Academia Arena

Websites:
http://www.sciencepub.net/academia
http://www.sciencepub.net

Emails:
aarena@gmail.com
editor@sciencepub.net

MARSLAND PRESS
Multidisciplinary Academic Journal Publisher

伽利略变换问题的直接简单证明

吴中祥

1929 年 10 月生，湖北红安人。1952 年 5 月武汉大学物理系毕业，任武汉大学物理系助教，1960 年在第二机械工业部第九研究院理论部任助理研究员，1972 年至今在中国科学院力学研究所任助理研究员、副研究员、研究员。

Abstract: 提要：按时间与参考系无关的所谓：“绝对时间”观点，经典物理学仅用 3 维空间矢量处理各种问题。将 3 维空间位置和速度矢量在不同牵引运动系的变换，直接由其各方向余弦组成的正交归一矩阵表达，就容易直接证明相应不同条件下伽利略变换问题的不同特性。因而相应不同条件下能量、动量和动量矩守恒的问题，就都容易得到直接的简单证明,就应能适用于各种具体实例。

[吴中祥. **伽利略变换问题的直接简单证明.** *Academ Arena* 2020;12(5):17-25]. ISSN 1553-992X (print); ISSN 2158-771X (online). http://www.sciencepub.net/academia. 2. doi:10.7537/marsaaj120520.02.

Keywords: 关键词：绝对时间，伽利略变换，能量、动量和动量矩守恒

1．3 维空间各矢量，及其模长的表达

3 维空间任意矢量：A (3) [1 线矢]={Aj [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}，其模长：A (3) =(Aj^2,j=1 到 3 求和)^ (1/2)，[A (3)单位 1 线矢]={Aj [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}/(Aj^2,j=1 到 3 求和)^ (1/2)，距离（或位置、长度）矢量：r (3) [1 线矢]={rj [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}，其模长：r (3) =(rj^2,j=1 到 3 求和)^ (1/2)，[r (3)单位 1 线矢]={rj [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}/(rj^2,j=1 到 3 求和)^ (1/2)，距离（或位置、长度）的微分：dr (3) [1 线矢]={drj [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}，其模长：dr (3) =(drj^2,j=1 到 3 求和)^ (1/2)，时间的微分：dt，距离（或位置、长度）的时间导数=速度：

v (3) [1 线矢]=dr (3)/dt [1 线矢]={drj/dt [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}={vj [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}，动量：p (3) [1 线矢]=mv (3) [1 线矢]=mdr (3)/dt [1 线矢]={mdrj/dt [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}={pj [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}，

2．3 维空间各矢量在各牵引运动系间的变换

对于牵引运动是 3 维位置矢量：r (3)^2=r1^2+r2^2+r3^2 ，r (3) [1 线矢]的各方向余弦：

c1=cos 角 1=r1/r (3)，s1c2=sin 角 1cos 角 2=r2/r (3)，s1s2=sin 角 1sin 角 2=r3/r (3)，解出：

c1=r1/r (3)，s1=r (2)/r (3)，s1c2=r (2)c2/r (3)=r2/r (3)，c2=r2/r (2)，

s1s2=r (2)s2/r (3)=r3/r (3)，s2=r3/r (2)，

r (2)=(r2^2+r3^2)^ (1/2)， r (3)=(r1^2+r2^2+r3^2)^ (1/2)，

由位置 r (3) [1 线矢]组成的正交归一矩阵：

c1 -s1 0 r1/r (3) -r (2)/r (3) 0
s1c2 c1c2 -s2 = r2/r (3) r1r2/r (2)r (3)-r3/r (2)
s1s2 c1s2 c2 r3/r (3)r1r3/r (2)r (3) r2/r (2)

由速度 v (3) [1 线矢]组成的正交归一矩阵：

c1 -s1 0 v (3) -v (2)/v (3) 0
s1c2 c1c2 -s2 = v2/v (3) v1v2/v (2)v (3)-v3/v (2)
s1s2 c1s2 c2 v3/v (3) v1v3/v (2)v (3) v2/v (2)

由*到’牵引运动系(牵引运动为位置 r (3) [1 线矢])：

r’1=r*1r1/r (3)-r*2r (2)/r (3)，

r’2=r*1r2/r (3)+r*2r1r2/(r (2)r (3))-r*3r3/r (2)，

r’3=r*1r3/r (3)+r*2r1r3/(r (2)r (3))+r*3r2/r (2)，伽利略变换.

r‘(3)={r’j^2,j=1 到 3 求和}^ (1/2)

={r*j^2,j=1 到 3 求和}^ (1/2)=r*(3)，不变性.

