Academia Arena

Websites:
http://www.sciencepub.net/academia
http://www.sciencepub.net

Emails:
aarena@gmail.com
editor@sciencepub.net

MARSLAND PRESS
Multidisciplinary Academic Journal Publisher

庞加莱猜想证明

长江康

Recommended: 王德奎 (Wang Dekui), 绵阳日报社, 绵阳, 四川 621000, 中国, y-tx@163.com

Abstract 摘要：庞加莱一般被认为拓扑学的创立者，第一个把拓扑学从分析学（由微积分发展而来的数学分支）和几何学分立出来的数学家。拓扑学常被描述成“橡皮泥几何学”，因为它研究表面在任意拉伸下的特性，而撕裂和粘合是不允许的。我们的熟悉的物体都是三维的。

[长江康. **庞加莱猜想证明.** *Academ Arena* 2020;12(8):79-91]. ISSN 1553-992X (print); ISSN 2158-771X (online). http://www.sciencepub.net/academia. 9. doi:10.7537/marsaaj120820.09.

Keywords 关键词：庞加莱；；拓扑学；分析学；微积分；数学

一、百年拓扑难题的解决被炒作变成一场喜忧参半的奖励

1、不幸的转变吗？

A、难以驾驭的空间

人们发现，庞加莱猜想尽管很容易表述，但极难证明。

庞加莱一般被认为拓扑学的创立者，第一个把拓扑学从分析学（由微积分发展而来的数学分支）和几何学分立出来的数学家。拓扑学常被描述成“橡皮泥几何学”，因为它研究表面在任意拉伸下的特性，而撕裂和粘合是不允许的。我们的熟悉的物体都是三维的。

但是它们的表面却是二维的。在拓扑学中，无界的二维表面（那些卷曲的闭合的，就象我们的皮肤）只有一个显著特征：表面上的孔。无孔的二维表面是二维球面；一个孔的二维表面是环面；以此类推。一个球面不能变成环面，反之亦然。具有二维表面的三维物体仅仅是个开始。比如，我们可以定义一个弯曲的三维空间为一个四维物体的表面。人们只能模糊地想象这样的物体，但数学家可以用符号描述和研究它们的特性。庞加莱天才地定义一个称为“基本群”的工具来检测孔，扭，和其它任意维空间的特性。他猜想一个三维空间在其基本群中无法隐藏任何特别的拓扑，所以一个带有“平凡”基本群的三维空间一定是一个超曲面：一个四维空间中球的边界。

西方学者丹娜·麦肯锡的文章《一个世纪数学问题的解决变成一场喜忧参半的奖励》，说的就是庞加莱猜想终于被证明，但对于被证明的数学家格里格里·佩雷尔曼来说，对于庞加莱猜想的证明，称得上是近十多年来最重大的突破，也花了世界数学家们几年的时间，才确认这次是真的----2006 年在佩雷尔曼发出他三篇论文中的第一篇近四年后，这个领域的专家才达成共识：佩雷尔曼解决了这个最重大的问题。这时丹娜·麦肯锡把批判的矛头很快指向中国，说其中的不幸，是随之而来的一场争议和极戏剧性的风暴，几乎淹没了这项伟大工作本身----原因是哈佛大学教授丘成桐，和他的两位学生：位于宾夕法尼亚的里海大学的曹怀东和位于中国广州中山大学的朱熹平。

丹娜·麦肯锡说，2003 年当佩雷尔曼再次访问美国并就他的工作作报告时，很多数学家仍不相信他真得已经搬走了所有障碍。但到 2006 年时，数学界终于跟上了他的脚步。三篇独立的论文，填补上了那些佩雷尔曼的证明里没写下的关键细节，而这三篇手稿每篇长达至少 300 页。其中两篇----一篇作者是位于安·阿伯的密执安大学的布鲁斯·克莱纳和约翰·洛特，另一篇作者是哥伦比亚大学的约翰·摩根和位于堪不里奇的麻省理工学院的田刚----很少涉及到几何化猜想，因为佩雷尔曼对其最后的步骤解释太过概括(但这两组仍在继续他们的工作)，不过他们已经填补的足以完成庞加莱猜想。

其中的第三篇，作者是曹怀东和朱熹平。他们则显得不够谨慎，宣称完成了“第一个成文的庞加莱猜想和瑟斯顿几何化猜想的完全证明”。但 2006 年夏天国际数学家联合会，却把一向被视为数学界的最高荣誉的菲尔兹奖，颁给了佩雷尔曼。也是从这时起，鲜艳的巨大的荣誉开始出现阴影。2006 年 8 月 22 日国际数学家联合会主席约翰·波尔，宣布佩雷尔曼已经拒绝了菲尔兹奖。

在《纽约客》的采访中，佩雷尔曼这位让人很难理解的数学家说他已经放弃了数学，并且对同行们的“道德标准”的某些退化和堕落，深感失望。这篇《纽约客》文章中还描画了一个令人厌恶的丘成桐的形象，暗示他为他的学生曹怀东和他支持的朱熹平的工作宣传了过多的功劳。于是接下来的几个

月，令人不愉快的气氛弥漫----一些数学家说他们的原话被《纽约客》歪曲，并且丘成桐威胁要诉诸法律。

克莱纳和洛特对曹和朱的论文中照搬他们的证明并声称原创的行为表达了不满，而后者仅在之后的勘误中承认了对克莱纳和洛特的引用。2006 年秋天，美国数学会曾试图于 2007 年一月在路易斯安那的新奥尔良，组织一次关于庞加莱猜想和几何化猜想的全明星式的会议。据执行主席约翰•由因说，因为洛特拒绝与朱熹平同台而使这个努力搁浅。但由因主席仍希望“在不久的将来某时”组织这个会议。

遗憾的是目前这样的不愉快，使数学家们还难以庆祝这个新千年伊始便取得的伟大突破。事情回溯到上世纪 80 年代以前，数学家已经可以证明了三维以上任意维空间的这个猜想的推广情形----但从未成功证明庞加莱最初的三维的猜想。为了取得进展，拓扑学家发现了他们以前忽略了的工具：一个确定距离的方式。也就是说一次拓扑学和几何学的重新联合----1982 年威廉•瑟斯顿发现，每一个三维空间都可以分成多个有特定一致的几何对应的部分，而这些不同几何只有八种。这个猜想被称为几何化猜想。

如果正确，瑟斯顿的洞见将导致庞加莱猜想的证明，因为一个球面只是八种符合平凡基本群的不同几何中的一种。1982 年汉密尔顿又提出一种证明思路：从任意一个不太规则空间开始，让它流向一个一致的空间。这将是一个精简的瑟斯顿“几何化”了的空间。为了引导流，汉密尔顿以物理学中的热方程为模型，提出一个几何演化方程，命名为“里奇流”，以纪念一个早期微分几何学家格里格里奥•里奇--柯巴斯特罗。在里奇流中，高曲率区域趋向于扩散成众多低曲率区域，直到空间各处曲率相等。汉密尔顿的策略在二维表面运用很完美。

这类似一列细长“颈状体”都会很好地拉伸，但在三维中，里奇流会滑向礁石----颈有时会被拉断，把空间分成具有不同特定几何的部分。虽然汉密尔顿在里奇流上作出了开创性的工作，但他还是未能处理好奇点问题。这使得整个计划在九十年代中似乎陷入停顿。2000 年当克雷数学研究所，把庞加莱猜想列为百万美元大奖的数学难题之一时，还没有数学家会相信在这个问题上会有大的突破。

B、突破

实际上，佩雷尔曼那时已经接近他的答案了。1995 年 29 岁的圣彼得堡人佩雷尔曼结束了在美国的三年逗留，回到俄罗斯，在美国时他与汉密尔顿会了面，并且学了里奇流。接下来的七年里，他几乎与世隔绝。然后，2002 年 11 月，佩雷尔曼将他的三篇几何化猜想的证明论文的第一篇放到了互联网上。对专家来说，很容易立即看出佩雷尔曼取得了突破。因为他这篇论文第一段的标题是：“里奇流作为梯度流” ----佩雷尔曼点出了汉密尔顿漏掉的一个重要细节：一个随流总是递增的量给出了这个流的方向。佩雷尔曼将其与统计力学，热动力学规则下的数学作了类比，并将这个量称为“熵”。

这个熵，排除了难住汉密尔顿的几种特定奇点。为保险起见，佩雷尔曼仍然需要确定剩下的奇点中可能有问题的种类。他必须说明一次只会有一种情况，而不是多种无限的叠加累积。然后，对每一种奇点，他必须说明如何在它可能使里奇流破坏之前修剪和使其光滑。这些步骤已经足以证明庞加莱猜想了。要完成几何化猜想，佩雷尔曼必须另外说明，以上“带手术的里奇流”过程可以持续无限长的时间。

