

从伽莫夫牛顿张益唐等解读科商

程鸷, 张天蓉, 刘勇

Recommended: 王德奎 (Wang Dekui), y-tx@163.com

Abstract: “人生无进退, 天地宽窄间”, 这一进一退、一宽一窄尽显对科商的生活态度。什么是“科商”? 科商指在有正当的生计条件下, 对前沿科技的争论或难题的参与, 不计较个人功利追寻前沿科技原理的思考、探索、学习、资料收集、研究不懈的兴趣、恒定或组织应用和收获的实在——科商主要是后天获得的一种特殊的区别智商与情商概念的能力。“科商”凝结的科技原理有的从古到今是不变的, 变的只是随着时代变化的语言阐释。例如, 量子起伏、虚实传输与“有生于无”, 阴阳虚实表象拓扑形态不同伦, 联系数学的“0”与正负对称的四则运算, 和负数的开平方及求对数等数论有关。“科商”更多的是跟随国际国内科学界主流前进, 它的大小更多在国家层面表现, 且是可变的。所以不强求别人、名家、上层、国际机构等对自己工作的承认、奖励为目标; 因此创意是高难度数学公式的, 要尽量普及让更多熟悉经典数理基础的人能弄明白; 有实验、观察内容的, 态度是等待让国内国际更多有条件的机构、专家作实验、观察去重复证明, 而不以语言、工具、法律、意识形态分线等暴力相威胁。以下是收集到三位科学家在“科学网”博文中, 摘录的有关资料对此解读。

[程鸷, 张天蓉, 刘勇. 从伽莫夫牛顿张益唐等解读科商. *Academ Arena* 2019;11(7):25-31]. ISSN 1553-992X (print); ISSN 2158-771X (online). <http://www.sciencepub.net/academia>. 5. doi:10.7537/marsaaj110719.05.

Keywords: 伽莫夫; 牛顿; 张益唐; 科商

程鸷教授从前苏联青年伽莫夫说科商

伽莫夫【也有译名“盖莫夫”】, 1904年出生于俄国(现乌克兰)黑海的港湾都市敖德萨。他父母都是中学教师; 父亲曾经是后来苏联革命领袖托洛斯基的老师。家里藏书丰富, 伽莫夫酷爱俄国传统的长诗, 同时也表现出对数理科学的爱好和天才。他在中学时就自学了那时还非常新颖的狭义相对论。一战、十月革命和之后的内战搅乱了他的大学时代, 但他还是凭能力被列宁格勒大学破格录取为物理研究生。那里有弗里德曼, 是研究广义相对论的好地方。不料他入学刚一年, 弗里德曼便英年早逝。伽莫夫还遇到别的麻烦。因为对大学课堂教学之刻板、落后不满, 他与朗道及另两个同学组成一个自学小组, 钻研课堂上还未涉及的量子物理。

当他们看到一位当红哲学教授的一篇用辩证唯物主义批判爱因斯坦相对论的文章时, 忍不住联名写了一封嘲笑的信给教授寄去。没想到却惹出大祸, 被定性为反马克思主义、反革命行为。他们遭到处分、批判, 朗道还丢了教书的饭碗。同情他们的教授赶紧推荐他们出国留学, 伽莫夫因此有了去德国的哥廷根大学度一个夏季的机会。

那是1928年, 量子力学的波动理论刚刚出现不到两年。伽莫夫发现哥廷根的所有人都在兴致勃勃地求解各种原子的波函数。他一不愿意随大流, 二则对那越来越复杂的数学毫无兴趣, 便别出心裁地琢磨起原子核的衰变。随着放射性在19、20世纪之交被发现, 人们认识到原子核有三种衰变方式, 分别以希腊字母表的前三个字母标志: 阿尔法(α)

衰变、贝塔(β)衰变、伽玛(γ)衰变。它们的区别是从原子核中逃逸而出的粒子: 分别是带正电的氦原子核(也叫做阿尔法粒子)、带负电的电子和不带电的光子。从比较大的原子核里面跑出来比较小的氦原子核似乎不奇怪。但阿尔法衰变的困惑之处是, 同样能量的阿尔法粒子可以从原子核中逃出, 却不能反过来钻回去。原子模型的提出者、最先辨识出阿尔法粒子是氦原子核的卢瑟福发现, 即使用具备两倍动能的阿尔法粒子去轰击铀原子核, 也无法突破。他只好生造出一个理论来解释这个奇怪的现象。

