基于圆对数试分析黎曼—哥德巴赫猜想

汪一平

通信邮箱：wyp3025419@163.com

[1] 浙江省衢州市老年科学工作者协会 浙江衢州 324000

[2] 中国·钱江数学与动力工程研究所（筹）浙江衢州 324000

Abstract: 摘要 1900 年，D.Hilbert 在国际数学家大会上宣布 23 个问题，其中的黎曼猜想问题，是哥德巴赫猜想、孪生素数猜想、黎曼猜想”的合并。发现素数连乘组成“倒数与正数”平均值及其互逆性规则。证明ζ函数的“1 的大 O”(即无穷素数在 0 与 1 之间的分布与取值)及同构性、单元性、互逆性的三个幺规范不变性和奇性、偶性的组成。建立“没有具体素数内容的算术四则运算”，称圆对数方程。这样，ζ函数均可归化为任意一个素数，得到与无穷素数个数相同的零点，在实部的临界线上复零点都是 $L=(0,1/2,1)^Z$。其中非正常零点有：黎曼猜想（含孪生素数）的$\{1/2\}^{+1}$；哥德巴赫猜想的$\{1/2\}^{-1}=\{2\}$（偶数）。253

[汪一平. **基于圆对数试分析黎曼—哥德巴赫猜想.** *Academ Arena* 2019;11(5):1-9]. ISSN 1553-992X (print); ISSN 2158-771X (online). http://www.sciencepub.net/academia.1. doi:10.7537/marsaaj110519.01.

Keywords:【关键词】黎曼猜想；ζ函数互反性；圆对数；么规范不变性；零点与极限；

【中图分类号】 014 【文献标识码】 A

1、 前言

1900 年，希尔伯特（D.Hilbert）在第二届国际数学家大会上建议了 23 个问题，其中的第八个问题黎曼猜想，是哥德巴赫猜想、孪生素数猜想、黎曼猜想三个猜想的合并。从数论意义上来讲，这三个猜想可谓是数论中的核心问题。

数百年来，许多数学家们前赴后继地以毕生精力投入研究，创造不少算法，推动了数论的发展，推动了人类科学技术的发展。但是，正如克莱因在《古今数学思想》所说的：1930 年以来数学没有取得突破性进步，至今对于黎曼猜想仍然没有解决。“困难在于无穷（infinity）。反映了数学改革的紧迫性与艰巨性。

本文发现素数连乘组成“倒数与正数”平均值及互其逆性规则。证明ζ函数的“1 的大 O”(即无穷素数在 0 与 1 之间的分布与取值)，及同构性、单元性、互逆性的三个幺规范不变性和素数的奇性、偶性组成。

自此，改革了传统对数、微积分，以及逻辑代数的改造，建立“没有具体素数内容的算术四则运算”，称圆对数方程。这样，ζ函数均可归化为一个（单元）素数，得到与无穷素数个数相同的零点，在临界线上都是 $L=(0,1/2,1)^Z$。其中非正常零点有：黎曼猜想（含孪生素数）的$\{1/2\}^{+1}$；哥德巴赫猜想的$\{1/2\}^{-1}=\{2\}$（偶数）。

2、 素数的连乘组成正数平均值与倒数平均值

2.1、黎曼ζ函数的素数连乘与组合

定义：无穷素数中，任意有限幂函数 Z=K(Z±S±N±P)连乘组合，具有无限程序任意有限素数的不重复的各种组合形式，集合成无限任意有限正反高幂多项式。其项序为相应组合形式的个数（称系数）除以各种组合集合（不苛求组合形式的全部）为正数、倒数平均函数值。统称“素数函数”。

有： $(P)^{K(Z\pm S)}=\prod_P\{x_1^{KS}x_2^{KS}\ldots x_p^{KS}\ldots x_q^{KS}\}\in\{X^S\}^{K(Z\pm S)}\in\{X\}^{K(Z\pm S)}$

式中：$\prod_P$ 表示 P 组合为 P 个素数的连乘集合，组合系数 $C_{(S\pm P)}$。未知素数的组合集合，用大写字体$\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm N-P)}$；已知素数的组合集合，用空心字体$\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N+P)}$。

设：正则化条件下，$(1/C_{(S\pm 0)})=1$; $(1/C_{(S-p)})=(1/C_{(S+p)})$; $\{X_0\}^{K(Z\pm S-P)}\neq\{D_0\}^{K(Z\pm S+P)}$ ；

其中幂函数有时不一定写完整，或缺失，有 Z=Z±S±N±P、Z=Z±S±N、Z=Z±S、Z=Z，K=(+1,0,-1),以下同）。提取圆对数后：

$$(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm P)}=\{X_0\}^{K(Z\pm S-P)}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S+P)}=\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm P)}/\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm P)}; \quad (1.1)$$