2、爱因斯坦广义相对论方程与温伯格说弦论方程的等价性

A、丘成桐的北京报告

丹娜・麦肯锡说，佩雷尔曼的证明从根本上改变了两个不同的数学分支。首先，他解决的问题是困扰了百年的拓扑学这门研究抽象形状的学科的核心问题。而且大多数数学家相信这个问题将导致更加广泛的一个结果----几何化猜想的证明：特别重要的，一个类似“周期表”的使三维空间研究更加清晰的结果，就象门捷列夫在化学中做的那样。不仅给拓扑学带来新结果，佩雷尔曼也为几何学带来了新技术。他确立了几何演化方程的中心地位，丰富了将难于处理的空间转化为易于处理的空间的方式技术。之前对于此类方程的研究经常滑向导致方程失去意义的“奇点”。佩雷尔曼清除了这个障碍。

但哈佛大学教授丘成桐 2006 年夏天在北京的一次报告中这样说：第三篇论文作者曹怀东和朱熹平，“这是数学家第一次能够理解奇点的结构和如此复杂系统的演化----发展出来的方法……会给多种自然系统的研究带来曙光，比如（流体动力学的）那维尔--斯托克斯方程和（广义相对论的）爱因斯坦方程。”你在一张平的橡皮膜上任意画一个圈----一条封闭的没有“８”字那样自交的曲线。橡皮有弹性，你可以把这个圈变形，变为另一式样的圈，例如变形为一个正方形的边或更令人喜爱的图形----圆。既然在橡皮的世界中，圈与圆可以如此变来变去，我们就用圆做圈的代表。变化中总有不变的东西，你发现没有，不管圈如何变，总是把平面分割成两部分这点不变。

反过来，如果橡皮平面上的一条闭曲线把平面分割成两部分，那它就是一个没有自交点的圈，方便地说，是一个圆了。只有一个自交点的“８”字式闭曲线已把平面分成三部分，自交点越多分割出的部分也越多。我们所用的橡皮品质似乎极好，不但能随意拉伸而且能随意压缩，除非动用刀剪之类工具，否则它永远不破。当然，如果你肯用脑子想象，

那就不需要去寻找这种世上并不存在的橡皮了。

现在，你想象在橡皮体即 3 维橡皮空间中作一个球面，这个球面可以变形为坑坑洼洼凹凸不平的闭曲面，所谓闭曲面即一个有界、无边缘的曲面。与平面上的圈一样，球面无论如何变都把空间分割成两部分。但是反过来就与平面圈不一样了，橡皮体中把空间分割成两部分的闭曲面却不一定是球面。一个例子是轮胎面，它是闭曲面、把空间分割成两部分，但你没有办法把它变成球面，因为轮胎面有一个中通的“洞”。不过，索性从“洞”这个东西出发到也可以建立一个判定方法：如果闭曲面没有轮胎面那样中通的“洞”，那它一定是球面。

这个办法看上去简单但有一个缺点，要站到闭曲面外面去看。有没有办法直接在闭曲面上面找到判定的办法呢？ 你在球面上任意画一个圈，直观上看这个圈都能在球面上缩成一个点，这个性质叫做单连通。球面的单连通性可以说得更严格一些：在球面上挖一个洞，就能把带洞球面变形为平面。球面上任何圈不可能围住整个球面，你在圈外挖一个洞，把带洞球面展成平面，这个圈就变为平面上的圈了。

平面圈在平面上有很多办法收缩到一点，对应到球面上，就得到原球面圈收缩到一点的办法。轮胎面不是单连通的。你在平面上画一个圆，在圆外画一直线，把圆围绕着直线转，使它转出平面成为一个空间图形，就形成轮胎面。在轮胎面上你可以找到两种圈无法收缩到一个点。第一种是开头平面上的圆及其转出的空间中的圆，虽然你可以勒紧轮胎使它的半径缩小，但无法缩到 0 ，否则轮胎内有一圈粘死就不成其轮胎了。第二种是开头圆上每一点绕直线转出的圆，其中包括一个半径最小的圆即圆上离直线最近点转出的圆，也就是贴着轮胎“洞”环绕的那个圆，这种圆也无法收缩到一点，否则轮胎就没有“洞”了。如果你动手画画这些图形，你会获得一些感觉与经验，你可能会猜测：在 3 维空间中，闭曲面中可能只有球面是单连通的。即单连通的闭曲面必定是球面。你的猜测是对的。

B、庞加莱猜想的尝试说明

首先说明一点， 3 维空间中的闭曲面都有内部外部，有里外两面。你如何去做一个没有里面外面只有单面的闭曲面呢？你可能会做墨比乌斯带：把矩形带两端反向连结起来形成的图形；如果同时把矩形另外两端也反向连结起来，这就形成一个闭曲面叫克莱因瓶。从制作的过程看到，克莱因瓶是一个只有一面的单面闭曲面。但是你在 3 维空间中做克莱因瓶总是要穿过自身，无法做成，要增加一维在 4 维空间中才能做成克莱因瓶。克莱因瓶是单面闭曲面制作方法的代表，从此可以看到，在 3 维空间中不存在单面的闭曲面。

在 3 维空间中任意取一个闭曲面，因为它有里外两面，我们总可以取到一个半径适当的球面使它能完全放入闭曲面的内部。然后，我们令球面自由扩张，这一点可以想办法做到，比如通过一根管道向球面内部充气或者将闭曲面抽真空让含有空气的球面膨胀。于是，球面扩张到闭曲面的角角落落，有的球面部分贴着闭曲面内壁，有的曲面部分向空的地方隆起延伸，最后布满闭曲面所有的空间。这就发生两种情形：

第一，球面最后形成的曲面没有自己与自己相碰的地方。这表明原闭曲面实际上也是一个球面。

第二，球面最后形成的曲面出现自己碰到自己的地方了。可能有好几个球面隆起的面相碰，任取其中两个打通相连，这时球面就不再是球面而变成另一种闭曲面了，你不难看出，这个闭曲面实际上是轮胎面。我们当然可以继续打通其它相碰之处，直到完全变成开头所取的闭曲面，但第一次打通已使我们看到原闭曲面是没有单连通性了。

这就表明， 3 维空间中的闭曲面要么是单连通的球面，要么是没有单连通性的其它曲面。因此， 3 维空间闭曲面中只有球面是单连通的，换句话说， 3 维空间中的单连通闭曲面必是球面。

这个猜测能不能推到 4 维空间中的 3 维闭曲面上去呢？这就是有名的庞加莱猜想：在 4 维空间中， 3 维单连通闭曲面必定是球面。

在 3 维球面上打一个洞就能把球面展成 3 维平面，这使我们看到 3 维球面的单连通性。 3 维轮胎面可以这样来形成，在 4 维空间的 3 维平面中取一个 2 维球面及球面外一直线，使球面绕着直线转并转出 3 维空间、转到 4 维空间中去，如此形成的曲面即为 3 维轮胎面。因此， 3 维轮胎面也有一中通的“洞”，同 2 维轮胎面一样，曲面上围绕“洞”的那个圆就没有办法在轮胎面上缩为一点。

仿照 3 维空间的情形，我们也可以这样说明庞加莱猜想的正确性。首先， 4 维空间中不存在单面的即没有内外的 3 维闭曲面，如果存在，你把这个曲面投影到某一 3 维空间中去就得到 3 维空间的单面的 2 维闭曲面了，这就导出矛盾。这样，对于 4 维空间中任意一个 3 维闭曲面，因为它有里面外面，我们总可以取到一个半径适当的 3 维球面使它能完全放入闭曲面的内部。然后，我们令球面自由扩张，让球面扩张到闭曲面的角角落落，有的球面部分贴着闭曲面内壁，有的球面部分向空的的地方隆起延伸，最后布满闭曲面所有的空间。这也发生两种情形：

第一，球面最后形成的曲面没有自己与自己碰到的地方。这表明原闭曲面实际上也是一个 3 维球面。

第二，球面最后形成的曲面出现自己碰到自己

的地方了。可能有好几个球面部分相碰，我们任取两个打通相连，这时球面就不再是球面而变成另一种闭曲面了。不难看出，这个闭曲面实际上是 3 维轮胎面。我们当然可以继续打通其它相碰之处，直到完全变成开头所取的闭曲面，但第一次打通已使我们看到原闭曲面是没有单连通性了。

这就表明， 4 维空间中的 3 维闭曲面要么是单连通的 3 维球面，要么是没有单连通性的其它曲面。因此， 4 维空间 3 维闭曲面中只有 3 维球面是单连通的，换句话说， 4 维空间中的 3 维单连通闭曲面必是球面。如果你有兴趣，你可以考虑更高维数空间的庞加莱猜想，它们像 4 维空间的庞加莱猜想一样，已经被人们证明都是对的。

二、庞加莱猜想定理到庞加莱猜想外定理证明

1、田丘之争与佩雷尔曼没有证明庞加莱猜想的外猜想

A、田丘之争

美国克雷数学所千禧七难题全解提示，是指 2000 年 5 月 24 日，美国克雷数学研究所公布的数学难题，这又称世界千禧年大奖难题。这些难题是呼应 1900 年德国数学家希尔伯特，在巴黎提出的 23 个历史性数学难题。经过一百年，“千禧难题”之三的庞加莱猜想，已被佩雷尔曼解决。但佩雷尔曼也许没有看到庞加莱猜想，延伸的逆猜想和外猜想，仍有很高的价值，其中包括能突破它剩下的六大难题的全部解决。但 21 世纪初，美国的新语丝网站(www.xys.org)发表有文章说,新语丝网友的“愚见”----是陈省身“统治”美国数学界几十年，丘成桐是陈省身的学生，丘成桐获菲尔兹奖，是陈省身自私有力的反证。