伽莫夫读了卢瑟福的论文后当即觉得大谬不然。他有一个更好的解释, 就是量子力学中的“隧道效应”。在经典力学中, 氦原子核要从铀原子核中逃出来, 必须具备能克服后者壁垒的动能——相当于从地球上发射能离开地球束缚的航天器所必须的“逃逸速度”。但在量子力学里, 描述阿尔法粒子所在地点可能性的波函数即使在高高的壁垒下也有一定数值, 说明它不需要具备能克服壁垒的能量就会有一定可能性逃逸——就像面对一堵高墙并不需要从上面翻过去, 而可以在下面打个隧道钻过。因此, 衰变出来的阿尔法粒子的动能比需要克服的壁垒低得多, 没法自己跑回去。有了这个思想后, 伽莫夫很快作出演算, 推导出符合实际测量的衰变“半衰期”与能量的关系——唯一的困难是他碰到一个积分不会做, 只好求救于一位也在哥廷根的俄国数学家, 并在论文中为此正式鸣谢。后来那人抱怨说他在同行中已经不幸沦为笑柄。因为很多人去打听他究竟

为这个重大物理发现在数学上做出过怎样的贡献，而他只不过做了一个非常初级的积分题。

这是量子力学在核物理中的第一个运用，开创了原子核理论的新局面。夏天很快就过去了。伽莫夫在归国途中绕道丹麦，作为不速之客拜会了量子理论的泰斗玻尔。玻尔听了他的衰变理论，立即为已经囊空如洗的伽莫夫安排一份资助，让他留在玻尔研究所访学一年。伽莫夫不负重望，在那里提出了原子核内部结构的“液滴模型”。这个模型后来由玻尔和惠勒推广，解释原子核的裂变，成为研发原子弹的基础理论——他们还在看了美国西部侠客电影后为决斗时的拔枪速度问题入迷。玻尔认为后拔枪的（英雄人物）能够后发先至是因为他只纯粹靠反应，动作快；而先拔枪的（匪徒）脑子里要做一个什么时候拔枪的决定，所以动作会慢。伽莫夫专门上街买了玩具枪、枪套和牛仔帽等道具，让玻尔与众人逐一比试。多少年后玻尔还会津津乐道他当年如何一枪击倒了伽莫夫。1930年26岁的伽莫夫在哥本哈根的玻尔研究所参加学术讨论。同时，他也反过来计算让带正电的质子（氢原子核）、阿尔法粒子通过隧道效应克服壁垒打进原子核的可能性。

出于玻尔的推荐，卢瑟福邀请伽莫夫到剑桥访学。他去后与那里的考克饶夫和沃尔顿合作。根据他的计算，那两人设计出加速器，第一次用人工加速的质子打开了锂原子核。他们后来获得1951年诺贝尔物理学奖，在获奖感言中感谢伽莫夫所起的关键作用。

年轻的伽莫夫在海外两年取得的成绩让更年轻的苏维埃政府欢欣鼓舞，破格授予他苏联科学院院士称号。《真理报》还为他登载热情洋溢的赞誉长诗。那时他年仅28岁，然而他回到祖国的日子并没有因此好过。他的护照被吊销，申请出国参加学术活动屡屡被拒。他讲授量子力学时竟被党领导当堂叫停，警告他再也不能言及“测不准原理”这种不符合辩证唯物主义的谬论。李森科主义在生物界的横行更是让他觉得前途充满着威胁。他无可奈何地感慨，哲学家在自由的国家里不过是无害动物，但在专制国度里却会带来异乎寻常的危险。苏联正在成为一个意识形态挂帅的国家，他身在其中格格不入，唯一的出路只有出走。他与新婚妻子花了几年时间侦查、计划偷越国境的途径。他们曾经在一个黑夜试图用皮划艇偷渡黑海，但被突然的风暴吹回而功亏一篑。还是玻尔、朗之万等西方科学家意识到伽莫夫的困境。他们想方设法通过上层关系说服苏联当局允许伽莫夫出国访问。

当他终于有一次机会时，他坚持必须与妻子同行，为此当面向总理莫洛托夫陈情。获得批准后，他们俩终于在1933年借参加第七届索尔维会议时

离开苏联，走上了不归路——玻尔和朗之万对伽莫夫的“不守信用”颇为生气，还是居里夫人从中斡旋才平息了风波。短短几年后，苏联开始肃反大清洗。伽莫夫的朋友、也已经在物理学界声誉鹊起的朗道被判刑坐牢。他们当年学习小组中的另一个成员被枪决。伽莫夫叛逃后，不仅被苏联科学院开除，还被缺席判决死刑。

因为一个偶然机会，还在欧洲流亡的伽莫夫被位于美国首都华盛顿特区的乔治华盛顿大学聘请为教授。他接受这个职位时提了几个条件，其中之一是每年要举行一次学术会议，由他选取主题、邀请各路大侠，在美国创造一个犹如玻尔研究所那样的氛围——他的另一个条件是必须同时聘请他的好友、也在落难之中的泰勒。泰勒后来不仅是伽莫夫长期的合作伙伴，而且成为美国“氢弹之父”。