dt*/dt’=1, dt/dt’=1，所谓“绝对时间”
v’1=dt*/dt’{v*1r1/r (3)-v*2r (2)/r (3)}+dt/dt’{(r*1r1-r*2r (2))/r (3)-(r*1r1-r*2r (2))v (3)/r (3)^2}，
v’2=dt*/dt’{v*1r2/r (3)+v*2r1r2/(r (2)r (3))-v*3r3/r (2)}，
+dt/dt’{r*1r2/r (3)-r*1r2v (3)/r (3)^2+r*2(v1r2+r1v2)/(r (2)r (3))
-r*2r1r2(v (2)r (3)+r (2)v (3))/(r (2)r (3))^2-r*3r3/r (2)
+r*3r3v (2)/r (2)^2}，
v’3=dt*/dt’{v*1r3/r (3)+v*2r1r3/(r (2)r (3))+v*3r2/r (2)}，
+dt/dt’{r*1v3/r (3)-r*1r3v (3)/r (3)^2+r*2(v1r3+r1v3)/(r (2)r (3))
-r*2r1r3(v (2)r (3)+r (2)v (3))/(r (2)r (3))^2+r*3r2/r (2)
-r*3r2v (2)/r (2)^2}，
有时空弯曲.例如：在地球观察水星近日点进动
由*到’惯性（dv (3)=0）牵引运动系(牵引运动为速度 v (3) [1 线矢])：
r’1=r*1v1/v (3)-r*2v (2)/v (3)，
r’2=r*1v2/v (3)+r*2v1v2/v (2)v (3)-r*3v3/v (2)，
r’3=r*1v3/v (3)+r*2v1v3/v (2)v (3)+r*3v2/v (2)，
v (2)=(v1^2+v2^2)^ (1/2)， v (3)=(v1^2+v2^2+v3^2)^ (1/2)，伽利略变换.
r‘(3)={r’j^2,j=1 到 3 求和}^ (1/2)
={r*j^2,j=1 到 3 求和}^ (1/2)=r*(3)，不变性.
dt*/dt’=1， dt/dt’=1，所谓“绝对时间”
v’1*=dt*/dt’{v*1v1/v (3)-v*2v (2)/v (3)}+dt/dt’{0}，
v’2*=dt*/dt’{v*1v2/v (3)+v*2v1v2/v (2)v (3)-v*3v3/v (2)}+dt/dt’{0}，
v’3*=dt*/dt’{v*1v3/v (3)+v*2v1v3/v (2)v (3)+v*3v2/v (2)}+dt/dt’{0}，
无时空弯曲.
当 r*(3) [1 线矢]=r (3) [1 线矢]
由*到’牵引运动系(牵引运动为位置 r (3) [1 线矢])：
r’1=r1^2/r (3)-r2r (2)/r (3)，
r’2=r1r2/r (3)+r1r2^2/(r (2)r (3))-r3^2/r (2)，
r’3=r1r3/r (3)+r1r2r3/(r (2)r (3))+r2r3/r (2)，伽利略变换.
r‘(3)={r’j^2,j=1 到 3 求和}^ (1/2)
={rj^2,j=1 到 3 求和}^ (1/2)=r (3)，不变性.
dt/dt’=1，所谓“绝对时间”
v’1=dt/dt’{(2r1v1-v2r (2)-r2v (2))/r (3)-(r1^2-r2r (2))v (3)/r (3)^2}，
v’2=dt/dt‘{(v1r2+r1v2)/r (3)-r1r2v (3)/r (3)^2
+(v1r2^2+2r1r2v2)/(r (2)r (3))-r1r2^2(v (2)r (3)+r (2)v (3))/(r (2)r (3))^2
-2r3v3/r (2)+r3^2v (2)/r (2)^2}，
v’3=dt/dt’{(v1r3+r1v3)/r (3)-r1r3v (3)/r (3)^2
+(v1r2r3+r1v2r3+r1r2v3)/(r (2)r (3))-r1r2r3(v (2)r (3)+r (2)v (3))/(r (2)r (3))^2
-(v2r3+r2v3/r (2)+r2r3v (2)/r (2)^2}，
有时空弯曲.例如：水星近日点进动
由*到’惯性（dv (3)=0）牵引运动系(牵引运动为速度 v (3) [1 线矢]，dv (3)/dt=0)：
r’1=r1v1/v (3)-r2v (2)/v (3)，
r’2=r1v2/v (3)+r2v1v2/(v (2)v (3))-r3v3/v (2)，
r’3=r1v3/v (3)+r2v1v3/(v (2)v (3))+r3v2/v (2)，
v (2)=(v1^2+v2^2)^ (1/2)， v (3)=(v1^2+v2^2+v3^2)^ (1/2)，伽利略变换.
r‘(3)={r’j^2,j=1 到 3 求和}^ (1/2)
={rj^2,j=1 到 3 求和}^ (1/2)=r (3)，不变性.
dt/dt’=1，所谓“绝对时间”
v’1=dt/dt’{v1^2/v (3)-v2v (2)/v (3)}，
v’2=dt/dt’{v1v2/v (3)+v1v2^2/(v (2)v (3))-v3^2/v (2)}，
v’3=dt/dt’{v1v3/v (3)+v1v2v3/(v (2)v (3))+v2v3/v (2)}，

无时空弯曲。

由以上各不同情况，可分别的出相应的：能量、动量、动量矩等的守恒公式。

二、一道中学生物理竞赛题的标准答案却令许多专家至今争论不休

有人给我博客提问：

公元 2009 年第 26 届全国中学生物理竞赛复赛三、1。题为：一质量为 m 的小球与一劲度系数为 k 的弹簧相连组成一体系，置于光滑水平地面上，弹簧的另一端与固定墙面相连，小球做一维自由振动。试问在一沿此弹簧长度方向以速度量值 u 做匀速运动的参考系里观察，此体系的机械能是否守恒，并说明理由。

