



Brand-new explanation of mechanical energy conservation of object moving in even speed around circle

Li Xuesheng

School of Physics, Shandong University, Jinan, Shandong 250100

Abstract: It refurbished the issue of mechanical energy conservation of the object moving in uniform speed around circle, which straightforwardly led to conclusion, no matter we take reference frame of the earth itself or the cart moving in uniform speed to the earth, the mechanical energy of the object moving in uniform speed around circle is always conservative.

[Li Xuesheng. **Brand-new explanation of mechanical energy conservation of object moving in even speed around circle.** *Academ Arena* 2020;12(2):160-162]. ISSN 1553-992X (print); ISSN 2158-771X (online). <http://www.sciencepub.net/academia>. 7. doi:[10.7537/marsaaj120220.07](https://doi.org/10.7537/marsaaj120220.07).

Key words: the object moving in uniform speed around circle; kinetic energy; potential energy; conservation of mechanical energy

匀速圆周运动物体机械能守恒问题新解

李学生

山东大学物理学院 山东济南 250100

摘要: 重新解答了匀速圆周运动物体的机械能守恒问题，得出了在地面上和相对于地面做匀速运动的小车上，匀速圆周运动物体机械能都守恒的新结论。

关键词: 匀速圆周运动物体；动能；势能；机械能守恒

中图分类号：O 313.1

文献标识码：A

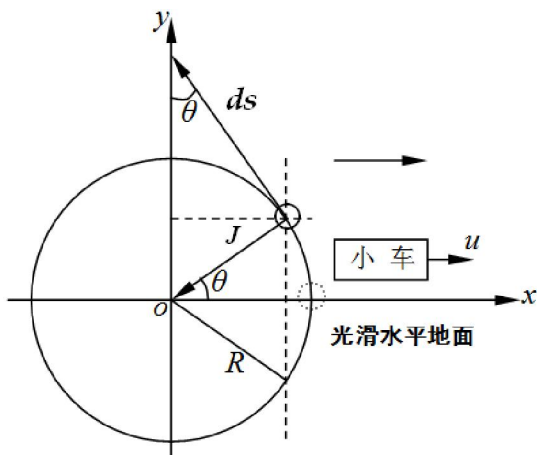


图 1 匀速圆动物体机械能守恒问题新解

质量为 m 的钢球（视为质点），在长为 R 的轻绳的牵制下，在光滑水平地面上绕地面上的 o 点做匀速量值为 v 的圆周运动，有一小车相对于地面以恒速度值 u 沿光滑水平地面运动，在忽略各种阻力时，试问在地面（地球质量视为充分大，故稳定地保持为惯性系）和小车上观察，钢球的机械能是否

守恒，并说明理由。

解: 由于本题假定地球质量充分大，忽略地球能量的变化，只能按照外场计算，此时一个保守力的功等于质点势能的减少。

在地面上观察时，以点 o 为坐标原点，以过点 o 且平行于小车运动的方向为 x 轴正向，建立平面直角坐标系如图 1 所示。由于向心力和位移始终垂直，有：

$$\int_0^s J \cdot ds = \int_0^s J \cos \frac{\pi}{2} ds = \int_0^s 0 ds = 0.$$

无论运动多少周，当钢球回到出发点时，向心力的功始终等于 0，根据保守力的定义可以得出圆周运动物体受到的向心力是保守力。

设在地面上观察时，钢球从 $t=0$ 时刻在 x 轴正向与圆周交点处开始沿圆周转动， t 时刻转过的角度、线速度、动能、势能、机械能分别为： θ , v , $E_k(t)$, $E_p(t)$, $E(t)$ ；在小车上观察时， t 时刻的线速

度、动能、势能、机械能分别为: $v_1, E_{1k}(t), E_{1p}(t), E_1(t)$; 则在**地面**上观察时有:

$$E_k(t) = \frac{1}{2}mv^2; E_p(t) = 0; E(t) = E_k(t) + E_p(t) = \frac{1}{2}mv^2 = 0 + \frac{1}{2}mv^2.$$

所以, 在**地面上**观察时, 钢球的机械能守恒, 守恒值为 $\frac{1}{2}mv^2$ 。

在**小车上**观察时: 由物理学知识知道, 在匀速圆周运动中旋转角是时间 t 的单值函数, 因此也可以用旋转角表示机械能。

$$\begin{aligned} v_{1x} &= v_x \cos \theta = u \cos \theta, & v_{1y} &= v_y \sin \theta = u \sin \theta, \\ v_1^2 &= v_x^2 + v_y^2 = u^2, & v_{1x}^2 + v_{1y}^2 &= v_x^2 + v_y^2 = u^2, \\ E_{1k}'(\theta) &= \frac{1}{2}m v_1^2 = \frac{1}{2}m u^2, & E_{1k}'(\theta) &= \frac{1}{2}m u^2 \cos^2 \theta + \frac{1}{2}m u^2 \sin^2 \theta = \frac{1}{2}m u^2. \end{aligned}$$

$$E_{1p}(t) = E_{1p}'(\theta) = m \int_0^\theta \mu v \cos \theta d\theta = m \mu v (\sin \theta - \sin 0) = m \mu v \sin \theta.$$

$$E_1(t) = E_{1k}(t) + E_{1p}(t) = E_{1k}'(\theta) + E_{1p}'(\theta) = \frac{1}{2}m u^2 + m \mu v \sin \theta = \frac{1}{2}m u^2 + \frac{1}{2}m u^2 = m u^2.$$