伽莫夫为1938年的第四次选定的主题是恒星发光能源的来源，这是他当初游学时也曾经涉猎过的课题。早在十几年前爱丁顿就设想过两个氢原子可以在一定条件下结合成一个氦原子，根据他们的质量差别和爱因斯坦著名的“质能关系”，这样的“聚变”能够释放出能量。他猜想那很可能是太阳发光的能量来源。在伽莫夫解释阿尔法衰变后，聚变才成为一种更真实的可能，因为氢原子核也可以利用隧道效应突破各自的壁垒。受伽莫夫组织的会议讨论启发，他的好友贝特发展出一整套核反应过程，系统地解释了太阳光的来源。贝特后来因此获得1967年诺贝尔物理学奖，伽莫夫的名字也再次出现在获奖感言中。

1939年1月26日从欧洲来访的玻尔，在伽莫夫的第五次会议上第一次公开了实现铀原子核裂变的消息，人类进入一个新的时代。在那之后，伽莫夫的会议还举办了三次。但他发现越来越难请到人了。他身边的物理学家——包括贝特——相继在神秘地失踪。作为首屈一指的核物理专家、液滴模型的提出者，伽莫夫却无缘和他的同行们一起参加美国建造原子弹的“曼哈顿计划”。因为他过去在苏联当红时，曾经因为在军事学院授课的需要而有过一个红军军衔，无法获得美国军方绝密级别的许可。他只有较低层次的涉密资格，得以与爱因斯坦一起协助美国海军的炸药、爆破研究——正是在那个接触中，他声称爱因斯坦对他说过引入宇宙常数是这一生最大的失误的话。

即使在战争期间，无论是在忙着造原子弹的贝特还是研究炸药的伽莫夫，也没有完全忘记探寻大自然本身的奥秘。中国很早便有了金、木、水、火、土之“五行”，认为那是构成宇宙万物的基本材料。印度、希腊等古文明也都有大同小异的概念。这些“元素”之所以被选中，是因为它们在地球的生活环境中最常见，似乎很普适。现代科学家认识到真正

的元素是一百多个不同的原子，它们的化学性质由其原子核中质子的数量决定，并以此可以排列成所谓的元素周期表。原子核中还有不带电的中子。质子与中子质量差不多，它们的总数决定原子核的重量——也就是相应原子的重量，因为电子的质量相对可以忽略不计。当一个原子具有相同的质子数但中子数略有差异时，它们属于略有区别的同一种元素，叫做“同位素”。除了简单的金属，金木水火土这些材料主要由比较重的元素构成的分子组成——辅之以最轻的元素氢。

当天文学家放眼宇宙，用光谱分析技术辨认群星的元素构成时，他们发现地球上常见的那些元素在宇宙中却是少得可怜。我们居住的地球虽然挺大，其实非常微不足道。太阳系的质量 99.9%集中在太阳这颗恒星上。其中 74.9%是最轻的元素氢，23.8%是第二轻的元素氦——氦这个元素最早就是在太阳的光谱中发现的，另外 1%是氧。而太阳中其它各种元素的总和不到百分之一。太阳并不特殊，宇宙中所有恒星的构成也与太阳类似。其它发光的类星体、星际间的气体、尘埃等也基本上由氢、氦这些最轻的元素组成。

20 世纪初期是原子、原子核物理飞速发展的年代。物理学家知道，越重、越大的原子核越不稳定，会发生衰变。因此，最轻、稳定性最好的氢、氦在宇宙中占绝大多数这本身并不那么令人惊诧。也许，这就是各种元素在宇宙这个大环境中相互发生反应、转换的结果。在二战之前，物理学家就已经能够根据已知的原子核稳定性和反应的数据推算在不同的温度、压力条件下处于平衡态的各种元素会具备的比例。只是结果差强人意：无论怎么努力，他们都没法得到宇宙中所有的比例。在所有状态下，较重的元素只应该比氢、氦稍微少一些，不可能像现实中的那么极其稀少。即使在恒星内部那种超高温、超高压的环境中也是如此。还是伽莫夫看出了其中的奥妙：宇宙中的原子不是现在才有的，而是直接来自勒梅特的那颗“宇宙蛋”。它们的比例在宇宙诞生之初便确定了，像化石一样保存至今。