标准答案：否。原因是墙壁对于该体系而言是外界，墙壁对弹簧有作用力，在运动参考系里此力的作用点有位移，因而要对体系做功，从而会改变这一体系的机械能。

有人从“这个问题中弹簧仅仅是传递弹力，约束力与保守力是同一个力，再计算墙对于弹簧做功就重复了，才出现了机械能不守恒的错误”。剖析参考解答（即标准答案）的错误。

并未指出其错误的根本原因而争论不休。甚至查阅到有关这类争论，在公元 1964 年就有了，至今已 52 年了。

其实，这问题就只是：在一个惯性系观察另一个运动系的问题。

这样的牵引运动问题，当然不能认为：在一个惯性系，另一个运动系中的某个没有位移的力与观察系有位移，该力就作功了。

关于这类经典物理的牵引运动问题，就必须从伽利略变换的相应情况来分析。

我不愿参与这个具体问题的争论，而发表了博文：“伽利略变换问题的直接简单证明”，http://blog。sciencenet。cn/blog-226-986965。html

不涉及这个具体问题，而全面具体论证了经典物理学各种牵引运动系，必须计及的伽利略变换及其必然的不变性。

就容易证明：各相应条件下，能量、动量、动量矩等守恒。

但是有人仍认为：“在一个惯性系，另一个运动系中的某个没有位移的外力在观察系就有了位移，该力就作功了”，有人还认为：就“不具有伽利略变换的不变性”。就进而具体指出：那篇博文中，由地球观测水星进动，就类似这个问题。但是有人还是把伽利略变换误解为“相对论”而不愿接受该博文的指导，仍然坚持认为：“在一个惯性系，另一个运动系中的某个没有位移的外力在观察系就有了位移，该力就作功了”。就只好告诉他，你仍然不懂：对这类经典物理学（按绝对时间）牵引运动问题，必须计及伽利略变换及其不变性，才能正确处理。

至于狭义相对论，就是还考虑到参考系与时轴有关，经典物理学只是当 3 维空间，其速度与光速相比，可以忽略的近似，惯性牵引运动就已经不是伽利略变换，而是洛伦兹变换了，就根本与此问题无关啊！

在各种经典物理的牵引运动条件下，就必须计及伽利略变换，及其不变性，才能正确处理，位置矢量、速度矢量、动量矢量、力矢量，等的各相应变换规律：请你仔细看看我那篇博文，对本问题相应条件下，位置矢量、速度矢量、动量矢量的变换规律。由此就容易具体证明各相应条件下，能量、动量、动量矩的守恒。你就能知道，你不考虑伽利略变换的计算都是错误的，就自己解决你所提所有问题了！

三、弄清那道中学生物理竞赛题标准答案错误的关键

公元 2009 年第 26 届全国中学生物理竞赛复赛三、1。题为：一质量为 m 的小球与一劲度系数为 k 的弹簧相连组成一体系，置于光滑水平地面上，弹簧的另一端与固定墙面相连，小球做一维自由振动。试问在一沿此弹簧长度方向以速度量值 u 做匀速运动的参考系里观察，此体系的机械能是否守恒，并说明理由。

标准答案：否。原因是墙壁对于该体系而言是外界，墙壁对弹簧有作用力，在运动参考系里此力的作用点有位移，因而要对体系做功，从而会改变这一体系的机械能。

其实，这问题，就只是：在一个惯性系，观察另一个运动系的问题。关于这类经典物理的牵引运动问题，伽利略变换及其不变性是必须遵从的基本规律，就必须按伽利略变换来具体分析。

本博客的有关博文，并已全面具体论证了经典物理学各种牵引运动系，必须计及的伽利略变换，及其必然的不变性。

由此，就容易证明：各相应条件下，能量、动量、动量矩等守恒。否则就会出现各种错误。

因此，当然不能认为：在一个惯性系观测，另一个运动系中的某个没有位移的力，该力就作功了。但是，有人仍错误地认为：“在那个速度为 u 的惯性系观测，另一个运动系中的 x’=x*+ut,以致某个没有位移的外力在观察系就有了位移，该力就作功了”，如此就还认为：“不具有伽利略变换，及其不变性”。并且，始终坚持不改。

例如，有人给我邮电：“你说：‘你只要弄懂伽利略变换，就解决问题了！’。你总不肯正面回

答简单问题啊。没办法，我只好顺着你指引的方向前进啊，看看能不能达到你说的‘解决问题’的目的吧。

我知道，伽利略变换在一维情况下就是

t=t’ （1）

质量 m’=m

和 x'=x-ut (对于初始参考系原点重合的情况） （2）

（2）式两边时间微商得出

v’=v-u， （3）

（a）在小车上看，墙壁速度 v’是多大呢？

答：对于墙壁，由于 v=0，所以（3）式给出

v’=-u （4）

（b）在小车上看，墙壁对弹簧的作用力 f‘（t）是什么呢？

答：（3）式两边时间微商得出，加速度 a’=a，所以，f’=f （因为根据相对性原理，牛顿第二定律在各参考系都成立）

（c）在小车上看，墙壁对弹簧所做功率是不是在小车上看到的墙壁速度 v’乘以墙壁对弹簧的作用力为 f’（t）呢？如果不是，那应该用什么公式来计算墙壁对弹簧所做功率呢？