朱、曹二位是丘成桐的学生，陈省身自私传给了丘成桐；丘成桐自私才是今天的“搅局”。因为包括朱、曹在内的数学家们，不过给佩雷尔曼的大楼铺平了门前的道路，好让克莱数学研究院的专家前来验收时不至于不得其门而入。佩雷尔曼不但造好了大楼，而且封了顶。丘成桐教授不是类似世界杯足球的教练而是“搅局”的解说员。

这种所谓的陈省身自私传给丘成桐，丘成桐自私才抬高学生朱、曹，这是一个“内斗”逻辑，“分裂”逻辑----这对丘成桐和陈省身太不公平了。如果把“科学智慧”和“体育智力”及“考试天才”作比较，约定科学智慧指智能和聪慧；体育智力指智能和体力；考试天才，指在划定的学习范围内，考试成绩顶好。以高考为例，每年各省、市高考状元加起来近百人；这类似每年的体育大赛，如奥运会，必出不少冠军一样。如果把这些奥运会冠军视为有“体育智力”，把高考状元视为“考试天才”，把获国际公认的成人科学大奖的人----如获诺贝尔科学奖的一些人视为有大的“科学智慧”，这里“考试天才”和“科学智慧”两者的不同，是出题的人考“考试天才”，是事先有答案；而获诺贝尔科学奖的一些人，他显露的“科学智慧”，是事先没有答案，出题的人和全世界比出题的人水平高的人，当时也事先没有答案，答案是获诺贝尔科学奖的一些人在不断学习、探索和刻苦工作中，加上他的“科学智慧”和机遇作出的。所以“考试天才”虽有“科学智慧”；“科学智慧”可成“考试天才”，但两者不是全等和可逆的。

“考试天才”对同一类型的考题，每考取胜的可能性很大；而“科学智慧”对同一类型的世界难题，能解答第一个，也能解答第二个的可能性不大。例如，丘成桐 30 多岁就能解答卡拉比猜想， 获菲尔兹奖，成世界数学大师，但他也不能就解答庞加莱猜想。田刚在丘成桐的指导下，能推进卡拉比--丘成桐（ 卡--丘）流形数学，成数学大师，显示了他既是“考试天才”又有“科学智慧”，但也不能抢在别人前面就解答庞加莱猜想。“科学智慧”同“体育智力”一样，要选拔苗子，给予培养训练。“体育智力”和“考试天才”一样，选拔苗子可以通过各地区、各层次不断的比赛，从冠亚军中筛选出。他们的成功，也不会对掌门人的地位、权威够成颠覆性的威胁。但“科学智慧”不同，他的成功，可能对掌门人的学术地位、权威够成颠覆，成为新一代的掌门人。

而很多国家的掌管科学发展的掌门人的学术地位，是和政权机关同步的，颠覆性的威胁是绝对不能容忍的。所以科学不宽容性定理，首先是对“科学智慧”不宽容性。因此，即使是有真“科学智慧”，也需要经受时间的考验和同行高层掌门人的评议。这为解开田丘之争奠定了理论基础----丘成桐和田刚两代人之间，并没有根本性的矛盾和冲突，而仅仅是在选拔破解庞加莱猜想的苗子和在组织破解庞加莱猜想的搭当策略上，两代人的经历、性格发生了分歧。

对于即使有大师指控其学生院士在美国曾抄袭等话，那也只不过是一些声东击西转移真实视线的托辞。众所周知，无产阶级在选拔国家接班人上，是大是大非问题，丘成桐不能没有类似想法。世界数学难题轮流到中国破解，有一定的合理合法性。破解庞加莱猜想的“科学智慧”，在全世界虽然不是很多，但在中国人中选出苗子的可能还是有的。其次，丘成桐也许还觉得，由中国人破解庞加莱猜想，对推动祖国科学的发展，有重大作用，例如，可以让 13 亿中国人在 21 世纪里站在同一条科学起跑线上，作“科学智慧”的竞争。

因为正如丘成桐教授所说，向世界上最优秀的拓扑学家发出挑战的庞加莱猜想，不难理解。“单连通的三维闭流形同胚于三维球面” ----不用严格的数学方法，这个庞加莱猜想可以这么证明：如果我们用可伸缩围绕一个苹果表面的橡皮带，就可以既不

扯断它，也不让它离开表面，能使它慢慢移动收缩为一个点。反证法是，如果我们想象同样的橡皮带，以适当的方向被伸缩在一个轮胎面上，那么不扯断橡皮带或者轮胎面，是没有办法把它收缩到一点的。这就是说，苹果类似的三维球面表面才是“单连通的”，而轮胎面类似的三维环面不是相同的拓扑类型，从而得证任何一个封闭的三维空间，只要它里面所有的封闭曲线都可以收缩成一点，这个空间就一定是一个三维圆球。显然这是一个很基本的问题。

但有位年轻朋友，是几所著名大学培养教育出来的高级科学人才，21 世纪初他跟导师等人出版了一本科学专著，有类似“不同大小的球，是不同的拓扑类型”的科学观点。他说包括院士在内的一些著名理论物理学家和大学教授，都很支持这本科学专著。可见，在庞加莱猜想面前，13 亿中国人在 21 世纪里，还站在同一条科学起跑线上不虚。如果不信，还可像全国人口普查一样，将“不同大小的球，是不同的拓扑类型，对吗？只答：是或否”作普查题，让 13 亿中国人每人独立回答，也可证伪。

有人说，北大数学科学学院院长田刚院士在几何世界里自由遨游，最为人瞩目的倒不是他的学术成就，而是他与老师丘成桐之间的分离----丘成桐在 2004 年直指田刚学术不端，不过这件事情海内外数学界都没有查到什么实据，相反后来田刚成为了阿贝尔奖的评委。阿贝尔奖是仅次于菲尔兹奖的数学领域最具含金量的奖项之一，一届评委会只会选择 5 位评委，田刚是目前唯一入选的一位中国数学家。阿贝尔奖、菲尔兹奖和沃尔夫奖并称为数学界三大奖。由此也可以说明田刚的数学成就是得到了海外数学界的认可的。

作为丘成桐的学生，田刚在和丘成桐之间的争端中倒是并没有说过老师一句的坏话。认真研究田刚院士与丘成桐院士师生之间的分离，只属于“全球化”方法上的分离，不属于“意识形态”上的分离----两者都属于“正能量”；两者都是为中国好、为世界好，达到双赢的目的。所以，跟在同一个战壕里的战友，为啥有“反相反量”倾向性，和“识相识量”跟进不再分意识形态的全球化的不同？是有本质的不同的。也许正是由于国内存在“反相反量”的倾向性，和“识相识量”的跟进性等历史原因，田刚院士与丘成桐院士师生之间，才有“全球化”方法操作上分离的不同，而相得益彰。

B、丘成桐院士的智慧

朱熹平和曹怀东的庞加莱猜想封顶证明，是正定理，即三维空间每一条封闭的曲线都能收缩成的一点，就等价于是圆球。而他俩人的封顶证明，也反证明了逆定理，即在一个三维空间中，假如每一条封闭的曲线都能收缩成类似一点，其中只要有一点是曲点，那么这个空间就不一定是一个三维的圆球，而可能是一个三维的环面。总起来说，就是庞加莱猜想实际提出了两种先验图式的能量与物质的先验图像和经验图像。所以庞加莱猜想封顶证明，结束了 21 世纪前的球量子一家独大的时代，迎来 21 世纪的环量子生长发育的时代。

新语丝网评论庞加莱猜想封顶证明时说：“丘是一个战术家，懂得什么时候为自己造势，加上他自己的名气，所向披靡。显然，这次丘又把自己给赌上了，因为这个结果其实没有接受多少人的检验，弄来弄去还是那么几个人看了整个证明过程，然后以最快的速度发表在一个二流的杂志上面，到现在也没听说有谁看到了证明的全文，不得不说这里面有争夺优先权的因素”。丘成桐感叹道：“匿名人士批评中国人的研究全是二流研究，是因为中国人看不起中国人”。

而丘成桐的爱国热情，就是要在 13 亿人中，找类似的“高等生物的种子”。熊庆来找到华罗庚，华罗庚找到陈景润，说明有这类种子。陈省身找到他丘成桐，他丘成桐找到田刚，也说明有这类种子。而他和田刚分歧，要从丘成桐萌动证明庞加莱猜想说起。这是在 1966 年美国的斯梅尔证明五维以上的庞氏猜想获得菲尔茨奖，和 1983 年美国的弗里德曼证明四维庞氏猜想获得年菲尔茨奖之前，又是在他 30 多岁证明了卡拉比猜想之后的事。因为他通过证明卡拉比猜想创立卡--丘空间，逐渐认识到庞加莱猜想空间的基本性。斯梅尔和弗里德曼获菲尔茨奖，无疑更刺激了丘成桐的萌动。

但在他收了田刚这个学生之后，在师生扩大研究卡--丘空间战果的漫长岁月中，丘成桐已觉察到自己独立证明庞加莱猜想的科学智慧有限；而从田刚身上焕发出的推进卡--丘流形的科学智慧，使丘成桐又看到了中国人中有希望。而田刚在推进卡--丘流形的研究中，也认识到庞加莱猜想空间的基本性。应该说，师生都想到了一块。