有： $\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm N-P)}=\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N+P)}$;

$$=\{(1/C_{(S\pm 0)})[\prod_P X_i^K]\}^{K(Z\pm S\pm N\pm 0)}+\{(1/C_{(S\pm 1)})\sum[X_i^K+\ldots]\}^{K(Z\pm S\pm N\pm 1)}+\ldots$$
$$+\{\sum(1/C_{(S\pm p)})[\prod_P(X_p)^K+\ldots]\}^{K(Z\pm S\pm N\pm p)}+\ldots+\{\sum(1/C_{(S\pm q)})[\prod_P(X_q)^K+\ldots]\}^{K(Z\pm S\pm N\pm q)}$$
$$=\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm N-0)}+\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm N-1)}+\ldots+\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm N-p)}+\ldots+\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm N-q)}; \quad (1.2)$$

或： $$=\{P_1\}^{K(Z\pm S\pm N)}+\{P_2\}^{K(Z\pm S\pm N)}+\ldots+\{P_p\}^{K(Z\pm S\pm N)}+\ldots+\{P_q\}^{K(Z\pm S\pm N)}; \quad (1.3)$$

公式（1.3）P 为素数，黎曼 ζ 函数再倒数，称倒数函数。（以下同）

$C_{(S\pm P)}=C_{(S+P)}=C_{(S-P)}=(s-0)(s-1)(s-2)\ldots(s-p)!\ /\ P(p-1)\ldots3,2,1!$ （1.4）

式中：未知函数中$\{X\}^{K(Z\pm S\pm N-P)}$ 称(P=-P)倒数函数；

已知函数中$\{D\}^{K(Z\pm S\pm N+P)}$ 称(P=+P)正数函数；

未知平均函数中$\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm N-P)}$ 称(P=-p)倒数平均值；

已知平均函数中$\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N+P)}$ 称(P=+p)正数平均值；

组合函数中$\{X\pm D\}^{K(Z\pm S\pm N\pm P)}$称(P=±p)组合方程；

组合平均函数中$\{X_0\pm D_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm P)}$称(P=±p)组合平均方程；

求证： 各个项序组合（±P）层次的互逆性。

证：取无穷中任意有限素数的个数(Z±S) 称幂维次；(Z≥S≥P≥0);从自然数 P=(0,1,2,P)开始到无限项序的组合，采用迭代法。

$\{X\}^{K(Z\pm S\pm P)}$依序除于$\sum(1/C_{(S\pm P)})\,[\prod(x_ax_b\ldots x_p\ldots x_q)^K+\ldots]^{K(Z\pm S\pm P)}$；

特别的，当素数为全连乘时$\{X\}^{K(S\pm P\pm0)}=[\prod(x_1x_2\ldots x_p\ldots x_q)]^{K(S\pm P\pm0)}$； $C_{(P\pm0)}=1$；

有： $\{X\}^{K(Z\pm S\pm P)}=\sum(1/C_{p+1})\,[\prod(x_1\cdot x_2\cdot\ldots\cdot x_p\cdot\ldots\cdot x_q)^K+\ldots]^{K(Z\pm S\pm P)}$

$=[\sum(C_{(P\pm0)})\,[\prod(x_1x_2\ldots x_p\ldots x_q)_p{}^K]^{K(Z\pm S\pm P)}$

$/\sum(1/C_{(P+1)})\,(x_1+x_2+\ldots+x_p+\ldots+x_q)_p{}^{K(Z\pm S\pm P+1)}]$

$\cdot\sum(1/C_{(P+1)})\,(x_1+x_2+\ldots+x_p+\ldots+x_q)_p{}^{K(Z\pm S\pm P+1)})$

$=[\sum(1/C_{(P-1)})^{-1}\Sigma(x_1{}^{-1}+x_2{}^{-1}+\ldots+x_p{}^{-1}+\ldots+x_q{}^{-1})]^{K(Z\pm S\pm P-1)}$

$\bullet[\sum(1/C_{(P+1)})^{+1}\Sigma(D_1{}^{+1}+D_2{}^{+1}+\cdots+D_p{}^{+1}+\cdots+D_q{}^{+1})]^{K(Z\pm S\pm P+1)}$

$=\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm P-1)}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm P+1)}$ （1.5）

$\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm P+1)}=[\,(1/C_{(P+1)})^{+1}\Sigma(D_1{}^{+1}+D_2{}^{+1}+\cdots+D_p{}^{+1}+\cdots+D_q{}^{+1})]^{K(Z\pm S\pm P+1)}=\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm P-1)}$

反之： $\{X\}^{K(Z\pm S\pm1)}=[\,(C_{p+0})\prod_p(x_1\cdot x_2\cdot\ldots\cdot x_p\cdot\ldots\cdot x_q)]^{K(Z\pm S\pm0)}$

$/\,[\,(1/C_{p-1})^{-1}(x_1{}^{-1}+x_2{}^{-1}+\ldots+x_p{}^{-1}+\ldots+x_q{}^{-1})]^{K(Z\pm S-1)}$

$\bullet\quad[\,(1/C_{p-1})^{-1}(D_1{}^{-1}+D_2{}^{-1}+\cdots+D_p{}^{-1}+\cdots+D_q{}^{-1})]^{K(Z\pm S-1)}$

$=\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm P-1)}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm P+1)}$ （1.6）

