了辉煌的成就。人们证明发现,在 $33\times 10$ 的8次方的大值自然数范围内,哥德巴赫猜想都是成立的。即“哥德巴赫猜想楼梯”都是成立的。由于陈景润的贡献,人类距离哥德巴赫猜想的最后结果“1+1”仅有一步之遥了。但要想证明“1+1”,必须当偶数 $6 < N \rightarrow \infty$ (准确的应是 $6 \leq N \rightarrow \infty$ ,表示N的取值范围是在6与趋向

$\infty$  之间, 小于 6 的数不在“哥德巴赫猜想”范围之内), 而  $N \rightarrow \infty$  说明  $N$  逐步在向  $\infty$  靠近, 靠近则说明不到, 不到则说明在此存在一定的区间, 能说清楚这个区间的偶数做成的“哥德巴赫猜想楼梯”一定成立吗? 不能!

这个数学证明我难以在网上描述, 但是哲理我却可以讲一讲。即所谓打开素数大门, 类似少量素数可写成“2 的  $n$  次方减 1”的形式, 这里  $n$  也是一个素数描述的函数式, 不存在或还没有找到。因为这个函数式说的哥德巴赫猜想, 即使在大值自然数范围内是成立的---这个大值自然数类似  $33 \times 10$  的 8 次方内的自然数; 但哥德巴赫猜想是包括大值自然数和特大值自然数的。特大值自然数类似趋于无穷大。在特大值自然数范围内哥德巴赫猜想难于成立的原因是, 素数个数稀少化。即类似空洞化, 指在特大值自然数范围内找一个素数很难。

打个比方说, 把整个宇宙对应自然数列, 那么大值自然数列就类似对应我们银河系中的太阳系, 等于或大于 4 的偶数一定是两个素数的和, 就类似对应我们太阳系发现的恒星, 行星, 卫星和矮行星的定义, 例如, 行星是在恒星引力的作用下围绕着恒星的中心, 自转和公转作向心运动的不发光和不发热的星球和天体的规律 (2006 年 8 月 24 日国际天文学联合会大会放弃将冥王星之外的太阳系八大行星称为“经典行星”的说法, 从而确认太阳系只有水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星、和海王星这 8 颗行星。而冥王星被降级为入“矮行星”; 矮行星的椭圆形轨道一是与太阳系中水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星、海王星在同一运行轨道平面成一定的夹角, 二是它的质量比八大行星都偏小); 这个规律, 是否在我们的银河系之外的宇宙也成立呢? 在我们的银河系之外的宇宙有星系、星系团, 类似对应特大值自然数列范围内的素数, 但这类素数是否也遵守我们太阳系发现的恒星, 行星, 卫星和矮行星定义的规律现象呢? 众所周知是不全遵守的。这就是特大值自然数到大值自然数范围内的“空洞化”, 也许会使得这范围内有的偶数, 很难找到两个特大值自然数列范围内的素数的和, 等于这个偶数。

哥德巴赫猜想来源于  $6 = 3 + 3, 8 = 3 + 5, 10 = 5 + 5 = 3 + 7, 12 = 5 + 7, 14 = 7 + 7 = 3 + 11, 16 = 5 + 11, 18 = 5 + 13, \dots$  等等的启发。当然这个数学证明是很复杂的。但道理很简单, 就是要证明类似  $33 \times 10$  的 8 次方以上的自然数列中的素数, 仍类似小值自然数列范围内的素数一样, “空洞化”或“空洞数”不能太大。但这又和在特大值自然数范围内找一个素数很难相矛盾。其次, 要证明类似这种“空洞化”形成的素数“断层”, 不能在特大值自然数列范围内找到两个素数, 其和等于特大值自然数到大值自然数范围内的某个偶数。如果说 1966 年陈景润先生在

《科学通报》上登的 1+2 证明的命题, 是哥德巴赫猜想的一个封顶证明。虽然这个封顶证明直到 1973 年《中国科学》复刊之后, 陈先生 1+2 证明的全文才得以发表, 但直到现在 1+2 还是最好的结果。通常都简称这个结果为大偶数可表示为“1 + 2”的形式, 即目前称为陈氏定理最佳的结果是陈景润于 1966 年证明的: “任何充分大的偶数都是一个质数与一个自然数之和, 而后者仅仅是两个质数的乘积。”而不是“任何一个足够大的偶数, 都可以表示成两个数之和, 而这两个数中的一个就是奇质数, 另一个则是两个奇质数的和。”因为两个奇质数的和必然是偶数, 奇质数加偶数必然是奇数, 所以一个足够大的偶数, 都可以表示成奇质数加偶数必然是错的。