乔治华盛顿大学有一个很特别的传统，大多数专业课程是在晚上讲授。当地很多在政府、企业、军队的人白天正职上班，晚上利用自己的业余时间来这里进修。伽莫夫的物理课堂里有一位年轻人阿尔弗。他是美国海军的技术人员，白天上班为国家做贡献，晚上在夜校研习物理，就这样从大学一年级一直到完成博士学位。他在伽莫夫指导下完成硕士论文时，正是同盟国在欧洲胜利那一天。之后，他又兢兢业业地进行繁杂的数学推导，完成伽莫夫布置的一个有关宇宙结构的博士论文课题。就在他大功告成之际，伽莫夫发现朗道的一个学生粟弗席兹在苏联也做了同样的博士题目并已经发表。被抢

了先的阿尔弗一气之下烧毁了他所有的演算手稿、笔记。没办法，他们只好从头开始。这次伽莫夫便和盘托出他一直在琢磨的宇宙中元素分布问题。

当年伽莫夫完成了阿尔法衰变理论之后，也曾经试图弄明白原子核的贝塔衰变。带正电的原子核里怎么跑出了带负电的电子那时是未解之谜，他也束手无策。直到 1932 年中子被发现，贝塔衰变的过程才得到理解：原子核内的中子衰变时转换成为质子同时释放出一个电子——外加一个“中微子”。中子不带电，因此不受带正电的原子核排斥，比质子、氦原子核更容易钻过“隧道”进入原子核，引发原子核的嬗变。这个过程叫做“中子俘获”。伽莫夫设想原来很小的原子核可以通过俘获中子越长越大，同时中子衰变增加原子核中的质子数，这样可以制造出越来越大、越来越重的新元素。

爱丁顿已经在 1944 年因病去世。令他不得不寒而栗的“倒带”式回放宇宙的历史在伽莫夫这里有了更具体的物理意义：整个宇宙是热力学上一个所谓的“绝热系统”，不可能与外界有任何能量交换——因为压根就不存在什么“外界”。这样的系统在膨胀时压力、温度会降低，而压缩时压力、温度会升高。把宇宙回溯到勒梅特的“原始原子”时，那颗原子的内部是一个压力、温度都处于极大值的世界。那异乎寻常的高温、高压会远远超过今天恒星内部所能有的状态。在那样的高温、高压状态，我们今天所熟悉的分子、原子都无法存在，而是完全分解成最基本的质子、中子、电子。只有在宇宙开始膨胀，温度、压力降低时，它们才可能重新合并。伽莫夫想象勒梅特的宇宙“原始原子”在高压、高温下是完全由中子组成。当这个超大原子“破裂”时，相当一部分中子会衰变质子和电子。质子与电子结合便成为氢原子。

氢原子核(即质子)俘获中子成为氢的“同位素”氘。氘核中的中子衰变或者氘与氘的聚变产生氦。氦非常稳定，基本上不再发生核反应，只有极少数还会继续俘获中子、质子产生一定锂和铍。在初始宇宙中，这些反应不是同时发生的。每个反应发生在某一个特定时刻，因为宇宙蛋破裂后，压力、温度会随着膨胀急剧降低。这些反应所需要的温度“稍瞬即逝”。当一部分氢、氘原子在初始宇宙合适温度下聚变成氦后，宇宙的温度已经下降，剩下的氢原子错过了这个村，便不再有同样大规模聚变成氦的店，便永久地以氢原子存在于逐渐冷却的宇宙之中。因此，我们今天的宇宙便遗留了大约 75%的氢、25%的氦以及极其少量的氘、氦同位素、锂……

那么地球上熟悉的金木水火土等重元素又是从何而来的呢？它们与初期的宇宙无关，出现得相对很晚。当宇宙冷却到一定程度，大量的氢原子凝聚成恒星，在其内部因重力引发热核反应。在这个

过程中，氢继续聚变为氦，同时发光发热。当氢原料耗尽时，后继的热核反应和压力迫使原子继续聚变，逐步产生更大、更重的元素。这些新物质在超新星爆发、星球碰撞等激烈过程中被抛洒出来，又相继凝聚为地球这样的行星——我们的世界——伽莫夫的初衷是所有元素可以通过俘获中子陆续出现，但后来发现这个所谓“核合成”的链条中有两处断裂，只能借助恒星内部的条件才能延续。

阿尔弗设法找到当时最新的核反应数据后，对最初期的宇宙那颗蛋做了几个基本假设，便推算出在勒梅特的膨胀宇宙条件下氢、氦等元素应该有的浓度，与今天的现实宇宙吻合得很好。这个新的宇宙模型第一次能够解释为什么氢、氦之外的元素在宇宙中会如此稀少。论文完成后，伽莫夫看到他们俩的署名又心生促狭，不顾阿尔弗的激烈反对硬在两人中间塞进了他的好朋友贝特的名字。他没有什么用意，只是让这篇论文的作者排列——阿尔弗、贝特、伽莫夫，听起来就像希腊字母表的“阿尔法、贝塔、伽玛”。