其中： $\{X\}^{K(Z\pm S\pm P)}/\sum(1/C_{(P+1)})\,(x_a+x_b+\ldots+x_p+\ldots+x_q)^{K(Z\pm S\pm P+1)}=\{X\}^{K(Z\pm S-P)}$

同理：可以依序迭代类推(P=0,1,2,3,4,…自然数)。无限(Z)迭代后，各个层次组合

得： $\{X\}^{K(Z\pm S\pm p)}=[\,(1/C_{S\pm p})\prod(x_1\cdot x_2\cdot\ldots\cdot x_p\cdot\ldots\cdot x_q)\,]^{K(Z\pm S\pm p)}$

$/\,(1/C_{S+p})\,\Sigma\,(\prod x_1{}^k+\prod x_2{}^k+\cdots+\prod x_p{}^k+\cdots+\prod x_q{}^k)^{K(Z\pm S+p)}$

$\bullet\quad(1/C_{S-P})\,\Sigma\,(\prod D_1{}^k+\prod D_2{}^k+\cdots+\prod D_p{}^k+\cdots+\prod D_q{}^k)^{K(Z\pm S-p)}$

$=\{X_0\}^{K(Z\pm S-p)}\bullet\{D_0\}^{K(Z\pm S+p)}$； （1.7）

特别的，采用“平均值”概念，可以不苛求全部组合，使得系数不变，平均值相等。

2.2、素数函数的“倒数平均值与正数平均值”组成圆对数

利用公式（1.6）进一步推导任意层次互逆性。称互逆圆对数，属于第一幺规范不变性

有： $\{X\}^{K(Z\pm S\pm p)}=\{X_0\}^{K(Z\pm S-p)}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S+p)}$

$\{X\}^{K(Z\pm S\pm p)}=\{X_0\}^{K(Z\pm S-p)}\cdot[\{D_0\}^{K(Z\pm S+p)}/\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm p)}]\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm p)}$

$=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm p)}\cdot\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm p)}$ （1.8）

$0\leqslant(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm p)}=\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm p)}/\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm p)}]\leqslant1$ （1.9）

其中： $\{X_0\}^{K(Z\pm S-p)}=\{X\}^{K(Z\pm S\pm p)}/\{X_0\}^{K(Z\pm S-p)}$

公式（1.8）、（1.9）反映了无穷素数的连乘，具有完全性的“倒数平均值与正数平均值”组成，在无限的各个层次圆对数[0~1]之间展开。

3、素数定理 -“1 的大 O”- 单元圆对数

1737 年，欧拉(L.Euier)发表了一个著名公式

$\zeta(S)=(\Sigma n^{-S})^{+1}=\prod(1-P^{-S})^{-1}$； 或 $\zeta(S^{-1})=(\Sigma n^{-S})^{-1}=\prod(1-P^{-S})$； （2.1）

其中 P 遍历所有素数。使得黎曼 ζ 函数与素数精密地结合在一起。也就是说，利用

这个素数连乘可以证明素数有无穷个数。

素数定理:高斯-勒让德阐述 $\pi(x^{-S})=x/\ln x$）。相关的还有大多以 GRH 为假设进行讨论的。如对数积分：Li (x)=∫1/ln (t)dt ； 伽马函数；$\zeta(s)\Gamma(z)=\int(u^{z-1})/(e^{u-1})du$; 狄利克雷 L 函数 $L(s,x)=\Sigma X(n)/n^s$；(Re (s)≥1) 。

1896 年起，人们都毫无疑问地确定 π(n)~Li (x) 的~波折号上，认为 N 无限扩大 π(n) 越接近于 Li (x)。有

人计算了 π(n)-Li (x)≤1；可是又有人计算了 π(n)-Li (x)≥1；默比乌斯 *μ* 函数与 *M* 函数 （μ 的累加值）的行为表现与 ζ(S) 紧密联系起来。

3.1、“误差分析”与极限

黎曼猜想的一个猜想是“小于一个给定值的素数有多少呢？”。最为宝贵的素数定理 O (√*x ln*x)。它没有传统数论中所说的前提：“如果黎曼函数成立，那么……”。

1901 年冯·科赫提出 O (√*x ln*x)。现代数论研究中：当（*l,k*）=1,令算术序列 L+x_n (n=1,2,3,⋯)中，不超过 x 个数的素数为 *π(x,k,l),* 则有