于是师生共同探索、讨论了一段时间，丘成桐可能流露出了类似我们俩人证明庞加莱猜想的科学智慧已封顶的话，是否还要采用在中国人中扩大组织寻找证明庞加莱猜想智慧种子的国内战略？而田刚嘴上虽没有流露出反对意见，但后来在行动上表率出相反的国际战略，深深地刺痛了丘成桐。现在我们分开来证明田丘之争的“猜想”。

a、里奇流（Ricci 流）理论之父的汉密尔顿教授，用分析方法研究庞加莱猜想有很长的历史；他在朱、曹证明之后来北京说：丘成桐教授最早提示他，“三维流形上的里奇流将会产生瓶颈现象，并把流形分解为一些连通的片，所以可以用来证明庞加莱猜想……过去 20 年中，许多学者都在研究里奇流证明庞加莱猜想的整个纲领的可行性问题，特别是佩雷尔曼有重大突破”。

b、汉密尔顿强调，陈省身、丘成桐建立了非常了不起的微分几何中国学派。从 1970 年开始，丘成桐证明了几个重大的猜想，包括卡拉比猜想等；在 1990 年代，丘培养了好几位出色的学生，在里奇流理论中作出了重要的贡献。他并肯定陈省身、丘成桐、施皖雄等中国数学家，为推动庞加莱猜想的证明所作出的贡献。

c、丘成桐回忆说，自己一直鼓励内地学者解决庞加莱猜想，并于 1996 在北京成立研讨班。但后来由于一些名成利就的学者不想继续艰辛的探索，亦不准年轻人研究，研讨班因此流产。1996 年朱熹平到香港中文大学进行研究，与丘成桐对话，一谈就谈了 20 天。丘成桐鼓励朱熹平研究庞加莱猜想，朱随即答应。最后只有朱熹平带着学生在中山大学与香港中文大学两地继续长期研究。

d、丘成桐称，朱熹平等人研究庞加莱猜想之初，曾遭内地许多年纪大、有名气的学者反对。他于是费尽唇舌，公开批评有关学者及告诉他们研究的重要性，才令这批青年学者得以顺利继续从事研究。

e、丘成桐告诉记者，他这一生中最得意的是两件事：“把学问做到国际一流的水平，自己的研究成果能够排列于世界数学成就的前沿；吸引一批有才华的中国青年学者投身于数学研究，并且出了像曹怀东、朱熹平、刘克峰这样有世界一流成果的学者……庞加莱猜想只是中国年轻学者的一项成果，用不了几年，中国年轻学者的成果会不断地进入国际数学成果的前沿，这是中国数学振兴的必要条件”。

f、丘成桐称：“霍金的演讲更多的成分是科学普及，这对眼下的中国是必要的……中国有越来越多的年轻学子对数学产生了兴趣，有了兴趣，才会入门。中国需要更多的猜想。只要有好的土壤，有平等交流的学术氛围，就会有更多的学子进入国际数学研究的前沿，中国数学的振兴也就指日可待！”

h、曹怀东和朱熹平的演讲，不约而同地谈到：如果没有丘成桐先生的引导，他们或许不会进入庞加莱猜想的领域。丘成桐对这种说法予以接受：“当年，我在多个场合，向许多数学研究者介绍庞加莱猜想，这个猜想很有价值，比陈景润的‘1+1=2’重要得多，是国际数学界公认的七大世纪难题。但响应我的不到 10 位学者，朱熹平和曹怀东是其中的两位。他们朝着一个正确的方向进行卓有成效的研究，终于为这个世纪难题的圆满解答封顶”。

g、丘成桐 1994 年在香港中文大学创建了数学所，1996 年在中科院建立了晨兴数学中心，2002 年在浙江大学创建了数学科学研究中心；为创办这三个中心，丘成桐在海外募集了数千万美元。丘成桐谈他建数学中心的初衷时说：“我之所以热衷于建三个数学中心，目的就是想开辟一块吸引中华青年数学才俊的土壤，为他们接近当代国际数学研究前沿研究数学创造条件，邀请国际一流数学或相关学科的大师来与他们对话。这非常重要，只有站在前沿，才有可能与世界一流水平同步”。

j、刘克峰教授说：在华人数学家中，首先看到汉密尔顿工作的重要性的是丘成桐。据丘成桐说，1995 年他曾邀请汉密尔顿到中国讲学，甚至提出“全国(数学界)向汉密尔顿学习，一定会有成就”的口号。但是，最后只有朱熹平响应了这个口号。为什么响应口号的人少之又少，个中原因相当复杂。“因为我们有一些院士反对，觉得这个东西做出来不容易出文章，我们就比较喜欢做一些比较好出文章的东西，误导了很多人”。

k、曹怀东曾透露，是丘成桐的关注和洞察，使他和其他几位“师兄弟”从 20 多年前就开始关注庞加莱猜想。在丘的直接指导下，从 2003 年五六月份起，曹怀东和朱熹平开始集中来做这件事情，一起做了两年多，直到 2005 年的夏天基本上完成。2005 年 9 月朱熹平应邀到哈佛数学系访问，其主要任务就是讲解他们的证明论文。

C、田刚院士的智慧

美国弦理论家 B •格林的《宇宙的琴弦》一书，盛赞中国科学家丘成桐和田刚师生在超弦理论上的顶端工作,这都皆因卡拉比--丘成桐空间的研究而起。这非常值得中国人骄傲。懂得数学智慧高端进化树的人都知道，卡拉比--丘成桐空间是第一陈省身类为零的一种 Kahler 流型。即中国科学家陈省身、丘成桐和田刚形成的三代人梯，已经登峰地冲上了世界前沿科学的顶层，受到西方同行的注目和赞扬，这是千载难逢的好事。我们应该极为珍惜，不应给予丝毫的损害。

弦理论家们发现，弦理论中多余的维度应该卷曲成卡拉比--丘成桐空间的形状，他们还计算出一些对弦振动模式产生影响的结果，使卡拉比--丘成桐流形身价大增。而典型的卡拉比--丘成桐空间都包含着洞，这就联系着环面。为纯数学理由研究的卡拉比--丘成桐空间，与现在的弦理论的紧密联系。还有丘成桐和他的群体，根据田刚等数学家的重要成果，从数学上严格证明了用来计算卡拉比--丘成桐空间能放多少个球的公式，解决了几百年的数学大难题。

1987 年丘成桐和田刚发现一种翻转变换操作，使一定的卡拉比--丘成桐空间形式可以变换成其他形式。例如想象把皮球的表面收缩到一点，使空间结构破裂，在破裂的卡拉比--丘成桐空间尖点，再“翻转”生成另一个球面。这与庞加莱猜想是紧密联系的----也接近“柯召-魏时珍猜想”。丘成桐--田刚过程的意义，在于提供了一个从已知卡拉比--丘成桐空间生成新空间的途径，其潜力是在物理方

面与自然界诱人的联系。可见田刚已成为一个不可忽视的科学人物。

代数拓扑是当今数学最具活力的领域之一，如果把科学理论比作大厦，物质科学就是这个大厦的主楼楼阁，而大厦封顶的房盖就是“庞加莱猜想”。如果楼阁顶盖有王冠冕式的装饰，王冠顶又装饰有一颗明珠，它就是“哥德巴赫猜想”，而王冠就是“数论”。然而人们不知的是，那“庞加莱猜想”既能下通房盖各层大厦，又能上通王冠“数论”和明珠“哥德巴赫猜想”。庞加莱猜想熵流筛法，可证哥德巴赫猜想。所以有人说，庞加莱猜想是几何中的“长江”和“黄河”，是主流，还说得还不够。朱熹平说得对：证明猜想是一个数学理论问题，它总是走在日常生活前面；但被证明后，它会让人们认识到在一个三维空间中，几何形状的分类存在着最基本的几个原件----这正是数百年来，无数科学家力图完成的东西；然后，诸多学科的思考方式也会因此发生改变，影响人们的生活。对“庞加莱猜想”的证明及其带来的后果，将会加深数学家对流形性质的认识，甚至会对人们用数学语言描述宇宙空间产生影响，而这一猜想的陈述又是那样的简洁和明朗。庞加莱猜想的证明联系着超弦理论的开弦和闭弦。

按庞加莱猜想正定理，开弦能收缩到一点，等价于球面。但球面反过来扩散，却不能恢复成开弦；按庞加莱猜想逆定理，闭弦能收缩到一点，是曲点，等价于环面。但环面反过来扩散，曲点却能恢复成闭弦。这使超弦理论发生对称破缺。超弦理论在四维时空中的具体物理预言，与紧致空间的结构有关。卡拉比--丘成桐空间能够预言紧致空间的具体结构，但它联系超弦理论预言的卡--丘流形，还有三大问题：（a）弦理论解决了物质族分 3 代与卡--丘流形 3 孔族的对应，但仍有如何排除多孔选择的难题；（b）弦理论解决了多基本粒子与多卡--丘流形形状变换的对应，但仍有如何排除多种形状选择的难题；（c）弦理论解决具体的基本粒子的卡--丘流形图形虽有多种数学物理手段，但也遇到选择何种数学物理原理为佳的难题。