这篇论文的题目就叫《化学元素的来源》，发表于1948年4月1日《物理评论》。那天正好是西方传统的愚人节。那时候还没有后来的《物理评论快报》，这篇不过一页多一点的短文是以给杂志的信的方式来通报一个最新进展。但其影响极其显著，被永久性地称之为“阿尔法-贝塔-伽玛论文”。阿尔弗后来以此成果进行博士论文答辩时规模空前，有300人前来参加，其中还有特意来采写新闻的记者。对论文本身没有贡献的贝特也应邀作为答辩委员会成员躬逢其盛。

牧师勒梅特是第一个将爱因斯坦的广义相对论宇宙模型，与现实的星云光谱测量数据联系起来的物理学家，为抽象、纯数学的宇宙理论与实际的物理世界搭起了第一座桥梁。但他的“宇宙蛋”也还是一个抽象的概念。阿尔弗、伽莫夫第一次将最前沿的核物理引入了勒梅特的理论，为宇宙学的下一步发展开辟了一条新颖的蹊径。他们的初始宇宙具体为在一定温度、压力下存在的中子，以及在膨胀过程中逐步通过核反应所产生的越来越丰富的原子、分子。为了显示与勒梅特抽象的“原始原子”的区别，阿尔弗找来一本巨大的词典，在其中寻寻觅觅，终于发现一个异常生僻的词“伊伦”（其含义是古人想象中最初的、宇宙万物均由它而生的神奇物质，用来描述他们这个由中子构成的高温高压之宇宙起源倒也正合适。

不过无论是勒梅特奇葩的“宇宙蛋”还是阿尔弗诡异的“伊伦”，在大多数物理学家眼中都还是匪夷所思的幻想。在被认可、接受之前，还得如何蒂斯当年所提倡的——需要更多的证据。

张天蓉教授从微积分的发明发现说科商

当我们学习微积分时，都是从微分或者说导数（数）的定义开始。也就是说，先学微分，再学积分。然而从追溯古希腊和古中国数学发展的历史来看，古代数学家就已经有了计算许多不同几何形状的面积和体积的方法。也就是说，古时候就已经有了积分的概念和初步方法。

因此，微积分，在微积分的教学中，与微积分的历史发现过程中，次序是反过来的。前者是先微分后积分，后者是先有积分，后有微分。从人类思维的角度细究一下这个区别，也许对在教学中如何贯穿相应数学概念的发现历史有所帮助。数学中常常看见正运算和逆运算的对立，例如，加和减、乘和除、平方和开方等等。我们学习了微积分后知道，微分和积分也是一对正运算和逆运算。但这个“正反”运算的对立，从直观上看起来并不是那么明显。从直觉来说，微分和积分都不是一下子就发明出来的。积分用于求体积面积等静态的物理量，微分用来求曲线斜率，即变化率等一类具有动感的物理量，两者似乎独立互不相关。就人类的认识过程而言，认识静态事物的物理规律远比认识动态事物容易。所以，从古代就有了计算复杂形状体积的要求，这些需求刺激如阿基米德、祖冲之之流的数学家们进行研究，从而产生了一些类似积分的方法。而对变化率计算的要求，基本上是在离阿基米德将近两千年之后的意大利物理学家伽利略（1564--1642年）研究自由落体运动等力学规律的时候才开始产生。

用现代的眼光来看发现微积分的历史，可以分为3个阶段：1. 极限概念，2. 积分法求体积面积，3. 发现微分积分互逆。极限概念必须先行，这点在两个过程中是一样的。通常认为最后一步发现微分积分互逆，是被牛顿和莱布尼茨分别独立完成的，因此将发明微积分的功劳归于他们俩。但实际上从现代数学的观念来看，微分和积分作为互逆运算的本质，是被“微积分基本定理”所描述的。早在牛顿和莱布尼茨之前，对“微积分基本定理”，就已经有一个长长的研究历史。因此，为了更深入理解微分积分之间的联系，我们探索一下“微积分基本定理”发现的历史过程。从展示历史的线索，能让我们明白这个定理为何重要？以及隐藏于微积分概念背后的科学动机。

微积分基本定理包括两个部分：第一部分表明不定积分是微分的逆运算，阐明了原函数的存在；第二部分表明定积分可以用无穷多个原函数的任意一个来计算。伽利略对科学的贡献无人能比。他常被人们（包括爱因斯坦）誉为是“现代科学之父”，当代物理学家霍金也说：“自然科学的诞生主要归功于伽利略。”伽利略的贡献是多方面的，这儿仅举力学方面一例：他做的落体实验证明了：物体下落的