答：在小车上看，墙壁对弹簧所做功率 w’是在小车上看到的墙壁速度 v’乘以墙壁对弹簧的作用力为 f’（t）.所以，利用（4）式，得到

w'=-uf’=-uf （5）

显然 w’不恒等于 0 啊！

你看我上面的推导和结果有错吗？如果有错，请直接一个一个简单地改正就行，不要再叫我自己费脑筋了！”

他这错误论点有这类错误的典型代表性，因此，在此一并纠正如下。

其实，他的错误就是：没有弄懂伽利略变换。

因为，原题是：沿一弹性力作用系统，弹性力方向以速度量值 u 做匀速运动的参考系里观察，该弹性力作用系的机械能是否守恒？

这里的“匀速 u”是观察系对固定在地面墙上的该弹性力作用系的牵引运动，即：他所说“小车”的运动。并非该弹性力作用系本身的运动，即：该弹性力作用系并非固定在他所说的“小车”上。

因而，按经典物理学各种牵引运动系，必须计及的伽利略变换，及其必然的不变性。

由此，就容易证明：各相应条件下，能量、动量、动量矩，等守恒。

否则，就会出现各种错误。

当然不能认为：

在一个惯性系观测，另一个运动系中的某个没有位移的力，该力就作功了。

而他却是错误地把牵引运动的“匀速 u”当作固定在地面墙上的该弹性力作用系本身的运动，即：该弹性力作用系固定在他所说的“小车”上来计算。

因而，错误地得出：按伽利略变换在一维情况下就是：x'=x-ut (对于初始参考系原点重合的情况） （2）

并由此，振振有词地错误认为，在小车上看，墙壁对弹簧所做功率：

w'=-uf’=-uf （5）

显然 w’不恒等于 0 啊！

因此，他们错误的关键在于：

1，经典物理学各种牵引运动系，必须计及的伽利略变换，及其必然的不变性。

由此就容易证明：各相应条件下，能量、动量、动量矩，等守恒。否则就会出现各种错误。

2，错误地把牵引运动的“匀速 u”当作固定在地面墙上的该弹性力作用系本身的运动，即：该弹性力作用系固定在他所说的“小车”上来计算。

四、一道中学生物理竞赛题的标准答案反映出的根本错误

本博客已发博文：“一道中学生物理竞赛题的标准答案却令许多专家至今争论不休”http://blog。sciencenet。cn/blog-226-987845。html

仍有人不断为此纠缠。本博客昨天又发博文：“牵引运动坐标系间的变换”http://blog。sciencenet。cn/blog-226-989923。html

给出各“质点”粒子牵引运动坐标系间的变换，及其变换的不变性，和物理定律的协变性的普遍规律，具体对于经典物理学（仅限于 3 维空间）牵引运动坐标系间的变换，就是伽利略变换，及其变换的不变性。指出：不按相应的变换正确处理“质点”粒子的运动就会出现各种错误。以及 4 维时空 1 线矢和时空多线矢的有关问题各有不同的特性，将另文具体讨论。

现再就“一道中学生物理竞赛题的标准答案反映出的根本错误”提出如下意见：

公元 2009 年第 26 届全国中学生物理竞赛复赛三、1。题为： 一质量为 m 的小球与一劲度系数为 k 的弹簧相连组成一体系，置于光滑水平地面上，弹簧的另一端与固定墙面相连，小球做一维自由振动。试问在一沿此弹簧长度方向以速度量值 u 做匀速运动的参考系里观察，此体系的机械能是否守恒，并说明理由。

标准答案：否。原因是墙壁对于该体系而言是外界，墙壁对弹簧有作用力，在运动参考系里此力的作用点有位移，因而要对体系做功，从而会改变这一体系的机械能。

其实，这问题，就只是：在一个惯性系，观察另一个运动系的问题。

关于这类经典物理的牵引运动问题，伽利略变换及其不变性是必须遵从的基本规律，就必须按伽利略变换来具体分析。

本博客的有关博文，并已全面具体论证了经典物理学各种牵引运动系，必须计及的伽利略变换，及其必然的不变性。

由此就容易证明：各相应条件下，能量、动量、动量矩等守恒。否则就会出现各种错误。

因此，当然不能认为：在一个惯性系观测，另一个运动系中的某个没有位移的力，该力就作功了。但是有人仍错误地认为："在那个速度为 u 的惯性系观测，另一个运动系中的 X'=x*+ut,以致某个没有位移的外力在观察系就有了位移，该力就作功了"，如此就还认为："不具有伽利略变换及其不变性"。而且，还有人把伽利略变换与"相对论"的洛伦兹变换，混在一起，不区分它们本质上的根本不同，而根本错误地议论"物理定律的协变性的普遍规律"，甚至作为大学的教材，误导青年学子。都须弄清有关问题，予以彻底纠正。

五、牵引运动坐标系间的变换

提要：给出各"质点"粒子牵引运动坐标系间的变换，及其变换的不变性，和物理定律的协变性的普遍规律，具体对于经典物理学（仅限于 3 维空间）牵引运动坐标系间的变换，就是伽利略变换，及其变换的不变性。指出：4 维时空 1 线矢和时空多线矢的有关问题各有不同的特性，将另文具体讨论。

关键词：坐标系，牵引运动，坐标系间的变换

1.牵引运动坐标系间的变换及其变换的不变性和物理定律的协变性

当物体本身的尺度 相对其运动和相互作用时空的尺度，可以忽略，就可处理为"质点"粒子。甚至各星体那样本身的尺度相当大的物体，在宇宙间的相互作用，也可以当作质点处理。各"质点"粒子的运动都是相对的，位置、距离、速度、动量、力等矢量，都应且能由相应的坐标系确定表达。