有人认为, 再用筛法去证明 1+1 几乎是不可能的, 所以, 哈伯斯坦(H. Halberstam)与里切特(H. E. Richert)在他们的名著《筛法》(Sieve Methods)的最后一章指出: “陈氏定理是所有筛法理论的光辉顶点。”当然也有人指出, 只要发展出革命性的新方法, 就有可能证明 1+1。但这类说, 用发展出革命性的新方法, 就可以证明整个宇宙都遵守我们太阳系发现的恒星, 行星, 卫星和矮行星定义的规律现象一样。然而哥德巴赫猜想可能不成立, 也许是陈氏定理的筛法理论已证明了的事实。即任何一个特大值自然数列范围内的偶数, 总可以分割为两部分: 一部分是最接近这个特大值自然数范围内的偶数的素数, 那么另一部分就是这个特大值自然数范围内的偶数减去接近这个特大值自然数范围内的偶数的素数这个差数。如果这个差数是素数, 自然是对哥德巴赫猜想成立的说明, 所以这个差数是除开素数外的必定是属于大值自然数范围内的奇数。

如果把陈景润的 1+2 证明中的“1”对应最接近这个特大值自然数范围内的偶数的素数, 把陈景润的 1+2 证明中的“2”对应这个特大值自然数范围内的偶数减去接近这个特大值自然数范围内的偶数的素数的差数---这个属于大值自然数范围内的除开素数外的奇数, 必定是复合数, 如  $3 \times 3 = 9, 3 \times 5 = 15, 3 \times 7 = 21, 3 \times 9 = 27 \dots$  反过来  $9 = 2 + 7, 15 = 2 + 13, 21 = 2 + 19, 27 = 2 + 25, 25$  却不是一个素数, 而是一个复合数。

17 世纪的法国教士马丁·梅森研究形状为“2 的  $n$  次方减 1”的素数, 这里  $n$  也是一个素数, 1644 年他证明  $n = 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 127$  时, “2 的  $n$  次方减 1”是素数。因此后人将“2 的  $n$  次方减 1”形式的素数称为梅森素数。是否存在有无限个梅森素数也是个数论难题。一是梅森的研究曾出现 5 个错误, 如  $n = 67, 257$  不是素数, 而  $n = 61, 89, 107$  是素数。

显然, 要使梅森数是素数,  $n$  本身必须是素数, 但是反过来,  $n$  是素数, 梅森数却不一定是素数,

例如虽然 11 是素数，可是  $n=11$  的梅森数  $2047=23 \times 89$  是合数。数学爱好者们用自己的家用台式电脑加入了“因特网梅森素数大搜索”，美国一位数学爱好者发现的第 41 个梅森素数共有 7 百万位，可写成 2 的 24036583 次方减 1。德国一名数学爱好者发现的第 42 个梅森素数有 780 多万位，可写成 2 的 25964951 次方减 1。第 43 个梅森素数是 2 的 30402457 次方减 1。时至今日，美国数学家发现了已知的最大梅森素数，该素数为 2 的 32582657 次方减 1；它有 9808358 位数，是第 44 个梅森素数。而这前 18 个梅森素数是

$n=2,3,5,7,13,17,19,31,61,89,107,127,521,607,1279,2203,2281,3217$  时的“2 的  $n$  次方减 1”的素数。

梅森素数用软件来寻找，是 1999 年由沃特曼和库洛夫斯基共同编写的一个分布在因特网上的应用软件，目前世界上有 150 多个国家和地区近 12 万人参加了这一国际合作项目并动用 28 万多台计算机联网来进行网格计算，共同使用这个软件来寻找这种被称为梅森素数类型的素数。在这个行列中，有人检验完三个指数，结果都不是素数；而每检验一个指数，大约需要 60 天，当然指数越大时间越长。这个软件的客户端是一个后台运行的程序，只要你一开机，它就自动运行在后台，对于你的正常工作毫不影响，现在这个软件已经到了第 9 版以上。但此事也说明，梅森素数方法不能用来检查特大值自然数列范围内的“空洞数”的大小。