正是在这一关节点上，三旋理论为解决弦理论中的这三大难题提供着新思路。这说明在丘成桐和田刚这类被国外的“上帝”造就的中国人才之外，我国本土的“上帝”，已能造就人才。这使丘成桐和田刚的策略有了可比性，也都有合理性。田刚与丘成桐相比，田刚是属年轻人的一类，代表了历史的未来，应该让他们有更多的选择。田刚认为自己还年青，科学智慧不是已经封顶，是可以理解的。田刚为了更快地破解庞加莱猜想，在华人圈子外寻找可以比翼齐飞的搭档的年轻人，是现实的，也是可以理解的。

至于“中国人看不起中国人”，不光是在匿名人士中有；由于对本土“上帝”造就的“百花齐放，百家争鸣”，不满意的之多，也许就是在数学中心、数学所的著名年轻数学家中也有“中国人看不起中国人”的。但不管田刚与丘成桐群体中是谁先证明了庞加莱猜想，都是对科学智慧的贡献。中国人即使是比佩雷尔曼后证明了庞加莱猜想，也不是什么“搅局”。佩雷尔曼把科学智慧看得之高，根本不在于得克莱数学研究所等的奖励，值得我们学习，也发人深省。

其次，佩雷尔曼并没有证明“庞加莱猜想外定理”，即“柯召-魏时珍猜想”----这属于庞加莱猜想延伸的外猜想定理:“空心圆球内外表面不撕破，能将内表面翻转到外表面”----庞加莱猜想引来的证明丰富得很。然而我国几所著名大学，即使培养教育出来的高级科学人才，类似其中说：“超弦理论的开弦和闭弦不新奇，就像大姆指和食指，张开为弦像开弦，闭合为环像闭弦” 的年轻朋友不少。也许这正是田刚不愿只在国内物色人才的内因----按庞加莱猜想的语言翻译，球面和环面是不同伦的；田刚比丘成桐更知道国内的这种情况，所以，田刚为了减少和国内年轻朋友之间的直接冲突，田刚另有其智慧----师生分手只属于寻找不同的攀登路线，可形成不同的学派，有利于科学智慧食物链的形成。请看这之间竞争比较，可出顶尖优势：

a、俄罗斯数学家佩雷尔曼是圣彼得堡斯捷克洛夫数学研究所的研究员，是一个需要数学而不是奖赏、资金和职位的新型科学家。他一直致力于微分几何与代数拓扑的研究，大约 10 年前访问美国时，他的工作就曾引起人们的注意，并因此得到在美国大学工作的机会。但是他很快返回俄国，过着几乎是隐士般的生活。

2002 年 11 月佩雷尔曼通过互联网公布了一个研究报告，声称证明了由美国数学家瑟斯顿在 25 年前提出的有关三维流形的“几何化猜想”；四个月后佩雷尔曼又在网上公布了第二份报告，介绍了证明的更多细节，同时他也通过电子邮件与该领域的少数专家进行交流。2003 年 4 月田刚邀请佩雷尔曼在麻省理工学院作了 3 场演讲，他似乎对所有问题和质疑都有准备----或者流利地应答，或者指出其属枝节末流。听过演讲的专业人士认为：“即使证明有误，他也发展了一些工具和思想，足以导致对‘几何化猜想’的精致处理”。

b、数天后的 2003 年 4 月 15 日，《纽约时报》以“俄国人报告，著名的数学问题解决了”为题向公众披露了这一消息。同日有影响的数学网站 MathWorld 刊出的头条文章为“庞加莱猜想被证明了，这一回是真的”。田刚让佩雷尔曼提前爆响，使他很不适应。两周后当佩雷尔曼应邀在纽约大学

柯朗研究所演讲时，他拒绝回答记者提出的“有何应用”的问题，并大声制止为他拍照的企图；对包括《自然》、《科学》这样声名显赫的杂志的电信采访他也不屑一顾；2003年底加州召开的两个以佩雷尔曼的工作为主题的研讨会他也没到会。

c、庞加莱猜想证明，即使是同一研究领域的高水平数学家，也不是在短时间内能够消化的。例如，佩雷尔曼的证明，后来还在由几位有资格的专家进行严格的审查，田刚也参加了审读。但田刚最终选择的合作者，是美国哥伦比亚大学的摩根教授。在田刚邀请佩雷尔曼演讲前，他们就已开始合作研究庞加莱猜想。田刚在突破自己的科学智慧障碍后，就和摩根拿出400多页的证明书稿交克雷数学研究所组织评审，审稿通过后就又由美国数学会出版公开。

d、丘成桐也不是只和华裔科学家合作。例如，丘成桐参与组织的2006年国际弦理论大会，丘成桐的合作者就霍金、格罗斯、威腾和斯特罗明格等多位国外著名理论物理学家。相反，田刚的合作者也不只是外籍科学家，他在北大建立的数学中心，就是以中国人为主。

D、田刚院士的卓越成就

参加国际数学家大会，能作了1小时报告的，反映的是当今世界数学研究的最高成就，也是数学家的一项极高荣誉，还是对数学家最大的认可。田刚是仅有的两位能够在国际数学家大会作1小时报告的中国籍数学家之一----田刚因为主要研究领域是在几何分析，所以非常遗憾没有获得菲尔兹奖。但这些年，可以说田刚和唐纳森一直主导着卡勒几何的发展。这得从爱因斯坦为解释万有引力的本质，在1916年创立广义相对论，并试图用一个二阶非线性偏微分方程组来度量引力场，即“卡勒--爱因斯坦度量”（Kahler—Einstein 度量）说起。

丘成桐获得菲尔兹奖，是因为解决了卡拉比猜想。卡拉比猜想指出，在封闭的空间，有无可能存在没有物质分布的引力场----卡拉比猜想共有三种情况：第一陈类等于零；第一陈类小于零；第一陈类大于零。丘成桐证明了这个猜想的陈类为负和零的情况。因此人们希望在研究Fano流形上（即第一陈示性类正定时）卡勒--爱因斯坦度量的存在性问题中也有所突破。田刚是丘成桐学生，缘此在卡比拉猜想上也做出了成就----他的博士论文，为一般Fano 流形上问题的解决做了铺垫----田刚是在几何领域，提出波戈莫洛夫-田-托多罗夫定理，由此在数学界崭露头角的。

田刚作丘成桐的学生，主攻的是卡拉比猜想第一陈类大于零。1989年田刚利用他先前引进的不变量以及他发展的部分连续模估计这一新工具，彻底解决了复曲面上的卡拉比问题（二维时）。这是非常重要的突破。由此获得了维布伦几何奖。在此之前，田刚通过定义阿尔法不变量----该不变量可以判别凯勒爱因斯坦度量的存在性。

但要解决高维情形的卡拉比问题时，则更加困难。田刚先给出例子，说明即使没有非零全纯向量场，也有可能不存在卡勒--爱因斯坦度量。1996年利用田刚与丁伟岳教授合作，定义的全纯不变量，引进k稳定的概念，证明流形上存在卡勒--爱因斯坦度量的Fano流形必须是K稳定的。之后K稳定的概念得到进一步发展，并推广到任意极化的Kahler流形，成为代数几何重要的概念之一，从而证否了卡拉比猜想III。后来田刚和菲尔兹奖得主唐纳森提出了关于K-稳定 Fano流形上卡勒--爱因斯坦度量存在性问题，也就是著名的丘-田-唐纳森猜想，也叫K稳定性猜想。

2012年10月田刚率先宣布解决了K-稳定Fano流形上卡勒--爱因斯坦度量的存在性问题，并给出了证明概要。解决这个长期未决的重大问题的关键技术途径，是在卡勒--爱因斯坦度量锥空间情形建立田刚早先猜测的部分连续模估计，而建立这一关键估计的主要方法是推广 Cheeger-Colding-Tian 有关卡勒--爱因斯坦流形的紧化理论。田刚的证明综合应用了众多理论，涉及到很多数学分支，比如微分几何、代数几何、偏微分方程、多复分析、度量几何等，特别是其证明将这些领域联系在一起，将完善并推动这些学科的发展。

三、凤凰涅槃的科学解救的办法只有三旋理论。

1、柯召-魏时珍猜想建模物理应用风流数今朝

A、“开弦”和“闭弦”分别对应的球与环

很多世界数学大难题，如费马大定理、哥德巴赫猜想、四色定理等，都涉及整数、自然数、偶数、奇数、素数、无穷级数等。这又与圆锥曲线方程，对应的曲线有关系。一个圆锥体的拓扑结构，等价于一个球面，它们又都是一个2维曲面空间。

两个球面只有一“点”连接成像“8”字形的球串串，是一个3维曲面空间。同理，两个圆锥体顶对顶，是属于3维曲面空间。像宇宙一样一个球面可以无限膨胀，变大没有关系，这种无限大，或无限多，对应整数、自然数、偶数、奇数、素数等的无限多。但如果从数学到物理自然真仅是这样，就太简单无趣了。然事情没完，空心圆球内外球面也是一个2维曲面空间，如果像“8”字一个“0”凹陷装入另一个“0”内面，像口袋内再装口袋，或者像一个空心圆锥体放到另一个空心圆锥体内部顶对顶的示意图，这种空心圆内外表面只有一“点”在连接；这个点即使拉长变为一维的线段，从拓扑结构和庞加莱猜想来说，却仍是与球面同伦的；并可以说是一个3维曲面空间，内外球面是“同位旋”的。事情到1958年，此研究还有完。