任何 2 个牵引运动的"质点"粒子，由观测坐标系向牵引运动坐标系的变换，是由观测坐标系牵引运动牵引位移矢量，R 矢，各方向余弦组成的正交归一矩阵表达，只是惯性的牵引运动才可用牵引速度矢量，V 矢，各方向余弦组成的正交归一矩阵表达，而使观测坐标系的任意矢量，A*矢的模长，a*=变换到牵引运动坐标系的相应矢量，A'矢的模长，a'，即：相应变换前后各该矢量模长不变，有该变换的不变性，以及变换前后物理定律的协变性。不按相应的变换正确处理"质点"粒子的运动就会出现各种错误。

2．经典物理学牵引运动坐标系间的变换

经典物理学按所谓"绝对时间"观点，认为 时间与参考系无关，仅用 3 维空间矢量（其各维分量又都是时间的函数）处理各种问题。

(1)3 维空间各矢量，及其模长的表达

3 维空间任意矢量：

A (3) [1 线矢]={Aj [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}，其模长：

A (3) =(Aj^2,j=1 到 3 求和)^ (1/2),[A (3)单位 1 线矢]={Aj [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}/(Aj^2,j=1 到 3 求和)^ (1/2)，距离（或位置、长度）矢量：

r (3) [1 线矢]={rj [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}，其模长：r (3) =(rj^2,j=1 到 3 求和)^ (1/2)，

[r (3)单位 1 线矢]={rj [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}/(rj^2,j=1 到 3 求和)^ (1/2)，

距离（或位置、长度）的微分：

dr (3) [1 线矢]={drj [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}，其模长：

dr (3) =(drj^2,j=1 到 3 求和)^ (1/2)，

时间的微分：dt，

距离（或位置、长度）的时间导数=速度：

v (3) [1 线矢]=dr (3)/dt [1 线矢]={drj/dt [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}

={vj [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}，

动量：p (3) [1 线矢]=mv (3) [1 线矢]=mdr (3)/dt [1 线矢]

={mdrj/dt [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}

={pj [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}，

运动力=动量的时间导数：量纲是：[M] [L] [T]^ (-2)

f (3) [1 线矢]=dp (3)/dt [1 线矢]={d (mvj)/dt [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}

={fj [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}，

偏分(3) [1 线矢]={(偏/偏 rj) [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}，
量纲是：[L]^ (-1)
a (标量)的梯度(3)=梯度(3)a (标量) [1 线矢]
={(偏 a (标量)/偏 rj) [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}，量纲是：[L]^ (-1)
A (3) [1 线矢]的散度 =偏分(3) [1 线矢]点乘 A (3) [1 线矢]
={(偏 Aj/偏 rj),j=1 到 3 求和}，量纲是：A (3)的量纲 乘 [L]^ (-1)
A (3) [1 线矢]的旋度=偏分(3) [1 线矢]叉乘 A (3) [1 线矢]
={(偏 Ak/偏 rl-偏 Al/偏 rk) [j,1 线基矢],jkl=123 循环求和}，
量纲是：A (3)的量纲乘 [L]^ (-1)
离心力：
F 离心(3) [1 线矢]=速度 v (3) [1 线矢]点乘(偏分 r (3) [1 线矢]叉乘动量 p (3) [1 线矢])
={vj (偏 pk/偏 rl-偏 pl/偏 r 可) [j,1 线基矢],jkl=123 循环求和}，
量纲是：[M] [L] [T]^ (-2) 质量 m1 距 r (3)处引力势(标量)：量纲是：[L]^2[T]^2
U=km1/r (3) (标量)
m1、m2 距 r (3)的引力(3) [1 线矢]=m1 距 r (3)处引力势的梯度乘 m2：
量纲是：[M] [L] [T]^ (-2)
f 引(3) [1 线矢]=((km1/r (3))梯度)m2[1 线矢]
=km2{(偏(m1/r (3))/偏 rj) [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}[1 线矢]，
k 的量纲是：[M]^ (-1) [L]^3[T]^2，各维有：
d^2rj/dt^2=g，j=1,2,3， g 是相应条件下的重力加速度。
其各维的解是圆锥曲线（抛物线、椭圆、或双曲线的一支）或其特例（圆或直线）
各维的动能：{drj md^2rj/dt^2,从 rj1 到 rj2 积分}={mvjdvj,从 vj1 到 vj2 积分
=m (vj2^2-vj1^2)/2，各维的位能：{drj mg,从 rj1 到 rj2 积分}=mg (rj2-rj1)，各维的动能、位能总和守恒。
弹性力：物体在弹性限度范围内，较小力作用下，弹性力与物体长度成正比：
md^2r (3)/dt^2=kr (3)，k 为弹性系数。其解为谐振子。其动能、位能总和守恒。
电荷 q1 距 r (3)处电势[1 线矢]：量纲是：[M] [L]^2[T]^2
电势[1 线矢]=(q1/r (3)) [1 线矢]=q1{rj) [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}[1 线矢]/r (3)，
q1、q2 距 r (3)的静电力[1 线矢]：量纲是：[M] [L] [T]^2，
q 的量纲是：[M]^ (1/2) [L]^ (3/2) [T]
静电力[1 线矢]=(q1q2/r (3)^2) [1 线矢]
=q1q2{rj [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}[1 线矢]/r (3)^2，
q1 距 r (3)处的电场强度[1 线矢]：量纲是：
E (3) [1 线矢]={(偏(q1rj/r (3))/偏(ict)-偏(ig0/r (3))/偏(rj)) [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}，q1 距 r (3)处的磁场强度[1 线矢]：量纲是：H (3) [1 线矢]=((q1/r (3))旋度)q2[1 线矢]/c
=偏分 r (3) [1 线矢]叉乘(q1/r (3)) [1 线矢]/c={(偏 r (3)/偏 rj) [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}叉乘 q1{rj [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}[1 线矢]/r (3)
=q1{(偏(rk/r (3))/偏((rl/r (3)))/偏(rk)) [j,1 线基矢],j=1 到 3 求和}，
静电力[1 线矢]、磁力[1 线矢]，都可与运动力[1 线矢]组成相应的运动方程，解得相应的运动规律.电力能、磁力能总和守恒。