π(x,k,l),=(1/ *Φ(k)* Li (x)+O (√*x ln*x) （2.2）

公式（2.2）中 O (√*x ln*x)被称为“大 O”符号和默比乌斯 μ 函数。

“大 O”的定义：如果对于足够大的自变量，函数 A 的大小决不会超过函数 B 的某个固定的倍数，那么函数 A 就是函数 B 的大 O。

PNT (素数定理)另一种流行表达式 O (x $^{(1/2)+ε)}$，是冯·科赫 O (√*x ln*x) 的演变。

O (x $^{(1/2)+ε)}$ = Li (x) - *π(x,),* （2.3）

这里（ε）是“1 的大 O”与某个模函数值组成。

2018 年 9 月英国数学家阿蒂亚认为ζ函数存在某个固定模函数值为（1/137）。本文认为：这是不对的，应该是某个条件相对可变动的模函数值（后面有证明）。

1914 年英国李特伍尔德（J.E.Littlewood）证明 O (x $^{(1/2)+ε)}$≥0；而且这个符号会翻来覆去。突破了业界内一人认为是 O (x $^{(1/2)+ε)}$≤0； 1933 年南非斯丘兹（Sanlay Skewes）证明第一次任意翻转的 x 不大于……不大于 e^{97} 次方。目前斯丘兹数是不大于 $1.4*10^{316}$ 次方。反映了“在与无穷大打交道时要慎之又慎”。但是（ε）无论多么小（大），都有误差项 *ε(x)=(1/2)* [*Li (x)-π(x)*]是无法消除的。也不知道它应该是什么样的误差函数。许多数学家毕生精力投入研究 *（ε）*，没有满意的结果。

目前，传统数论“误差分析”的 O (x $^{(1/2)+ε)}$ ，最好的成果【4】 *（ε）*是为“x 的大 O”的。“x 的大 O 如何进行到 1 的大 O”，还没有解决。这是可以采用“圆对数方程”验证，

验证: 不能丢掉传统数论不同的前题 “如果黎曼函数成立，那么……”。如果黎曼函数不成立，那么数论不少部分不得不推倒重来。

设：Li (x)（对数积分）,π(x)（素数定理）为不同素数分布函数，ε(x)=(1/2) [Li (x)-π(x)],

ε (x_0)=(1/2) [Li (x)+π(x)]，应用贝叶斯相对性原理、爱因斯坦相对论与集合论结合概念，拓展为圆对数理论，

有： $(1-η^2)^{K(Z±S±p)} = \{ [Li(x)-π(x)]/[Li(x)+π(x)]\}^{K(Z±S±p)}$

$= \{[ε(x_0)-π(x)]/ε(x_0)\}^{K(Z±S±p)}$

$= \{[Li(x)- ε(x_0)] / ε(x_0)\}^{K(Z±S±p)}$; （2.4）

$O(x^{(1/2)+ε})^{K(Z±S±p)} \sim ε(x)^{K(Z±S±p)}$

$= \{(1/2)[Li(x)-π(x)]/(1/2)[Li(x)+π(x)] \cdot (1/2)[Li(x)+π(x)]\}^{K(Z±S±p)}$

$= (1-η^2)^{K(Z±S±p)} ε(x_0)^{K(Z±S±p)}$; （2.5）

$0≤(1-η^2)^{K(Z±S±p)}≤1$; K=(+1,0,-1) ； （2.6）

公式（2.5）证明 $ε(x)^{K(Z±S±p)}$是稳定的，ε(x_0)是各个层次的$(1-η^2)^{K(Z±S±p)}$素数分布的某个常数模——指定某个数值前素数分布函数平均值。

这里，O (x $^{(1/2)+ε)}$在假定 x $^{(1/2)}$成立前提下，得到 $ε(x)^{K(Z±S±p)}$ 只能是“x 的大 O”。二种无穷素数分布下，正反性质误差的是趋于$(ε(x)^{K(Z±S±p)})$的。但是 $(ε)^{K(Z±S±p)}$≠0，不能确保其全部在(x $^{(1/2)}$)临界线上。

1976 年匈牙利数论专家图兰（Paul Turan）因患癌症而处于弥留之际, 还在喃喃自语“1 的大 O”。这种研究数论至死不弃精神令人起敬。反映了“1 的大 O”（无穷素数在 0 与 1 之间的分布与取值）是数论中的一个关键性问题。

3.2、数论中应用“单元圆对数”实现零误差展开

2013 年，美国华人数学家张益唐应用集合论概念。在不依赖未经证明猜测的前提下，发现存在无穷对孪生素数，其间隔小于 7000 万（相当于本文的 $ε(x)^{K(Z±S±p)}$=7000 万，某个常数模），孪生素数公式，尽管在无穷条件下公式仍然有误差，但是在孪生素数猜想问题的道路上前进了一大步。

定义：单元圆对数”：自身各个分项除于自身总项得到(1)。特征：确保单元体内部子项各个数值、位置、分布方式不变。

拓展证明：本文对于黎曼ζ函数是否成立与不成立并不重要。证明如下：

根据素数连乘具有完全性的“倒数平均值与正数平均值”组成，由欧拉公式给出 $ζ(S)^{-1} = Σ(n^{-S})^{-1}=\prod(1-P^{-S})$,

设：$\prod(1-P_i^{-S}) = (1-P_1^{-S})(1-P_2^{-S})\ldots(1-P_p^{-S})\ldots(1-P_q^{-S}) \in \{P_H\}]^{K(Z\pm S\pm p)}$

有：$\{(1-P^{-S})_1+(1-P^{-S})_2+\ldots+(1-P^{-S})_p+\ldots+(1-P^{-S})_q\}^{K(Z\pm S)}=\sum\{1-P_i\}^{K(Z\pm S)}=\{P_H\}]^{K(Z\pm S\pm p)}$，