从这年开始的“大跃进”，伟大领袖毛主席号召解放思想，略高一筹的川大数学家们，决定解决新中国 1949 年解放不久，1953 年毛主席就开始选定的“物质无限可分”的命题。这也是毛主席在集中古今中外争议的一个科学大智慧，交给全党内外的干部、学者、科学家和群众，希望去研究。从后来部分主流精英所创的“层子模型”来看，多数是顺着“无限可分”的逻辑，来思维的，这当然不符合毛主席本意的效果。因为“可分”，可以不是把量子分割开，而是“可数”，类似整数、自然数、偶数、奇数、素数等，是无限多。那么把整数、自然数、偶数、奇数、素数等的无限多，分散在类似空心圆内外的球面上，甚至像“8”字一个“0”凹陷装入另一个“0”内面类似口袋内再装口袋的球面上，也是合符逻辑，能想象思维的。

正是从这里，理解毛主席的大智慧，川大数学家们于是从毛主席的著名论断“政治是灵魂，政治是统帅”的高度出发，把后者加进“物质无限可分”的命题，化西方数学的庞加莱猜想和苏联数学的灵魂猜想，为“空心圆球不撕破和不跳跃粘贴，能把内表面翻转成外表面”的证明，从而开创了现在的第三次超弦革命，成为量子色动弦学的先声。因为如果把对空心圆球内外表面的翻转，看成类似把一个空心圆锥体，放到另一个空心圆锥体内部且是顶对顶的图像，这也类似大宇宙中装小宇宙，两者无限变大还是无限变小，都能成立。而且能够把宏观与微观统一，这是通过一维的联络和在虫洞点的交变能成立的。

这里交变“交点”的要害，是一个圆锥体的表面与另一个圆锥体的表面翻转，必须经过顶对顶的交点；把它看成量子点，普朗克尺度的级数是 10 进位制，可分只有四舍五入的有限可分。这类似著名寓言故事《羊过河》，选择山羊是过不了河，但选择的是人，懂得合抱转身，就过得了河。再联系整数和自然数是可数，也可分开，自然数列或正整数列中的偶数，都可以包括在“2 的 n 次方”的公式中，其 n 为正整数。任何偶数，都可以表示成是两个自然数之和；而其等式的个数，就是这个偶数的一半，由此可以做成一种“数列楼梯”状。

即把任何偶数从 1 到它为止写成自然数列，然后把该自然数列对折成两列，使“2 的 n 次方减 1”这数与这个自然数列开头的 1 对齐，做成偶数的一半与另一半对应的“数列楼梯”。因素数也叫质数，是只能被自己和 1 整除的数，例如 2、3、5、7、11 等；2500 年前希腊数学家欧几里德就证明了素数是无限的，并提出少量素数可写成“2 的 n 次方减 1”的形式，这里 n 也是一个素数。但“2 的 n 次方减 1”的方法不全对，其次也会漏掉很多素数。用当代语言来叙述，哥德巴赫猜想有两个内容，第一部分叫做奇数的猜想，第二部分叫做偶数的猜想。

奇数的猜想指出，任何一个大于或等于 7 的奇数都是三个素数的和。偶数的猜想是说，大于或等于 4 的偶数一定是两个素数的和。相对来讲，奇数的猜想比较容易，因为它是偶数的猜想的推论。如果每个大偶数都能写成两个素数之和，那么我们就能够证明任何大奇数都是三个素数之和，因为任何奇数减去 3 都是一个偶数。如果把大于 4 的自然数列范围内的两个最靠近的奇素数之间的复合数称为“空洞”，把这些复合数的个数称为“空洞数”。利用 5000 内的素数表，可知 $1 \to 10$ 内的最大“空洞数”是 3；11→100 内的最大“空洞数”是 7；101→1000 内的最大“空洞数”是 12；1001→5000 内的最大“空洞数”是 30，…… 等等，即“空洞数”在变大。任何不小于 6 的偶数，都是两个奇质数之和的哥德巴赫猜想，实际类似寻找“哥德巴赫猜想楼梯”。

即把任何不小于 6 的偶数的自然数列对折，在第一个半列自然数列开头加个 0，使它与此偶数对齐；然后在第二个半列自然数列开头重复加个这个偶数的一半的自然数，使它与此第一个半列自然数列末尾的该偶数的一半的自然数对齐，使偶数的一半与另一半对应，那么此两数列对应的两个整数相加，都等于这个偶数。在此基础上，把这其中所有的复合数对应的偶数都去掉，即“空洞化”，还有一些对应的两个奇素数之和等于这个偶数，这就是所属的“哥德巴赫猜想楼梯”。

但川大的数学家们要解决的是类似“羊过河”的焦点和交点，不是“羊”也不是“人”，而是高能物理和基本粒子涉及量子，甚至是夸克或暗物质“火墙”壳层。川大的数学家们虽然能推论空心圆锥体内装空心圆锥体，对应类似“空心圆球不撕破和不跳跃粘贴，能把内表面翻转成外表面”的证明，也等价于中古今中外争议的科学大智慧“物质无限可分”命题。但联系推论到电磁作用力和弱相互作用力时，类似两个圆锥体顶对顶属于 3 维曲面空间，这中间单独的一个圆锥体，是属于 2 维曲面空间，又类似一个磁单极，可以内外表面交流翻转。

但强力的胶子，和引力的引力子，也类似“磁单极”吗？在变相上说，夸克的色禁闭和引力没万有斥力，它们这种的 3 维曲面空间圆锥体顶对顶，跟着的不是 0 质量或 0 电荷粒子，而是类似黑洞火墙的暗物质和暗能量壳层。它们的另一半圆锥体，夸克色禁闭里的是夸克海、海夸克、胶子海、海胶子。引力子没万有斥力，却有宇宙常数面的额外维的高维和多维。顶对顶的交点变成“壳层”口袋类似的空心圆球内外表面无破的翻转，这种两个圆锥体顶对顶属于双曲面的 3 维曲面空间，构成口袋“壳层”的量子或粒子，是类似量子密钥冗余码的暗物质，涉及的是多转子的束旋态。由于时代的局限，当年沿

着毛主席的命题正确推进的川大数学家们，还不能具备这些知识，再加上其他种种原因偃旗息鼓了。但"空心圆球不撕破和不跳跃粘贴，能把内表面翻转成外表面"的证明，成为"赵正旭难题"或称庞加莱猜想外定理攻关，在民间 50 多年没有被撼动过。

例如，在《求衡论----庞加莱猜想应用》一书中，创造和积累条件用庞加莱猜想分析弦膜圈说的极性二次量子化，把开弦和闭弦对应暗物质与暗能量粒子的变换和共形变换。"开弦"和"闭弦"分别对应的球与环，"开弦"产生"杆线弦"及"试管弦"；"闭弦"产生"管线弦"及"套管弦"。其"套管弦"类似"泰勒桶"、"泰勒涡柱"的形态结构，这是闭弦环面一端的内外两处边，沿封闭线不是向自身内部而是分别向外部一个方向的定域对称扩散，变成类似"试管弦"管中还有一根套着的管子。如果设"杆线弦"两端都一样是实体，为无极性。

但"试管弦" 两端却不一样：一端有"开口"，有黏住膜面的极性性；另一端无"开口"，不能黏住在膜面上，就无极性。同理，杆线弦和管线弦两端的不相通与相通等价，都属没极性。从黑洞火墙"壳层"到原子核、质子、中子"壳层"等，假设组成"壳层"的弦粒子类似试管弦，其管口是朝向"壳层"外排列，这种无数洞口排列组成的外壳膜面，其极性自然有吸引力，是产出火墙的层层叠叠的引力膜面。20 多年来人们搜寻暗物令人信服的证据，也就是通过引力产生的效应，得知宇宙中有大量暗物质的存在的。

B、柯召和魏时珍等川大数学家

在 1963 年前，并没有对外公开说研究西方数学的庞加莱猜想，和苏联数学的灵魂猜想为"空心圆球不撕破和不跳跃粘贴，能把内表面翻转成外表面"的证明，我们知道这个情况是很偶然的。2007 年出版《求衡论----庞加莱猜想应用》一书，因为"不撕破和不跳跃粘贴，能把空心圆球内表面翻转成外表面"求解这道难题，也跟庞加莱猜想有关：我们 43 年后拿出的答案类似"羊过河"的寓言故事----河上有座独木桥，一只白羊和一只黑羊分别从桥两头同时走上桥，走到桥中间要过河，而又互不相让，如何办？