2．3 维空间各矢量在各牵引运动系间的变换

对于牵引运动是 3 维位置矢量：r (3)^2=r1^2+r2^2+r3^2
r (3) [1 线矢]的各方向余弦：c1=cos 角 1=r1/r (3)，s1c2=sin 角 1cos 角 2=r2/r (3)，s1s2=sin 角 1sin 角 2=r3/r (3)， 解出：
c1=r1/r (3)，s1=r (2)/r (3)，s1c2=r (2)c2/r (3)=r2/r (3)，c2=r2/r (2)，
s1s2=r (2)s2/r (3)=r3/r (3)，s2=r3/r (2)，
r (2)=(r2^2+r3^2)^ (1/2)， r (3)=(r1^2+r2^2+r3^2)^ (1/2)，
由位置 r (3) [1 线矢]组成的正交归一矩阵：
c1 -s1 0 r1/r (3) -r (2)/r (3) 0
s1c2 c1c2 -s2 = r2/r (3) r1r2/r (2)r (3) -r3/r (2)
s1s2 c1s2 c2 r3/r (3) r1r3/r (2)r (3) r2/r (2)

由速度 v (3) [1 线矢]组成的正交归一矩阵：
c1 -s1 0 v (3) -v (2)/v (3) 0
s1c2 c1c2 -s2 = v2/v (3) v1v2/v (2)v (3) -v3/v (2)
s1s2 c1s2 c2 v3/v (3) v1v3/v (2)v (3) v2/v (2)
由*到’牵引运动系(牵引运动为位置 r (3) [1 线矢])：
r’1=r*1r1/r (3)-r*2r (2)/r (3)，r’2=r*1r2/r (3)+r*2r1r2/(r (2)r (3))-r*3r3/r (2)，
r’3=r*1r3/r (3)+r*2r1r3/(r (2)r (3))+r*3r2/r (2)，伽利略变换.
r‘(3)={r’j^2,j=1 到 3 求和}^ (1/2)
={r*j^2,j=1 到 3 求和}^ (1/2)=r*(3)，不变性.
dt*/dt’=1, dt/dt’=1,所谓“绝对时间”v’1=dt*/dt’{v*1r1/r (3)-v*2r (2)/r (3)}
+dt/dt’{(r*1r1-r*2r (2))/r (3)-(r*1r1-r*2r (2))v (3)/r (3)^2}，
v’2=dt*/dt’{v*1r2/r (3)+v*2r1r2/(r (2)r (3))-v*3r3/r (2)}，
+dt/dt’{r*1r2/r (3)-r*1r2v (3)/r (3)^2+r*2(v1r2+r1v2)/(r (2)r (3))
-r*2r1r2(v (2)r (3)+r (2)v (3))/(r (2)r (3))^2-r*3r3/r (2)
+r*3r3v (2)/r (2)^2}，v’3=dt*/dt’{v*1r3/r (3)+v*2r1r3/(r (2)r (3))+v*3r2/r (2)}，
+dt/dt’{r*1v3/r (3)-r*1r3v (3)/r (3)^2+r*2(v1r3+r1v3)/(r (2)r (3))
-r*2r1r3(v (2)r (3)+r (2)v (3))/(r (2)r (3))^2+r*3r2/r (2)
-r*3r2v (2)/r (2)^2}，变换随时空改变，有时空弯曲.例如：在地球观察水星近日点进动
由*到’惯性（dv (3)=0）牵引运动系(牵引运动为速度 v (3) [1 线矢])：
r’1=r*1v1/v (3)-r*2v (2)/v (3)，r’2=r*1v2/v (3)+r*2v1v2/v (2)v (3)-r*3v3/v (2),
r’3=r*1v3/v (3)+r*2v1v3/v (2)v (3)+r*3v2/v (2)，v (2)=(v1^2+v2^2)^ (1/2)， v (3)=(v1^2+v2^2+v3^2)^ (1/2)，伽利略变换.
r‘(3)={r’j^2,j=1 到 3 求和}^ (1/2)
={r*j^2,j=1 到 3 求和}^ (1/2)=r*(3)，不变性.
dt*/dt’=1, dt/dt’=1, 所谓“绝对时间”
v’1*=dt*/dt’{v*1v1/v (3)-v*2v (2)/v (3)}+dt/dt’{0}，
v’2*=dt*/dt’{v*1v2/v (3)+v*2v1v2/v (2)v (3)-v*3v3/v (2)}+dt/dt’{0}，
v’3*=dt*/dt’{v*1v3/v (3)+v*2v1v3/v (2)v (3)+v*3v2/v (2)}+dt/dt’{0}，
变换不随时空改变，无时空弯曲.