或：$\{(P^{-S})_1+(P^{-S})_2+\ldots+(P^{-S})_p+\ldots+(P^{-S})_q\}^{K(Z\pm S)}=\sum\{P_i\}^{K(Z\pm S)}=\{P_H\}]^{K(Z\pm S\pm p)}$，

或：$(P)_1\bullet(P)_2\bullet\cdots\bullet(P)_p\bullet\cdots\bullet(P)_q\in\prod\{P_i\}^{K(Z\pm S)}=\{P_H\}]^{K(Z\pm S\pm p)}$，

令：$(1-\eta_H{}^2)^{K(Z\pm S\pm p)}=[(P_i^{-S})/\{P_H\}]^{K(Z\pm S\pm p)}$，

（1）、在圆对数平面上的拓扑、概率展开方式(即素数实部平方与虚部平方的组合)

有：$(1-\eta_H{}^2)^{K(Z\pm S)}=[\sum\{P_i^2\}/\{P_H\}]^{K(Z\pm S)}$

$=(1-\eta_1{}^2)^{K(Z\pm S\pm1)}+(1-\eta_2{}^2)^{K(Z\pm S\pm2)}+\ldots+(1-\eta_p{}^2)^{K(Z\pm S\pm p)}+\ldots+(1-\eta_q{}^2)^{K(Z\pm S\pm q)}$

$=\{1\}^{K(Z\pm S)}$；　　（3.1）

（2）、在圆对数轴线上的拓扑、概率展开方式

$(\eta_H)^{K(Z\pm S)}=[\sum\{P_i\}/\{P_H\}]^{K(Z\pm S)}$

$=(\eta_1)^{K(Z\pm S\pm1)}+(\eta_2)^{K(Z\pm S\pm2)}+\ldots+(\eta_p)^{K(Z\pm S\pm p)}+\ldots+(\eta_q)^{K(Z\pm S\pm q)}$

$=\{1\}^{K(Z\pm S)}$；　　（3.2）

证：传统数论中，无穷素数的数量统计工作量过大，用常用对数 log10，或 ln e 的自然对数，或（人为、自然）随机分布的计数段 P_i 数值，用下标$_{(10\text{或}e\text{或}P)}$表示：

如：$\{P_H\}^{K(Z\pm S)}$为已知某个数值前的素数各个子项总和

$(log10)_1\wedge(log10)_2\wedge\cdots\wedge(log10)_p\cdots\wedge(log10)_q=\sum\{\prod P_i\}^{K(Z\pm S)}$，

$(lne)_1\wedge(lne)_2\wedge\cdots\wedge(lne)_P\cdots\wedge(lne)_q=\sum\{\prod P_i\}^{K(Z\pm S)}$，

得：$(1-\eta_H{}^2)^{K(Z\pm S)}=[\sum\{\prod P_i\}_{(10\text{或}e\text{或}P)}/\{P_H\}_{(10\text{或}e\text{或}P)}]^{K(Z\pm S)}=\{1\}_{(10\text{或}e\text{或}P)}{}^{K(Z\pm S)}$；　（3.3）

式中：$(1-\eta_H{}^2)^{K(Z\pm S\pm p)}$ 称单元圆对数，称第二幺规范不变性。

$\varepsilon(x)^{K(Z\pm S\pm p)}=O(x^{(1/2)+\varepsilon})$

$=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm p)}\bullet(1-\eta_H{}^2)^{K(Z\pm S\pm p)}\varepsilon(x)^{K(Z\pm S\pm p)}$；　（3.4）

公式（3.4）各个层次 O (x^{ε})的 $\varepsilon(x)=(\varepsilon(x_H)^{K(Z\pm S\pm p)})=(1-\eta_H{}^2)^{K(Z\pm S\pm p)}=1$；$\varepsilon=0$；成为“1 的大 O”，后面有证明，O $(x^{(1/2)+\varepsilon})$不需要假定$(x^{(1/2)})$前提，通过极限证明得到 $(x^{(1/2)})=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm p)}=(1/2)$。这里，反映了素数分布在[0~1]的单元性内部的稳定性，以及零误差在$(x^{(1/2)})$上的事实。

4、ζ函数与圆对数方程

有一个关于埃米尔特矩阵的著名定理，说的是“埃米尔特矩阵的所有本征值都是实数”，由这里推出“埃米尔特矩阵与ζ函数算子本征值及多项式的所有系数都是实数”。平衡的多项式系数具有正则化分布形式，系数分布规则是符合“杨辉-帕斯卡三角形分布”。做了上述准备，我们研究黎曼ζ函数组成的正则化系数多项式遇到了素数为自变量的“倒数函数”$\{X\}^{K(Z-S)}$，平衡的素数函数为“正数函数”$\{D\}^{K(Z+S)}$。

4.1、多项式正则化系数除以相应的组合形式，得到平均值

无穷素数多项式包容素数$\{a,b,\cdots p,\cdots,q\}^{K(Z\pm S)}\in\{X\}$，具有无穷素数在任意有限素数 S 范围内，各种不重复的组合集合形成多项式（项序、微积分）。其素数无限正则化组合成为多项式项序（或微积分阶值）以幂函数 Z=K (Z±S±N±P)表示。