把这个图案化为一维的弦线，引进到空心圆球内表面翻转成外表面，在球的内外表面之间搭成一维的"桥"，变换为"羊过河"问题，这是一个解答 1 维和 0 维结合的三旋宽窄数学，是跟弦论、圈论、旋子论、扭子论、时空非互易论、平行宇宙论、宇宙轮回论等联系的弦膜圈说，可解答时空连续与间断的统一----这里像《羊过河》寓言中的独木桥的弦图，假设变形为"魔杖"的弦线，可类比萨斯坎德的《黑洞战争》一书中的"持球跑进"，和特霍夫特的全息信息守恒的疑难解答。即"魔杖"类似空心圆球内表面翻转成外表面，两只羊在桥中间碰头的"转点"，有类圈体宽窄三旋式的自旋能化解矛盾。

"羊过河"的寓言，说的是白羊和黑羊打起来，都掉到河里了。但如果改成"人过河"，走到桥中间的两个人，不用打架，也不用互让，只需一个人抱着另一个人，旋转半圈，或一个人拉着另一个人，相互半转身，脚交叉，就过去了----"羊"和"人"都属于动物，但在进化级别上，"羊"处于下端，"人"处于顶层，所以"求衡论"的智慧也不在一个级别。2020 年 3 月 15 日"科学网"个人博客专栏发表王善勇教授的《**人生不需要提速**》的文章说："就科研而言，学术训练更加重要。你受到的训练有多强，你的能力就有多强。能力有多强，你在学术上就能达到怎样的高度。所谓，0 到 1 的突破，其实是需要过程的积累的。没有能力做基础，只是一句口号而已。那么如何才能做到从 0 到 1 的突破呢？我们能做的只有每天一点一滴的积累，耐心地做好每一件事，终身学习。学生如此，教授亦如此。人生不需要提速……初心无非是你的最初的理想，情怀。但理想，情怀这个东西更加是靠不住的。最硬核的东西仍然是你的实力"。

2、出版《求衡论---庞加莱猜想应用》后

A、"柯召-魏时珍猜想"科学建模的重大意义

回想漫长的 40 年到现在使我们明白："理论"最基本的东西，就是代数的"四则运算"和几何拓扑的"环面与球面不同伦"----"四则运算"涉及自然数、实数、虚数、复数、群伦的加、减、乘、除和开方等运算方法和规则，可联系对应自然界的物质，时间，空间、真空，能量守恒、宇称守恒、对称守恒与破缺，量子起伏，不确定性原理，霍金辐射，退相干，波粒二象性，宇宙大爆炸，暗物质、暗能量，卡西米尔效应，有生于无、阴阳五行、三生万物，平行宇宙、多世界、宇宙轮回等概念语言。

"环面与球面不同伦"可联系对应直线运动，圆周运动，韦尔张量效应，里奇张量效应，规范场、量子纤维丛，电磁场传播，引力传输，广义相对论，量子隐形传输，量子纠缠，不相容原理，自旋避错码、自旋冗余码，比特以及量子比特、众特、囚特、多特，物质族基本粒子质量谱计算公式，哈热瑞为夸克和轻子内质量的"奇迹般"相消机制疑难等概念语言的学习与钻研，为理解"求衡论"打开窗口。

a、"柯召-魏时珍猜想"科学建模的重大意义，是中国科学家们早于韦内齐亚诺独立研讨现代超弦理论的先声----中国当然应该要争回自己的部分优先权----且不说"柯召-魏时珍猜想"能精准一网打尽庞加莱猜想、灵魂猜想、圆锥曲线、中国格物，直到今天的**超弦理论**、**圈量子引力理论**、多维时空、虫洞、黑洞、白洞、暗物质、暗能量、反物质、反宇宙、**宇宙轮回**等模型空间。

但对比庞加莱猜想正定理，数学证明"柯召-

魏时珍猜想”的“不撕破和不跳跃粘贴，能把空心圆球内表面翻转成外表面”，难点也不少。首先“不撕破”，空心圆球内外表面就只能做一根一维弦线或虫洞连通。这时与庞加莱猜想实心球体仍是等价的，亏格=0。但如果空心圆球内外表面有两根一维弦线或虫洞连通，就能作环圈类似通孔线旋，亏格=1.。但亏格=0 的空心圆球内外表面只有一根一维弦线或虫洞连通的翻转，又是等价于类似墨比乌斯带陈数=1 的不平凡图像内外圈面的翻转。墨比乌斯带是在内外圈面中心圈线上，有一个扭转的**“交点”**。这类似一个圆锥体的表面与另一个圆锥体的表面翻转，必须经过顶对顶的交点。把它看成“量子点”，它可以是球量子，也可以环量子，但要内外表面翻转通过，必须是体旋。

正是这一选择，才吸引了我们使用三旋理论去思考的。但因三旋中，面旋和线旋被排除在外，体旋有球量子性，或大或小，可以把宏观和微观，或大宇宙与小宇宙，天然地联系结合上了量子论和弦论----道理是，量子论不可分，留有“四舍五入”的余地----由于量子论的最小单位是普朗克尺度，级数是 10 进位制，可分只有四舍五入的有限可分。所以又联系上了“千僖难题”之四的黎曼假设，和美国克雷数学所 2000 年公布的其余千禧六难题的全解。

b、弦理论的开弦和闭弦，只与庞加莱猜想正定理的圆球，和庞加莱猜想逆定理的圆环对应。“不撕破的空心圆球”属于庞加莱猜想第三极公设----庞加莱猜想外定理。空心圆球内外表面能做一根一维弦线或虫洞的连通，加上量子论的“四舍五入”，类似把皮球不破，内表面翻转成外表面，必然涉及数学的“点”问题。

例如，美国科学家萨斯坎德在《黑洞战争》一书中，曾谈到“持球跑进”的保卫信息守恒的求解办法，就可以联系庞加莱猜想外定理翻转，试着假设或拟合不用其他维度，去想象线和珠子。这里的“线”，不再是圆柱面的线材，而是圆柱面的管子。珠子也不是在圆柱面外移动类似的算盘珠子，而是在圆柱管内移动的，类似球面或环面的珠子。

但如果珠子的自旋，只有面旋和线旋，要持球跑进相互穿越交流发送信息也不行。在三旋理论中，类圈体（如环圈）内禀自旋有三种：面旋、体旋和线旋。类圈体的面旋、体旋和线旋还可两两组合，或三三组合，合计的避错编码标度值个数就是 62。空心圆球内表面翻转成外表面，把管道及珠子推理到普朗克尺度，只给一条一维的沿着管线内壁移动，内外各自持球跑进的珠子相遇，在转点的普朗克尺度上，由于还可以各占一半合成一个球体，作体旋翻转后，各自再分开，恢复原来各自的形态。此前“转点”的“庞加莱猜想球”自旋，如果是作纯面旋，那么从内向外或从外向内的交流就会被阻塞；不堵塞只能作纯体旋和与其组合旋。只不过纯体旋的转轴方向，与管柱壁的管长方向的中心线垂直。空心圆球内表面翻转成外表面，在庞加莱猜想球式的“转点”自旋这里，有存在量子论类似的“间断”性。

原因是：其一，即使球体的纯体旋不阻塞，从内向外或从外向内的交流，由于是“转点”式的内外的交流----是在同一段管线内运动，根据广义泡利不相容原理，它们必须“间断”交换才能进行。其二，与体旋的组合旋，只在遇到体旋时才有一次被选择，这本身也产生“间断”，这是旋到纯面旋位置的时候。这种阻塞即使时间是短暂的，因双方运动的速度或频率差，要用普朗克尺度来截止，这也涉及小数点后面的无理数或有理数的位数计算。由此，联系把普朗克常数的数量级比作针尖，一个数量级中从 1 至 9 可容纳 9 个连续自然数，即在针尖上可站 9 个天使，只有一半对一半普朗克常数的嵌合被选择。

B、柯召-魏时珍猜想与萨斯坎德的《黑洞战争》

a、这涉及三个方面：一是联系空心圆球内表面翻转成外表面，涉及庞加猜想外定理，而与玻色子变费米子有关。二是联系约瑟夫森效应和量子霍尔效应等量子隧穿现象，涉及“贝里洞”和贝里张量，而与超导体和拓扑绝缘体有关。例如，在两块超导体中间夹一层薄薄的绝缘层构成约瑟夫森结，即使不加上电压，也能观察电子对飞越间隙的隧穿电流。这时绝缘层两端的电压是 $hf/2e$ 的整数倍，其中 h 为普朗克常数，f 为微波辐射的频率，e 为基本电荷。三是联系霍金与彭罗斯的奇性定理引力强到足以捕获一个区域，涉及正常的闭合二维面和引力子闭合捕获面，而与费米子的自旋和转轴的偏振量子数有关。这又进一步联系到霍尔效应材料。

这里有张天蓉教授的《拓扑相变：解读 2016 年诺贝尔物理奖》文章分析。因为用电子和磁通量子表示的“整数量子霍尔效应”图和“分数量子霍尔效应”图，也能用来说明庞加莱猜想外定理----空心圆球内外表面翻转，联系空心圆球内外表面只开一个孔连通，拓扑上是与实心球体等价，还可以证明线旋和面旋不是万能的，但体旋却可以与质量、热量、间断量子化，以及黑洞熵等于黑洞视界的面积等有关----这里的“藏象”，就类似量子霍尔效应的“拓扑象”；这里的“藏数”，就类似“量子数”。宽窄拓扑学上，“有限、无边界、有方向”的二维闭合面，也是用“亏格”来描述和分类的----对实闭曲面，亏格是曲面上洞眼的个数----球面无穿孔亏格为 0。面包圈有一个穿孔亏格为 1。两个穿孔亏格为 2……不同的亏格对应不同拓扑。