运动不是匀速运动，而是加速运动。如何在数学上来描述非匀速运动呢？这显然要涉及到如今我们熟知的“即时速度”的概念。有了微分（导数）之后，即时速度的意义不难理解，由此可知，伽利略的力学理论为微分理论的建立提出了实用意义上的“需求”。

伽利略晚景凄凉，被教会软禁在家，最后双目失明。但他直到临终前仍在从事科学研究。经常陪伴他的是他的最后的学生之一：以发明气压计而闻名的意大利物理学家、数学家托里拆利（1608~1647）。托里拆利在研究伽利略的力学贡献时，意识到在抛物线上进行的两种运算---类似微分，积分是互逆的。但他并未真正建立“微积分基本定理”。后来苏格兰数学家詹姆斯·格里高利（1638--1675年）首先发表了该定理基本形式的几何证明，牛顿的老师，艾萨克·巴罗证明了该定理的一般形式。然后才是牛顿和莱布尼茨。最后是100多年之后的法国数学家柯西（1789--1857年）将微积分理论，包括“基本定理”严格化。实际上发明微积分最早的先驱人物之一，还不能漏掉法国业余数学家之王---费马（1601-1665）。

费马是法院的法律顾问，算是个业余数学家。费马直到年近30岁才认真研究数学，但成果累累，在数论、解析几何、概率论等方面都作出了重大贡献。他的特点是不怎么发表著作，经常是只在书的边缘处写一些草率的注记，或者是偶然地将他的发现写信告诉他的朋友。现在看来，即使是这种草率注记中的三言两语，已经使世人震撼忙碌不已，要是费马正儿八经地专门研究数学，那还了得？例如后来被称之为“费马大定理”的猜想，就困惑了数学家们整整358年！

费马对发现微积分的功劳也不小。他与笛卡尔共同创立了解析几何，成为发明微积分的根基之一。他创造了作曲曲线切线的方法。费马在1629年，在牛顿降生前13年，莱布尼茨降生前17年，就构想并使用了微分学的主要思想，用于求曲线的极大极小值。也就是说，在微积分尚未被系统地发明出来之时，费马就已经掌握了“令导数为零，求出极点”的方法！这个事实说明，费马几乎已经自个儿发明出了微积分，只不过没有公布而已！总之，费马淡泊名利，不在乎发表文章，也未曾将他的微分思想总结成“定理”之类的，因此，费马这方面的贡献鲜为人知。费马的许多数学思想，都是在他死后，由儿子通过整理他的笔记和批注挖掘出来的。

费马研究光学时发现，光线总是按照时间最小的路线传播。这个原理，是几何光学的基础，可以从后来的惠更斯原理推导出来。事实上费马原理现代版的更准确表述应该是：光线总是按照时间最小、或最大、或平稳点的路线传播。换言之，光线传播

的经典路径是变分为0的路径。所以事实上，有关光线传播的费马原理应该算是变分法的最早例子，但在当时，人们尚未认识到这点，也没有进行详细的理论研究。费马提出的光学“费马原理”，给后来变分法的研究以极大的启示。这就要说牛顿的流数术---牛顿和莱布尼兹的微积分风格、贡献各异。牛顿最大贡献是把微积分用于物理上，构思了牛顿三大定律及万有引力定律，并用微积分方法，讨论了潮汐、岁差等现象。

莱布尼兹（1646-1716）最主要的贡献是对概念、方法、技巧等清楚的梳理，加上符号的运用。这些符号受到人们的喜爱，一直使用至今。牛顿考虑微积分是为了解决动力学的问题，也就是说，运动中的物理量---变化的量，称之为流量与时间的关系问题。他把他的这种和物理概念直接联系的数学理论叫做“流数术”，实际上就是现代说的微积分。1665年5月20日牛顿第一次在他的手稿上描述他的“流数术”，后人便把这一天作为微积分的生日。

牛顿认为任何运动都是存在于空间中，依赖于时间，因而他把时间作为自变量，把和时间有关的固变量作为流量，几何图形，包括线、角、体，都看作力学位移的结果。因而，一切基本变量都是“流量”---用 x 、 y 、 z 表示，而将流量随时间的变化率，即速度等，称之为“流数”。流数用 x 、 y 、 z 上面加一点或者 x',y',z' 来表示。因此牛顿认为他的“流数术”要解决两类问题：（1）已知流量之间的关系，求它们的流数的关系，这相当于微分学。（2）已知流数之间的关系，求流量间的关系，相当于积分，问题（1）的逆问题。使用现在的微积分语言，牛顿的“流量”即变量，“流数”即导数。