1、有人说：“有限到无限不再是量的变化，而是质的变化”。这句话是正确的。但联系哥德巴赫猜想楼梯，若以  $1 \rightarrow 10$  内的最大“空洞数”是 3； $11 \rightarrow 100$  内的最大“空洞数”是 8； $101 \rightarrow 1000$  内的最大“空洞数”是 12； $1001 \rightarrow 5000$  内的最大“空洞数”是 30，……等等，即以“空洞数”在变大的“量”，推出的结论特大值自然数列范围内的“空洞数”也在变大，去适应“质的变化”，也不对；因为这样说它不成立，也是想当然。即正反都需要严密的逻辑推理。“哥德巴赫猜想楼梯”的双向或双筛筛法表达式中，当能取得一整数对表一偶数可为两素数之和，这不是一个偶数域中所有偶数均可表为两素数之和。

2、这里要注意逻辑悖论。有人说，逻辑思维就是抠字眼。陈景润以来的 40 年，人们一直在寻求证明在  $N \rightarrow \infty$  之间依然使“哥德巴赫猜想楼梯”成立的途径；但所有宣告证明的“哥德巴赫猜想楼梯”，都仍是“小楼梯”，没有证明“大楼梯”。例如， $N=\infty$  符合逻辑吗？即严格地说，无论你怎么证得在  $6 \rightarrow N$  之间“哥德巴赫猜想”成立，但你也无法证得在  $N \rightarrow \infty$  之间“哥德巴赫猜想”依然成立，它只说明“哥德巴赫猜想”可能成立，而不能证明“哥德巴赫猜想”成立。

因为当  $N \rightarrow \infty$  时， $N$  与  $\infty$  之间的距离理解为无穷小不行，至少应给出论证，即  $N$  与  $\infty$  之间

不存在大于  $N$  的偶数。假设存在一个“无限大”的偶数  $N$ ，根据整数加法性质， $N+1$  必是一整数，又根据整数的奇、偶排列性质，这必是一个“无限大”的奇数  $M$ ，同理可得  $M+1$  必是一个偶数，且这偶数大于  $N$ ，因此假设是错误的。这说明什么问题呢？说明这里“无限大 $\infty$ ”定义的逻辑有问题。“无限大 $\infty$ ”的定义不能使“ $\infty+1$ ”等类似的情况出现，“无限大 $\infty$ ”的“哥德巴赫猜想楼梯”，“无限大 $\infty$ ”必须是与正整数列开头的 0 对应。反之，“无限小”也不能出现“点内空间”，或“0-1”等类似的情况，即比 0 还要“无限小”的情况。

所以，如果在特大值自然数列范围内的“空洞数”，大得比类似  $33 \times 10$  的 8 次方的自然数值还大，“哥德巴赫猜想楼梯”可能不成立才可能成立。但这种情况也很小。如果陈氏定理的筛法是证明哥德巴赫猜想可能不成立，那么也可以看出哥德巴赫猜想有半成立半不成立的数学特性——出在大值自然数到特大值自然数范围内的“空洞化”，我们不能用做实验的方法来研究哥德巴赫猜想，计算机算得再快，也只能在有限时间内算有限个数；不过，在最好的计算机所能算到的范围之内，哥德巴赫猜想全是对的，这就能让我们把无穷值的自然数和有限值的自然数分割开来，也能把合起来进行研究。

3、1937 年，俄国数学家维诺格拉多夫(I. M. Vinogradov)无条件地基本证明了奇数的哥德巴赫猜想。维诺格拉多夫定理指出，任何充分大的奇数都能写成三个素数之和。也就是说，在数轴上取一个大数，从这个数往后看，哥德巴赫猜想都对；在这个数前面的奇数，需要用手或计算机来验证。然而，至今计算机还未能触及那个大数。维诺格拉多夫的证明发表之后，又出现了几个新证明。这些证明既简洁，又提供了完全不同的方法。在这些新证明中，一个是俄国数学家林尼克(Yu. V. Linnik)的，再一个是潘承彪先生的；还有英国数学家沃恩(R. C. Vaughan)的。人们认为林尼克是离哥德巴赫猜想很近的人，他对哥德巴赫猜想进行了深入的研究。因为林尼克 1941 年提出大筛法，林尼克定理指出，虽然我们还能证明哥德巴赫猜想，但是我们能从整数集合中找到一个非常稀疏的子集，每次从这个稀疏子集里面拿一个元素贴到这两个素数的表达式中去，这个表达式就成立。

这里的  $k$  用来衡量几乎哥德巴赫问题向哥德巴赫猜想逼近的程度，数值较小的  $k$  表示更好的逼近度。显然，如果  $k$  等于 0，几乎哥德巴赫问题中 2 的方幂就不再出现，从而，林尼克的定理就是哥德巴赫猜想。后来林尼克的学生、匈牙利数学家兰易(A. Rényi)深入地研究了大筛法，并在 1948 年证明了命题  $1+b$ 。用王元先生的话说，这个  $b$  是个天文数字。当时，没有人知道  $b$  究竟有多大。这个  $b$  的