有：$\{X_0\}^{K(Z-S)}=\{D_0\}^{K(Z+S)}=\sum[(1/C_{(S\pm p)})^K\{\prod(x_a{}^K x_b{}^K\cdots x_p{}^K\cdots x_q{}^K)^K+\cdots\}]^{K(Z\pm S)}$；

$\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm P)}=Ax^{K(Z\pm S\pm0)}+Bx^{K(Z\pm S\pm1)}+\cdots+Px^{K(Z\pm S\pm p)}+\cdots+Qx^{K(Z\pm S\pm q)}$

$=(1/C_{(S\pm0)})^K x^{K(Z\pm S\pm0)}+(1/C_{(S\pm1)})^K x^{K(Z\pm S\pm1)}+\cdots$

$+(1/C_{(S\pm p)})^K x^{K(Z\pm S\pm p)}+\cdots+(1/C_{(S\pm q)})^K x^{K(Z\pm S\pm q)}$

$$=\left|\begin{array}{l}\{(1/C_{(S\pm0)})^K(\prod x_i{}^K)\}^{K(Z\pm S\pm N\pm0)}\\ \{\sum(1/C_{(S\pm1)})^K(\sum x_1)^K\}^{K(Z\pm S\pm N\pm1)}\\ \{\cdots\cdots\}\\ \{\sum(1/C_{(S\pm p)})^K(\prod x_p)^K\}^{K(Z\pm S\pm N\pm p)}\\ \{(1/C_{(S\pm q)})^K(\prod x_q)^K\}^{K(Z\pm S\pm N\pm q)}\end{array}\right|$$

$=x_{01}{}^{K(Z\pm S\pm0)}+x_{02}{}^{K(Z\pm S\pm1)}+\cdots+x_{0p}{}^{K(Z\pm S\pm p)}+\cdots+x_{0q}{}^{K(Z\pm S\pm q)}$；　（4.1）

这里，阐述多项式元素的项序组合形式：

(1)、0 项序(p= Z±S±0), $C_{(S-0)}=1$：未知全元素连乘组合。

有：$\{x_0\}^{K(Z\pm S-0)}=\{D_0\}^{K(Z\pm S+0)}=[(1/C_{(S\pm0)})^K[\prod(x_a{}^K x_b{}^K\cdots x_p{}^K\cdots x_q{}^K)^K]^{K(Z\pm S\pm0)}$；　（4.2）

(2)、1 项序(p=Z±S±1), $C_{(S-1)}=S$：元素(1)-(1) 连加组合（称线性方程项序）

有：$\{x_0\}^{K(Z\pm S-1)}=\{D_0\}^{K(Z\pm S+1)}=\sum(1/C_{(S\pm1)})^K[x_a{}^K+x_b{}^K+\cdots+x_p{}^K+\cdots+x_q{}^K]^{K(Z\pm S\pm1)}$；　（4.3）

(3)、2 项序（p=Z±S±2), $C_{(S-2)}$=S (S-1) /2!：元素(2)-(2)组合

有： $\{x_0\}^{K(Z\pm S-2)}=\{D_p\}^{K(Z\pm S-0)}=\sum C_{(S\pm 2)})^K\{\prod(x_a x_b)^K+\cdots\}^{K(Z\pm S\pm 2)}$； （4.4）

(4)、p 项序(p=Z±S±p), $C_{(S-p)}$=S (S-1) (S-2) (S-P)/P!： 元素“(p)-(p)组合”.

有： $\{x_0\}^{K(Z\pm S-p)}=\{D_p\}^{K(Z\pm S+p)}=\sum(1/C_{(S\pm p)})^k\{\prod(x_a x_b\cdots x_p)^K+\cdots\}_p{}^{K(Z\pm S\pm p)}$； （4.5）

(5)、q 项序(p=Z±S±q), $C_{(S-q)}$=S (S-1) (S-2) (S-q)/q!：素数“(q)-(q 组合”.

有： $\{x_0\}^{K(Z\pm S-q)}=\{D_q\}^{K(Z\pm S+q)}=\sum(1/C_{(S\pm q)})^K[\prod(x_a x_b\cdots x_p\cdots x_q)^K+\cdots]_q{}^{K(Z\pm S\pm q)}$； （4.6）

(6)，D 平衡项序(p=(Z±S), $C_{(Z+S)}$=1 已知全元素连乘组合；

有： $\{x_0\}^{K(Z\pm S-0)}=\{^{KS}\sqrt{\prod X_{(ab\cdots p\cdots q)}}\}^{K(Z-S)}$；

$\{D_0\}^{K(Z\pm S+0)}=\{^{KS}\sqrt{\prod D_{(ab\cdots p\cdots q)}}\}^{K(Z+S)}=\{^{KS}\sqrt{D}\}^{K(Z-S)}=D$； （4.7）

(7)，素数多项式正则化系数总和

$\sum(1/C_{(Z\pm S)})^{K(Z\pm S)}=C_{(S-0)}+C_{(S-1)}+\cdots+C_{(S-p)}+\cdots+C_{(S-q)}+C_{(S+0)}$