如何计算流量和流数？牛顿从二项式展开的问题开始思考，并由此对“无穷”的概念有所突破。在这一点上，牛顿超越了前辈笛卡尔。笛卡尔的一些想法如今听起来颇为有趣：他认为人的大脑不是无穷的，所以不应该去思考与无穷有关的问题。但牛顿偏偏就通过思考二项式展开成无穷级数的问题而发现了微积分！为此目的，牛顿定义了一个时间的无限小瞬“0”，作为流数术的基础。这个无限小的时间瞬将引起流量的瞬，由此便能计算流数，即两个“瞬”的比值。牛顿用所述方法，从位置变量的关系导出速度变量间的关系，与我们现在用微积分得到的结果一致。牛顿后来在他的《自然哲学的数学原理》一书中如此描述瞬时速度：瞬时速度是指，当该物体移动到那一个非常时刻，既不是之前，也不是之后，流量间的最终比例。

牛顿发明了微积分，并用微积分的语言写下了牛顿三大定律和万有引力定律。以及后来又在微积分的基础上建立了数学物理方程、黎曼几何等数学分支。这些数学理论，不仅帮助牛顿和麦克斯韦等

人，建立了宏伟辉煌的经典力学和经典电磁理论，并且推动了理论物理中量子力学、相对论、混沌理论等数次革命。回顾其间的这段漫长的历史过程，是既耐人寻味，又发人深思的——与微积分一样，数学中很多思想的源泉都是来自于对物理的研究。因为数学和物理都是起源于人们对于世界的观察和认识，物理规律往往需要依靠数学的方法来进行定量描述。微积分的发现是科学界的重大历史事件，从此之后科学家有了一套得心应手的理论工具，微积分学方法的精确描述使得生物、化学、力学、电子、工程等等学科和技术都得以长足发展，而数学作为“科学的皇后”，价值观逐渐独立。

因此自从牛顿之后，数学和物理也开始奔向不同的目标，逐渐走向了它们各自不同的发展道路。牛顿像是个上帝派来的魔法师，他右手点亮经典力学之火，左手握着微积分，数学和物理的殿堂从此有了光明。再说莱布尼茨（1646-1716年）的差和分——莱布尼茨是德国哲学家和数学家，他被誉为17世纪的亚里士多德，少见的通才。莱布尼茨大学学习法律，21岁便活跃于政治舞台。26岁时他作为外交官出使巴黎，结识了荷兰科学家惠更斯（1629-1695）之后，对数学产生了浓厚的兴趣，才真正开始了他的数学研究。1673年到1677年他在巴黎呆了4年，是他在数学方面登峰造极，并发明微积分的年代。此外，莱布尼茨对二进制的发展也作出了贡献。

除了数学之外，莱布尼茨以哲学上的乐观主义而著名，对物理学、概率论、心理学、政治学、法学、神学、哲学、历史学等诸多领域都留下了著作，作出了贡献。如今的人们追溯数学发展史，认为莱布尼茨和牛顿两人各自独立地发明了微积分。其证据之一是因为他们俩是从不同的思路创建微积分的：牛顿是为了解决力学问题，先从位置是时间的函数这点出发，澄清速度、位置、与时间之间的关系，发展了导数的概念，然后再有积分的概念。而莱布尼茨的想法则是反过来，是先有积分的概念，再有微分及导数的概念。

此外，牛顿发明微积分的目的是解决物理问题，他把微积分作为实用的工具。而莱布尼茨则是从几何，从数学本身来研究微积分。他认识到微积分的深远影响，因而尽量将概念表述清楚，也热衷于发明一套直观形象，又合理的微积分数学符号。实际上，从现代学术界发明权的观点来看，应该是莱布尼茨被视为微积分的创建者，因为他的文章发表先于牛顿的，尽管牛顿有更早的笔记本记录，但那在现在的学术规范看来，是不算数的。莱布尼茨发明微积分，是基于他研究“差和分”的基础上。差和分是什么呢？就是差分与和分，可以说是微分与积分的离散数学的对应物。从莱布尼茨的《数学笔

记》可看出，他最初的微积分思想来源于对和分、差分，及它们的互逆性的研究。

莱布尼茨1673年到巴黎后，对数学产生了极大的兴趣，他研究了费马、巴罗等人的著作，在攻读帕斯卡的著作时，他发现在帕斯卡三角形中，行于行之间的关系类似于他在1666年所研究的自然数平方数列的差分、和分关系。于是，莱布尼茨继续探讨这种和与差之间的互逆性。用差分来表示“和”来理解：楼梯上升的总高度（和分），是等于所有阶梯层的高度之总和，而每一个阶梯层的高度，是两个高度之差（差分）。从差和分到微积分的过渡，就是从有限到无限的过渡，从离散到连续的过渡。因为差和分对付的是离散的有限多个有限数，而微积分处理的是连续的无穷多个无穷小。