数值依赖于素数在算术级数中平均分布的水平。

陈景润的  $1+2$  证明可以变为类似与此相反，是把这个天文数字  $b$  分割给最接近这个特大值自然数范围内的偶数的素数，而对应  $1+2$  中的“1”。以上结果表明，陈景润先生完成的“2”，就是目前人们通常的哥德巴赫猜想证明。如定理 1，有无限多个素数  $p$  使得  $p+2(=5-3)$  是素数， $(3, 5)$ ，这是第一素数对，它有无限多素数对。定理 2， $J_2(3)=0$ ，只有一个素数  $p=3$  使得  $p+2(=5-3)$  和  $p+4(=7-3)$  都是素数， $(3, 5, 7)$ ，它只有一素数组。定理 3，有无限多个素数  $p$  使得  $p+2(=7-5)$  和  $p+6(=11-5)$  都是素数， $(5, 7, 11)$ ，这是第一素数组，它有无限多素数组。定理 4，有无限多个素数  $p$  使得  $p+2, p+6, p+8(=13-5)$  都是素数， $(5, 7, 11, 13)$ ，这是第一素数组，它有无限多素数组……定理 50，有无限多个素数  $p$  使得  $5p^3+6, 6p^3+5$  都是素数， $(7, 1721, 2063)$ 。但以上定理 1 和定理 2 是素数分布一个基本规律，到定理 50 的运用，都类似  $33 \times 10$  的 8 次方内的自然数的规律，它没有证明在特大值自然数范围内也成立，或它没有证明这和特大值自然数范围内找一个素数很难相矛盾而不矛盾。

4、哥德巴赫猜想证明所用方法，涉及自然数、整数、有理数、无理数、虚数，而不是仅仅是自然数和整数。这是主要的困难。例如哥德巴赫猜想证明涉及的素数巨大，要用类似平方、立方的式子来表达，类似虚数的平方可以变成整数，这使得哥德巴赫猜想证明运用的数学公式，难以筛去素数的数列中插花的虚数。其次，素数中包括 2 这样的偶数，也使问题复杂化。

例如，哥德巴赫猜想可能不成立属于例外集合，这是在数轴上取定大整数  $x$ ，再从  $x$  往前看，寻找使得哥德巴赫猜想不成立的那些偶数，即例外偶数。 $x$  之前所有例外偶数的个数记为  $E(x)$ 。无论  $x$  多大， $x$  之前只有一个例外偶数，那就是 2；越过数轴上的 0，还有 -2。即只有 2 使得猜想是错的。类似这样一

来，哥德巴赫猜想就等价于  $E(x)$  永远等于 1。当然，直到现在还不能证明  $E(x)=1$ ；但是能够证明  $E(x)$  远比  $x$  小。在  $x$  前面的偶数个数大概是  $x/2$ ；如果当  $x$  趋于无穷大时， $E(x)$  与  $x$  的比值趋于零，那就说明这些例外偶数密度是零，即哥德巴赫猜想对于几乎所有的偶数成立。这就是例外集合的思路。有人认为，在例外集合这一途径上，有四个证明，其中包括华罗庚先生的著名定理。搞哥德巴赫猜想的人的目标，是要证明  $E(x)$  的上界是  $x$  的零次方，然而 1938 年  $E(x)$  上界的世界记录基本上是  $x$  的 1 次方，二者相差很远。因此降低该上界中  $x$  的方次将是一件很重要的事。

## References

1. Baidu. <http://www.baidu.com>. 2020.
2. Google. <http://www.google.com>. 2020.
3. Journal of American Science. <http://www.jofamericanscience.org>. 2020.
4. Life Science Journal. <http://www.lifesciencesite.com>. 2020.
5. Ma H. The Nature of Time and Space. Nature and science 2003;1(1):1-11. doi: [10.7537/marsnsj010103.01](https://doi.org/10.7537/marsnsj010103.01). <http://www.sciencepub.net/nature/0101/01-ma.pdf>.
6. Marsland Press. <http://www.sciencepub.net>. 2020.
7. Marsland Press. <http://www.sciencepub.org>. 2020.
8. National Center for Biotechnology Information, U.S. National Library of Medicine. <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed>. 2020.
9. Nature and Science. <http://www.sciencepub.net/nature>. 2020.
10. Stem Cell. <http://www.sciencepub.net/stem>. 2020.
11. Wikipedia. The free encyclopedia. <http://en.wikipedia.org>. 2020.