$=\{2\}^{K(Z\pm S)}$； （4.8）

(8)，组合系数正则化分布符合杨辉-帕斯卡三角形分布形式。

$C_{(Z\pm S+N)}=C_{(Z\pm S-N)}$ ； （4.9）

(9)，一般情况下$\{D\}\neq\{x\}^{K(Z\pm S)}$，提取圆对数后，得到平衡（或相对平衡）$\{\mathbf{D}\}=\{x\}^{K(Z\pm S)}$；

其中：离散态统计计算； $\{D\}=\{D_0\}^{K(Z+S)}$ ；

纠缠态数学分析； $\{X\}=\{X_0\}^{K(Z-S)}=\{^{KS}\sqrt{D}\}^{K(Z-S)}$ ； （4.10）

基于素数多项式元素的组合具有自然数单元性，正则化系数总和的幂维次呈现自然数$\{2\}^{K(Z\pm S)}$的展开与跨越，确保单元体函数零误差展开。

公式（4.1）~（4.10）显然与黎曼ζ函数保持一致。结合互逆圆对数通过 K=(+1,0,-1)确保函数的收敛性。（K）性质函数控制了函数的收敛性，使得反向的调和函数不会扩散。

4.2、素数多项式的组合集合展开

有： $Ax^{K(Z\pm S\pm N\pm 0)}+Bx^{K(Z\pm S\pm N\pm 1)}+\cdots+Px^{K(Z\pm S\pm N\pm p)}+\cdots+Qx^{K(Z\pm S\pm N\pm q)}\pm D$

$=C_{(S\pm 0)}x^{K(Z\pm S\pm N+0)}D_0{}^{K(Z\pm S\pm N+0)}+C_{(S\pm 1)}x^{K(Z\pm S\pm N+0)}D_0{}^{K(Z\pm S\pm N+1)}+\cdots$

$+C_{(S\pm p)}x^{K(Z\pm S\pm N-p)}D_0{}^{K(Z\pm S\pm N+p)}+\cdots+C_{(S\pm q)}x^{K(Z\pm S\pm N-q)}D_0{}^{K(Z\pm S\pm N+q)}\pm D$

$=\{x_0\pm D_0)^{K(Z\pm S\pm N)}$

$=(1-\eta^2)^Z\{0,2\}^{K(Z\pm S)}\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N)}$； （5.1）

及： $(1-\eta^2)^Z\sim(\eta)^Z=\{^{KS}\sqrt{D}/x_0\}^Z$

$$=\begin{vmatrix}\{^{KS}\sqrt{D}/x_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm 0)}\\ \{^{KS}\sqrt{D}/x_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm 1)}\\ \{\cdots\cdots\}\end{vmatrix}$$

$$\{^{KS}\sqrt{D}/x_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm p)}$$

$$\{^{KS}\sqrt{D}/x_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm q)}$$

$$=\begin{vmatrix}(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm 0)} & 0 & 0\cdots 0\cdots 0\\ 0 & (1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm 1)} & 0\cdots 0\cdots 0\\ \{\cdots\cdots\} & & \\ 0\ \ 0 & \cdots(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm p)} & \cdots 0\cdots 0\\ 0\ \ 0\ \ 0 & \cdots 0\cdots & (1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm q)}\end{vmatrix}$$ （5.2）

$(1-\eta^2)^{K(Z\pm S)}=\{^{KS}\sqrt{D}\}^{K(Z-S)}/\{X_0\}^{K(Z+S\pm N)}$

$=\sum(1/C_{(Z-S)})^{-1}\{^{KS}\sqrt{\prod X_{(ab\cdots p\cdots q)}}{}^{K(Z-S-P)}+\cdots\}$

$/\sum(1/C_{(Z+S)})^{+1}\{D_{(ab\cdots p\cdots q)}\}^{K(Z+S+P)}+\cdots\}^{K(Z+S\pm N)}$

$=[\{^{KS}\sqrt{D}\}/\{D_0\}]^{K(Z\pm S\pm N)}$； （5.3）

$0\leqslant(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N)}\leqslant\{1\}^{K(Z\pm S\pm N)}$； （5.4）

得：同构圆对数（即多项式同构时间计算）$(1-\eta^2)^{K(Z\pm 0)}$。称第三规范不变性。

$(1-\eta^2)^{K(Z\pm 0)}\sim(1-\eta^2)^{K(Z\pm 1)}\sim\cdots\sim(1-\eta^2)^{K(Z\pm p)}\sim\cdots\sim(1-\eta^2)^{K(Z\pm q)}$； （5.5）

公式（5.1）-（5.5）还证明了

（1）、小平衡零点：$\{x_0-D_0\}^{K(Z\pm S\pm N)}=(1-\eta^2)^Z\{0\}^{K(Z\pm S)}\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N)}$；（5.6）

大平衡零点：$\{x_0+D_0\}^{K(Z\pm S\pm N)}=(1-\eta^2)^Z\{2\}^{K(Z\pm S)}\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N)}$；（5.7）

