



The Equation of Sound Wave Satisfied Covariance Requirement of Galileo

Li Xuesheng

(School of Physics, Shandong University, Jinan, Shandong 250100)

Abstract: It is simple to verify the wave equation of sound waves possessed Galilean covariance.

[Li Xuesheng. **The Equation of Sound Wave Satisfied Covariance Requirement of Galileo.** *Academ Arena* 2020;12(4):42-43]. ISSN 1553-992X (print); ISSN 2158-771X (online). <http://www.sciencepub.net/academia>. 5. doi:[10.7537/marsaaj120420.05](https://doi.org/10.7537/marsaaj120420.05).

Key words: sound waves; kinematics equation; wave equation; Galileo transformation invariance

声波方程满足伽利略变换下的形式不变性

李学生

(山东大学物理学院 山东济南 250100)

摘要: 简单地验证了声波的波动方程具有伽利略变换下的形式不变性。

关键词: 声波;运动学方程;波动方程;伽利略变换不变性

中图分类号: O 313.1

文献标识码: A

波动方程是波的动力学方程,给出了介质内体元的运动和受力的关系,反映了波动传播的机制,波的运动学方程是波动方程的解。由于波动方程在推导过程中利用了牛顿第二定律,因此应当满足伽利略变换。

下面我们假定媒质空气静止,声源静止,证明

$$\text{在}\Sigma\text{系 } \psi(\xi, \tau) = A\chi_0\sigma 2\pi\phi \left(t - \frac{x}{v} \right) \quad (1)$$

在 Σ 坐标系,波动方程为

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \quad (2)$$

Σ 、 Σ' 两坐标系坐标变换关系为

$$\begin{cases} \xi = \xi' + v\tau \\ \tau = \tau' \end{cases} \quad (3)$$

将式(3)式代入式(1)式,可以得出在 Σ' 坐标系声波的运动学方程为

$$\begin{aligned} \psi'(\xi', \tau') &= A\chi_0\sigma 2\pi\phi \left(t' - \frac{x' + ut'}{v} \right) = A\chi_0\sigma 2\pi\phi \left[t' \left(1 - \frac{u}{v} \right) - \frac{x'}{v} \right] \\ &= A\chi_0\sigma 2\pi\phi \left(1 - \frac{u}{v} \right) \left(t' - \frac{x'}{v-u} \right) \end{aligned}$$

令 $\phi' = \phi \left(1 - \frac{u}{v} \right)$, $v' = v - u$, 则有

声波的运动学方程和波动方程经伽利略变换形式不变,望力学界的专家学者批评指正。

为简单起见,设介质在惯性系 Σ 中静止,波函数用 ψ 表示,同时假定单频平面声波沿 ξ 轴正方向传播,波速为 v ,频率为 ϕ ,声源静止,观测者 Σ' 向声源右方运动,速度为 u ,则声波的运动学方程为:

$$\psi'(\xi', \tau') = A \chi \sigma 2\pi \phi' \left(t' - \frac{x'}{v'} \right) \quad (4)$$

将式(4)与式(1)比较,说明声波的运动学方程经伽利略变换后形式不变.

$$\frac{\partial^2 \psi'}{\partial t'^2} = -(2\pi f')^2 A \cos 2\pi f' \left(t' - \frac{x'}{v'} \right), \quad \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x'^2} = -\frac{(2\pi f')^2}{v'^2} A \cos 2\pi f' \left(t' - \frac{x'}{v'} \right)$$

$$\text{由这两个式子我们便得到,} \quad \frac{\partial^2 \psi'}{\partial t'^2} = v'^2 \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x'^2} \quad (5)$$

比较式(2)、(5),说明波动方程经伽利略变换下的形式不变性.由于机械波必须在媒质中传播,而波相对于媒质的速度是恒量,所以在多普勒效应中起作用的是波源及观察者相对于媒质的速度,而不是波源与观察者之间的相对速度^[1],所以在这里声速不是不变量.但是在本题中由于我们假定波源相对于媒质不变,因此观察者相对于波源的速度等价于观察者相对于媒质的速度.在S'系我们只对波的运动学方程和波动方程进行坐标变换,不用管介质的问题,如果按照运动介质处理就错了,牛顿力学适用于绝对时空,介质不变.文献[2]得出与本文一致的结论.研究多普勒效应对于非均匀介质,还需

要考虑折射率的变化,限于篇幅本文不再讨论.英国哲学家斯宾塞所言:“一个从未从事过科学研究的人,永远难以了解日常他所生活的环境里,处处存在着奇情丽景,宛如诗般的节奏和韵律.”

参考文献:

1. 姜廷玺.机械波的多普勒效应浅析,工科物理(现名:物理与工程),1992(01):16~17.
2. 王长龙,何向前.平面弹性谐波的伽利略变换.湖北民族学院学报(自然科学版),1998(6):26~28.

4/21/2020