当 r*(3) [1 线矢]=r (3) [1 线矢]
由*到’牵引运动系(牵引运动为位置 r (3) [1 线矢])：
r’1=r1^2/r (3)-r2r (2)/r (3)，r’2=r1r2/r (3)+r1r2^2/(r (2)r (3))-r3^2/r (2)，
r’3=r1r3/r (3)+r1r2r3/(r (2)r (3))+r2r3/r (2)，伽利略变换.
r‘(3)={r’j^2,j=1 到 3 求和}^ (1/2)
={rj^2,j=1 到 3 求和}^ (1/2)=r (3)，不变性.
dt/dt’=1, 所谓“绝对时间”
v’1=dt/dt’{(2r1v1-v2r (2)-r2v (2))/r (3)-(r1^2-r2r (2))v (3)/r (3)^2}，
v’2=dt/dt‘{(v1r2+r1v2)/r (3)-r1r2v (3)/r (3)^2
+(v1r2^2+2r1r2v2)/(r (2)r (3))-r1r2^2(v (2)r (3)+r (2)v (3))/(r (2)r (3))^2
-2r3v3/r (2)+r3^2v (2)/r (2)^2}，v’3=dt/dt’{(v1r3+r1v3)/r (3)-r1r3v (3)/r (3)^2
+(v1r2r3+r1v2r3+r1r2v3)/(r (2)r (3))-r1r2r3(v (2)r (3)+r (2)v (3))/(r (2)r (3))^2
-(v2r3+r2v3/r (2)+r2r3v (2)/r (2)^2}，变换随时空改变，有时空弯曲.例如：水星近日点进动
由*到’惯性（dv (3)=0）牵引运动系(牵引运动为速度 v (3) [1 线矢]，dv (3)/dt=0)：
r’1=r1v1/v (3)-r2v (2)/v (3)，r’2=r1v2/v (3)+r2v1v2/(v (2)v (3))-r3v3/v (2)，r’3=r1v3/v (3)+r2v1v3/(v (2)v (3))+r3v2/v (2)，v (2)=(v1^2+v2^2)^ (1/2)， v (3)=(v1^2+v2^2+v3^2)^ (1/2)，伽利略变换.
r‘(3)={r’j^2,j=1 到 3 求和}^ (1/2)={rj^2,j=1 到 3 求和}^ (1/2)=r (3)，不变性.
dt/dt’=1, 所谓“绝对时间”v’1=dt/dt’{v1^2/v (3)-v2v (2)/v (3)}，v’2=dt/dt’{v1v2/v (3)+v1v2^2/(v (2)v (3))-v3^2/v (2)}，v’3=dt/dt’{v1v3/v (3)+v1v2v3/(v (2)v (3))+v2v3/v (2)}，变换不随时空改变，无时空弯曲.
由以上各不同情况，可分别给出，相应牵引运动系的：能量’、动量’、动量矩’等的守恒公式.

3．对于 4 维时空 1 线矢和时空多线矢的有关问题

但是，经典物理只是 3 维空间，质点粒子的速度与光速相比，可以忽略，非惯性系小时空范围内（时空弯曲可以忽略）的近视。对于，质点粒子的速度与光速相比，不可忽略，非惯性系大时空范围内（时空弯曲不忽）就必须按相对论，处理有关问题。对于 4 维时空 1 线矢惯性牵引运动系，就必须由洛伦兹变换取代伽利略变换，对于非惯性牵引运动系，还须由相应位置 1 线矢各方向余弦组成的正交归一矩阵表达的变换取代洛伦兹变换，3 维矢量的各表达式，也都须修改为 4 维时空的相应矢量。对于高次、线多线矢，就都应由相应的矢量和变换取代，而分别有不同的变化规律，将另文具体讨论。

六、 关于“力场与时间”的问题

有人提出“力场与时间”一文，为经典物理学参考系间的错误变换，辩解，并混淆相对论效应，故须说明如下：对于经典物理学（仅在 3 维空间，时间仅是 3 维空间各分量的函数）。应分清：参考系内各矢量的变化和参考系间的变换，以及参考系间的惯性和非惯性的变换。

正确处理各种情况各参考系内都满足能量、动量守恒，否则，就会出现能量、动量不守恒，的错误。企图用什么“定理”解释，就是错上加错。当变换已错之后，再考虑随时间的变化，当然。也不可能正确。再企图用什么“定理”解释，也只能是错上加错。至于相对论效应，就不仅是 3 维空间矢量随时间的变化，而应是 4 维时空可变系多线矢随时间的变化。怎能局限于经典物理学来讨论。

七、 经典物理学的相对性和封闭系统的守恒

相对性是一切运动都必须考虑的，正因如此一切运动都必须有确定的参考系、坐标系。经典物理学认为：参考系、坐标系与时间无关（即所谓绝对时间）。仅用 3 维空间距离（位置）矢量（时间只是其各分量的参量）的代数和解析矢算的矢量，研究处理各种粒子的运动。