试想，当楼梯阶层差别变小，也就是说将楼梯分细，层次数目趋向无穷多时，差和分就趋向于微积分。当年牛顿与莱布尼茨的微积分发明权之争，两人都是小肚鸡肠，并且，还将两人所在国家的国家荣耀、民族情绪牵扯其中。将两位科学家的个人之争，演变成演变成了英国科学界与德国科学界、乃至与整个欧洲大陆科学界的对抗。英国数学家不愿意接受莱布尼茨更为好用的符号系统，而要坚持使用牛顿的，实际上影响了英国数学研究的发展。牛顿和莱布尼茨的微积分都不够严谨，之后被欧拉、拉格朗日、拉普拉斯、达朗贝尔等人精雕细刻，才系统化和严密化为后来的样子。

刘勇教授从出走美国的张益唐说科商

第一次听说张益唐这个名字，我已经在这个叫DURHAM的小镇上过了快三个年头了。DURHAM小镇是新罕布什尔大学的所在地。学校不大，学生和教师加在一起不到一万人，其中的中国人就更少了，连着家属一起也不到一百人。因为人少，除了新来的同学或者访问学者，中国人之间大多互相认识。有一天，一个师弟突然跟我说起了我们学校还有一个神秘人物，他在UNH已经过了很多年，可能和后来孔子学院院长王一戈差不多老资格，大约在80年代的时候就已经来到了UNH。不过他就像一个隐形人一样，除了数学系的同学老师，很少有中国人知道他的存在。对的，这位神秘人就是张益唐。

和后来成功后的光芒四射不同，当时的张老师在UNH就是一个完全被忽略的人，连数学系的同学也很少有人提起他。顺便说一句，当时数学系最知名的中国教授是葛利敏（葛利明），正是他给张老师介绍了一份足以糊口的教学工作。后来我们也和张益唐老师都搬到了学校的教师研究生公寓房。中间张益唐老师的爱人还和我妻子一同去上英语课。他爱人十分活跃，还教我们的一些家属扭起了秧歌，那年的春晚因为一台秧歌火爆了整个校园。

和绝大多数妻子一样，都对丈夫各种抱怨。比如张老师性格孤僻，不积极帮她办理绿卡之类，想来张老师成名之后，这类问题应该不成为问题了。

我们所处的 DURHAM 镇附近没有好的中国超市，需要买中国的特产时，同学们往往去 100 多公里外的波士顿购买。通常同学们都会互相帮着代买一些。我去波士顿买菜，也帮他们家带过类似老干妈之类的东西。这时候我就有机会亲眼见到这位神秘的张老师。他偶尔也会跟我说一声谢谢，不过他说的谢谢里我感觉不到任何人类的情感，就像在说 $x+y=z$ 一样。在他看着我的时候，我看了看他的眼睛，强烈感觉到他的眼睛里根本没有我。

得知张益唐老师成功的时候我已经回到了中国工作。媒体里好多关于张老师的报导，比如他的成就已经超越了陈景润，是华人数学界有史以来最好的成果。虽然我不是数学专业，不过我还是能理解从 0 到 1 的突破确实要胜过从 2 到 3。张老师做的工作就是在前人没有基础的情况下实现了从 0 到 1 的突破。更多的关于张老师的报导也让我理解了他那些看起来怪异的行为。比如他一直专注于他的研究中，很少与人打交道，即使说谢谢也像在念公式。比如他的目光被记者描绘成深邃不可见底的目光，而在我看来就是“他的眼里没有我”。兴许在他的目光中，我，或者其他同他对视过的人就像一个运算符号一般平淡无奇。或者那时的我们都太

浅薄，无法理解大师的境界。

（刘勇教授现为中科院空间科学与应用研究中心研究员）

References

1. Baidu. <http://www.baidu.com>. 2019.
2. Google. <http://www.google.com>. 2019.
3. Journal of American Science. <http://www.jofamericanscience.org>. 2019.
4. Life Science Journal. <http://www.lifesciencesite.com>. 2019.
5. Ma H. The Nature of Time and Space. *Nature and science* 2003;1(1):1-11. doi:10.7537/marsnsj010103.01. <http://www.sciencepub.net/nature/0101/01-ma.pdf>.
6. Marsland Press. <http://www.sciencepub.net>. 2019; <http://www.sciencepub.org>. 2019.
7. National Center for Biotechnology Information, U.S. National Library of Medicine. <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed>. 2019.
8. *Nature and Science*. <http://www.sciencepub.net/nature>. 2019.
9. *Stem Cell*. <http://www.sciencepub.net/stem>. 2019.

7/20/2019