从庞加莱猜想正定理可知：空心圆球内外表面只有一个孔连通的，与实心球体等价，也是亏格=0。

但空心圆球内外表面有两孔连通，则能类似环圈作通孔线旋，才亏格=1。张天蓉教授说："量子霍尔效应研究的是二维系统中电子在均匀磁场中的运动，霍尔效应有经典与量子之分，量子霍尔效应中又包括整数量子霍尔效应和分数量子霍尔效应。因此量子霍尔效应中涉及到不同的、离散的量子态，构成不同的'相'，互相转变则为'相位'。在表征量子化霍尔效应的参数中，有一个填充因子 n，由 n 出发引入拓扑数，并由此而对电子波函数的拓扑性质进行分类。这是将数学上的拓扑概念应用于与'相'有关的凝聚态理论。如果将电子运动和磁场都进行量子化，得到的填充因子 n，可以被理解为电子数 N 与磁通量子数 N 的比值"。

b、宽窄科学用空心圆球内外表面有孔连通的图像，来比喻量子霍尔效应中电子与磁通量子数目的分配关系----将一个电子表示成一个空心圆球内外表面只有一个孔连通，穿过电子的磁通量子类似空心圆球内外表面翻转，用一根带箭头的竹签表示，在整数量子霍尔效应中，每个磁通量子所穿过的电子数便等于填充因子 n----当 n=1 对应于一个磁通量子穿过一个电子。当 n=2 时，是一个磁通量子穿过两个电子，以此类推。但分数量子霍尔效应的情况，是一个空心圆球，内外表面至少有两孔连通，能作环圈类似的通孔线旋，因此磁通量子数对应一个电子数目，出现两个磁通量子共同穿过一个电子，n 便成为了分数：n=1/2。如果三个磁通量子穿过一个电子，则 n=1/3。如果是五个磁通量子穿过两个电子，则是 n=2/5。这里填充因子 n，被用作物态（相）的分类标签，每一个不同的 n，都代表一种不同的量子态：n 为整数时，对应整数量子霍尔态；n 为分数时，对应量子流体分数霍尔态。不同的 n 值代表的不同量子态，无论是分数还是整数，都需要由系统波函数内在的宽窄拓扑性质来描述。

分数量子霍尔效应之间的不同，可直观地用这些基态简并电子集体运动模式的不同来描述。每一种分数量子霍尔态对应的每种模式，也可以联系宽窄拓扑的亏格表征。这里自然要联系到如何来定义物理中的"相"？在各种具体情况下，可以有不同定义的宽窄"相"----了解凝聚态到引力波入门，最关键的是宽窄"贝里相位"。这是 1984 年英国数学物理学家迈克尔·贝里，从量子的观点引进"贝里相位"，能解释一个量子体系回到原来状态时，有可能会带来一个额外的因为空间的几何性质而产生的相位因子，这称之为几何（贝里）相位。

c、张天蓉教授说："贝里相位虽被量子力学和光学实验的观察所证实，但贝里相位实际是电磁现象具体应用中的产物，它提供了具有拓扑结构的最简单物理系统的例子。而物理学中通常用的'相位'一词，描述的是某种波动性质，如说交流电的相位、振动弦的相位、量子力学中波函数的相位等。在经典电磁学中，相位也只有相对意义：如两个波的相位差，会形成干涉条纹。但一束电磁波的绝对相位值，并不产生任何观测效应。但在电磁的量子理论中，相位具有可观测物理效应，这便是贝里相位"。例如，考虑空间有一个通电螺线圈，线圈中有所示方向的电流，与在螺线圈的内部产生的磁场方向相合。

通电线圈引起的相位因子 φ，就是贝里相位。但 2016 年获诺贝尔物理奖的索利斯、霍尔丹和科斯特利兹等三人中，有早于贝里，在 1982 年为解释整数量子霍尔效应，就已经在把拓扑概念与电子波函数的"相位"联系，提出了类似的"贝里相位"。这实质是重新解释了量子力学中的"波粒二象性"和"测不准"两大原理，向哥本哈根学派的玻恩几率波，和费曼的路径积分及部分子的正确解释靠拢。

因为"可分"，可以不是把量子分割开，而是"可数"，类似整数、自然数、偶数、奇数、素数等，是无限多。那么把整数、自然数、偶数、奇数、素数等的无限多，分散在类似空心圆球内外的球面上。甚至像"8"字一头的一个"0"，凹陷装入另一个"0"内面，类似口袋内再装口袋的球面上，也是合符逻辑，能想象思维的。圆周运动必然带孔；由里奇张量引力效应推想带孔超导薄膜的非超导金属态内形成的库珀对----电子对量子环作圆周运动，被电子绕着的虽然不再是正物质的物体，而是类似"0"物质的真空，但带孔超导薄膜的库珀对作圆周运动产生的量子引力里奇张量效应，对类似"0"物质的真空产生的"虚引力子"激发，也许更强烈、更集中。

d、联系费米子为啥是 1/2 自旋？道理是，如果把虚拟的空心圆球不撕破与不跳跃粘贴的内外表面翻转，看成像"8"字一个"0"凹陷装入另一个"0"内面，像口袋内再装口袋，或者像一个空心圆锥体放到另一个空心圆锥体内部顶对顶的示意图像。这里"8"形的球串自旋，上面"0"的整体自旋完后是下面"0"的整体自旋，所以合计自旋是 720 度，但按自旋分类只是 1/2 的费米子。而像口袋内再装口袋的自旋只要 360 度，是类似玻色子。"翻转"的区别大如天。

再说"8"形球串这种顶对顶的交点变成壳层类似的翻转，这里"零锥"的点移动，可以是一维的弦或虫洞。而且这种空心圆内外表面只有一"点"在连接；这个"点"即使拉长变为一维的线段，从拓扑结构和庞加莱猜想来说，仍是与球面同伦的。现在把空心圆球内表面比喻的"0"或空心圆锥体，收缩到一"点"；因为一个圆锥体的表面与另一个圆锥体的表面翻转，必须经过顶对顶的交点；把它看成量子点，实际类似普朗克尺度级数是 10 进位制

的“里奇流球”，只可四舍五入有限可分成的一半对一半。由于三旋包括体旋，量子点“里奇球”体旋翻转，内表面变的那个“半点”，翻转为外表面的那个“半点”。再虚拟这个翻出的“半点”，经过两个“半点”组合放大成球面，这也仍是与球面同伦的。

这里的奥秘还有量子色动三旋力学的体旋----这类似湖南科技出版社 2010 年出版的萨斯坎德的《黑洞战争》一书中，说的“持球跑进”----按萨斯坎德的“持球跑进”的本意，类似代表持球运动员的微观的“引力子人”，和代表费米子和玻色子“信息”的球，是同一层次，或平等的整体。费米子和玻色子互相转化不但类似实体变化，也是一种信息的变化。萨斯坎德把此拟设为类似持球跑进的翻转，如果推理到普朗克尺度的视界，只给在一维的沿着线地移动的类似“点”微观的“引力子人”----萨斯坎德是用一个高倍显微镜来观测类似费米子和玻色子可以互相转化生活的世界，但萨斯坎德是把微观的“引力子人”看成算珠的一些小珠子，试着不用其他维度去想象线和珠子，那么它们能持球跑进相互穿越交流发送信息吗？不能。

References

1. Baidu. http://www.baidu.com. 2020.
2. Google. http://www.google.com. 2020.
3. Journal of American Science. http://www.jofamericanscience.org. 2020.
4. Life Science Journal. http://www.lifesciencesite.com. 2020.
5. Ma H. The Nature of Time and Space. Nature and science 2003;1(1):1-11. doi:10.7537/marsnsj010103.01. http://www.sciencepub.net/nature/0101/01-ma.pdf.
6. Marsland Press. http://www.sciencepub.net. 2020.
7. Marsland Press. http://www.sciencepub.org. 2020.
8. National Center for Biotechnology Information, U.S. National Library of Medicine. http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed. 2020.
9. Nature and Science. http://www.sciencepub.net/nature. 2020.

Poincaré Conjecture Proof

Changjiang Kang

Recommended: Wang Dekui (Wang Dekui), Mianyang Daily, Mianyang, Sichuan 621000, China, y-tx@163.com

Abstract: Poincaré is generally regarded as the founder of topology, the first mathematician to separate topology from analysis (a branch of mathematics developed from calculus) and geometry. Topology is often described as "plasticine geometry" because it studies the properties of surfaces under arbitrary stretch, and tearing and bonding are not allowed. Our familiar objects are all three-dimensional.
[Changjiang Kang. Poincaré Conjecture Proof. Academ Arena 2020;12(8):79-91]. ISSN 1553-992X (print); ISSN 2158-771X (online). http://www.sciencepub.net/ academia. 9. doi:10.7537/marsaaj120820.09.

Keywords: Poincaré; Topology; Analysis; Calculus; Mathematics

8/20/2020