不同参考系坐标系间的变换也是由 3 维空间牵引运动矢量各方向余弦组成的正交归一矩阵表达：对于惯性的牵引运动，就是由 3 维空间牵引运动速度矢量各方向余弦组成的正交归一矩阵表达的伽利略变换；对于非惯性的牵引运动，就是由 3 维空间牵引运动距离（位置）矢量各方向余弦组成的正交归一矩阵表达的变换。而且有时空的弯曲效应，例如：水星近日点的正确计算就必须计及。这都具体表明：经典物理学的相对性原理。

至于所谓“封闭系统”，就应是：仅由某些彼此相互作用不可忽略的各粒子组成的系统。在任何封闭系统内，以上经典物理学的相对性原理都成立，能量、动量、角动量也都守恒。有人认为封闭系统内变换后，能量、动量、角动量就不守恒，就是弄错了变换的概念和计算。

如果再加上封闭系统外的粒子与其内各粒子不可忽略的相互作用，当然该封闭系统的能量、动量、角动量就不守恒。但是，以上经典物理学的相对性原理都仍然成立。有人认为相对性原理也不成立，就也是弄错了变换的概念和计算。例如：对于“一个在地面附近自由下落的质点相对地面是封闭系统。在相对于地面匀速上升的电梯中观察者看来，应该仍然被视为是那个封闭系统”。因为这种情况只是经相对于地面匀速上升电梯的一个惯性牵引运动的变换后，从地面的参考系，坐标系变换到了电梯的参考系、坐标系，并未加入封闭系统外的任何粒子与其内各粒子不可忽略的相互作用，当然该系统的能量、动量，动量矩、角动量等等都，仍然守恒！之所以，有人认为不守恒，是因为，他们弄错了不同参考系、坐标系间变换的概念和计算，或者错误地计算了变换的结果，或者错误地加入了封闭系统外的粒子与其内各粒子不可忽略的相互作用，或者兼有此 2 种错误而造成的。

吴中祥，1929 年 10 月生，湖北红安人。1952 年 5 月武汉大学物理系毕业，任武汉大学物理系助教，1960 年在第二机械工业部第九研究院理论部任助理研究员，1972 年至今在中国科学院力学研究所任助理研究员、副研究员、研究员。在二机部九院作为室级骨干参加的"两弹理论设计"于 1982 年获全国自然科学一等奖。在力学所主持的激光理论研究于 1980 年获中国科学院科技成果三等奖;主持气动激光器的光腔部分研制工作，该器件输出功率 3 万瓦，完成 863 任务委托的"氧碘激光器光腔设计"和"氧碘激光振荡器与放大器的的比较分析"两项协作课题。主持的自然科学基金项目，两次获院重大科研成果。从事固体物理、激光物理、四维时空多线矢广义协变物理学新理论体系等的理论、计算研究工作，发表学术论文 30 余篇，国内外重要刊物文摘识读光盘转载、翻译、摘录、收藏的已有 10 余篇，主要有《激光 Huygens 原理的表达式》、《气压对横流 CO_2 激光器输出的影响》、《普适于任意（包括非惯性）参考系的电动力学方程组》、《光子的四维时空多线矢特性》、《四维时空多线矢广义协变物理学》等。

吴中祥研究员博文的链接如下:
http://blog.sciencenet.cn/blog-226-990717.html ，
http://blog.sciencenet.cn/blog-226-990042.html ，
http://blog.sciencenet.cn/blog-226-987845.html
http://blog.sciencenet.cn/blog-226-986965.html ，
http://blog.sciencenet.cn/blog-226-1041994.html
http://blog.sciencenet.cn/blog-226-1013677.html ，

http://blog.sciencenet.cn/blog-226-987845.html, http://blog.sciencenet.cn/blog-226-989923.htmlhttp://blog.sciencenet.cn/blog-226-1047631.html , http://blog.sciencenet.cn/home.php?mod=space & uid=226 & do=blog & id=1053371 , http://blog.sciencenet.cn/home.php?mod=space & uid=226 & do=blog & id=1053521 , http://blog.sciencenet.cn/home.php?mod=space & uid=226 & do=blog & id=1053530 , http://blog.sciencenet.cn/blog-226-1053782.html , http://blog.sciencenet.cn/home.php?mod=space & uid=226 & do=blog & id=1075889 http://blog.sciencenet.cn/blog-226-1015792.html

References

1. Baidu. http://www.baidu.com. 2020.
2. Google. http://www.google.com. 2020.
3. Journal of American Science. http://www.jofamericanscience.org. 2020.
4. Life Science Journal. http://www.lifesciencesite.com. 2020.
5. Ma H. The Nature of Time and Space. Nature and science 2003;1(1):1-11. doi:10.7537/marsnsj010103.01. http://www.sciencepub.net/nature/0101/01-ma.pdf.
6. Marsland Press. http://www.sciencepub.net. 2020.
7. Marsland Press. http://www.sciencepub.org. 2020.
8. National Center for Biotechnology Information, U.S. National Library of Medicine. http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed. 2020.
9. Nature and Science. http://www.sciencepub.net/nature. 2020.
10. Wikipedia. The free encyclopedia. http://en.wikipedia.org. 2020.

5/16/2020