所以, 在**小车系**看来, 钢球的机械能守恒, 守恒值为 $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}m u^2$. 当 $u=0$ 时两个坐标系重合, 守恒值相等, 符合玻尔的对立原理。

定理: 质点做匀速圆周运动的约束力是一个保守力, 可以同时改变质点的动能和势能, 但不改变质点的机械能。

有些分析力学教材认为光滑约束中的约束反力与实位移垂直, 约束反力不做功, 这是不完善的, 因为约束反力在一个惯性系里不做功, 在另一个惯性系里可能做功, 完整的表述应该为——光滑约束中的约束反力不改变质点的机械能, 这样就适用于所有的惯性系了. 直线匀加速度参考坐标系和匀角速度定轴转动参考坐标系, 其惯性力为保守力, 可以证明此时在非惯性系里光滑约束中的约束反力也不改变质点的机械能。

有的力学教材中有这样一个实例——在一个相对于地面匀速上升的电梯底部静止放置一个物体(视为质点), 在电梯内的观察者看来, 没有任何力对质点做功, 动能和势能(取电梯的底部为势能零点)均为 0, 机械能守恒; 在地面的观察者看来, 电梯底部对于质点的支持力做功, 动能不变, 势能不断增加(取地面为势能零点), 机械能不守恒。

其实这种分析是错误的, 在这里约束力也是一个保守力, 重力势能不断增加, 约束力势能不断减少, 质点受到的合力为 0, 总势能不变, 因而机械能也不变, 在这个问题中机械能守恒定律满足力学相对性原理。

说明: 1. 前面我们分析了单一一个保守力做功时, 机械能守恒定律满足力学相对性原理, 分为重力、弹力(弹簧弹力、匀速圆周运动的约束力)、万有引力, 其实静摩擦力也是保守力^[1](因为静摩擦力在一个惯性系内不做功, 在另一个惯性系内可能做功, 我们也可以按照保守力来处理), 斜面的支持力^[2~3]、摆线的拉力、匀速圆周运动的约束力、理想流体的压力(流体力学中推导伯努利方程时曾经利用了理想流体的压力是保守力。)弹性碰撞中的弹力以及浮力等, 此时机械能守恒定律也满足力学相对性原理, 我们不再分析, 有兴趣的读者自己分析即可。文献[4]验证了约束力是一个保守力, 文献[5]也提出了约束力是一个保守力的问题。

2. 不少作者利用匀速圆周运动说明质点在运动过程中机械能不变, 没有动能和势能的转换, 不是机械能守恒^[6~7], 这种观点是错误的, 机械能守恒就是机械能不变, 机械能守恒定律是人们对于大自然规律的刻画, 这样有更大的适用范围。在静止系

动能和势能没有转换,在运动系有转换。何谓守恒定律?美国物理学家 Holton G 曾这样论述:“在某确定环境中相互作用的一组物体无论发生什么样的变化,它的这种或那种可测度的量(质量、动量、能量或电荷)的总和在整个观察期间都是恒定不变的。”[8]应当指出:(1)上述关于守恒定律的论述并不限制某些物理量在体系与外界间进行交换,只要求这些物理量在观察期间恒定不变;(2)守恒定律是由前提(在某确定的环境中)和结论(…恒定不变)所组成,缺一不可。

参考文献

- 1 赵凯华,罗蔚茵。新概念物理教程,高等教育出版社,2004年第二版,113~114。
- 2 张翠。斜面上下滑滑块机械能守恒问题新解。物理通报,2016(9):115~117。
- 3 赵文桐,刘文芳,刘明成。重力机械能守恒定

律在各惯性系都成立[J]。物理通报,2015(3):96~98。

- 4 李有为。受光滑约束系统的机械能守恒问题。郑州工学院学报,1989(9):91~94。
- 5 马忠义。物体在约束运动中的功和能。沈阳化工学院学报,1989(3)2:117~122。
- 6 李庆国。机械能守恒吗?——对“机械能守恒定律”几种错误理解的讨论[J]。物理教学探讨,2010,28(6):39~40。
- 7 张寅静,丁姗。关于机械能守恒定律条件的讨论。河南纺织高等专科学校学报,1999(9):31~33。
- 8 [美] Holton G, 张大卫译。物理科学的概念和理论导论。上册。第1版。北京:高等教育出版社,1983:338。

2/25/2020