特别的，大小零点平衡取消了“虚数”这根“i 拐杖”，变成现实性的实体组合,方便地向无穷维次多项式展开。使得圆对数因子一阶（实部）与的二阶（复虚部）等价，也因此取消了“i 拐杖”也变成实部。

（2）、素数函数的层次（含微积分阶数值）之间的跨越数值（多项式总系数之和）

$(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm \Delta N)}=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S)}\cdot(1-\eta^2)^{K(\pm\Delta N)}$ （5.8）

$(1-\eta^2)^{K(\pm\Delta N)}=\{2\}^{K(\pm\Delta N)}$ ；（5.9）

其中：（ΔN=1,2,3,……自然数。（在计算机上称量子比特，微积分中为阶值）。

式中：多项式幂函数为 Z=K (Z±S±P)的集合, (Z)表示无穷素数代数闭链的完全性，(±S)表示封闭集合群内任意有限素数复维次，(±P)所有素数不重复组合集合$\{X\}^{K(Z\pm S\pm P)}$。{ }表示组合集合。“~”表示等价、时间同构。

（注：上述（5.2）公式矩阵或横向式表示意义不变。）

5、ζ函数与圆对数方程的复零点分布

在数学中我们碰到过许多函数，最常见的是多项式和三角函数。黎曼把它开拓到整个复数平面，成为复变量 s 就包含非常多的信息。正如多项式的情形一样，函数的信息大部分包含在其零点的信息当中，因此，黎曼ζ函数的零点就成为大家关心的头等大事。

有两类零点，一类是 s=-2，-4，…-2n，…时的实零点，称为平凡零点：一类是复零点。黎曼猜想就是讲，这些复零点的实部都是（1/2），也就是所有复零点都在 $\{1/2\}^Z$ 这条直线(后称为临界线)上。从历史上看，求多项式的的零点特别是求代数方程的复根都不是简单的问题。

1914 年哈代首先证明这条临界线上有无穷多点。1981 年有人通过电子计算机对二亿个 ζ(s)=0 的检验成立。1975 年莱文森证明了 $N_O(T)\geqslant 0.3474N(T)$。1980 年中国楼世拓和姚琦证明 $N_O(T)\geqslant 0.35N(T)$。10 年前我们知道有（2/5）在这条复变函数临界线上。本文将证明非正常零点（1/2）是（2.5/5）在这条复变函数临界线上，即无穷零点 100%完全在ζ函数临界线上。

第四章节给出了很大量信息，核心是ζ函数转换为素数连乘（欧拉公式）；素数连乘通过组合集合转换为素数多项式；素数多项式应用相对性原理转换为没有具体素数内容的圆对数方程，得到

有：$\{X\}^{K(Z\pm S\pm p)}=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm p)}\{X_0\}^{K(Z\pm S\pm p)}$；（6.1）

$0\leqslant\prod(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm p)}=\sum(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm p)}\leqslant 1$；（6.2）

有：$(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm p)}=[(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm p\pm 0)}+(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm p\pm 1)}+\cdots$

$+(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm p\pm p)}+\cdots+(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm p\pm q)}]$ （6.3）

其中圆对数因子则是进行算术四则运算：

有：$(\eta^2)^{K(Z\pm S\pm p)}=(\eta^2)^{K(Z\pm S\pm p\pm 0)}+(\eta^2)^{K(Z\pm S\pm p\pm 1)}+\cdots$

$+(\eta^2)^{K(Z\pm S\pm p\pm p)}+\cdots+(\eta^2)^{K(Z\pm S\pm p\pm q)}]$ （6.4）

及：$(\eta)^{K(Z\pm S\pm p)}=(\eta)^{K(Z\pm S\pm p\pm 0)}+(\eta)^{K(Z\pm S\pm p\pm 1)}+\cdots$

$+(\eta)^{K(Z\pm S\pm p\pm p)}+\cdots+(\eta)^{K(Z\pm S\pm p\pm q)}]$ （6.5）

6、ζ函数与圆对数的极限

黎曼ζ函数与圆对数方程极限是解决黎曼猜想的另一个部分，

有：$\prod(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm p)}=\sum(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm p)}$；（7.1）

建立联立方程

$(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm p)}=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm p)}\cdot(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm p)}=\{0,1\}^{K(Z\pm S\pm N\pm p)}$；（7.2）

$(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm p)}=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm p)}+(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm p)}=\{0,1\}^{K(Z\pm S\pm N\pm p)}$；（7.3）

很容易得到黎曼ζ函数与圆对数方程极限

$\prod(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm p)}=\sum(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm p)}=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm p)}=\{0,1/2,1\}^{K(Z\pm S\pm N\pm p)}$；（7.4）

通过给出复零点的实部的非正常零点都是在临界直线上，具有无穷零误差完全性地展开得到实-复函数相对对称的零点 100%都是$\{1/2\}^{K(Z\pm S\pm N\pm p)}$；

即：$\zeta(x)=O(x^{(1/2)+\varepsilon})$中。$(x^{(1/2)}=(1/2)^{K(Z\pm S\pm N\pm p)})$；$(\varepsilon=x^{(\varepsilon)}=1)$；（7.5）

从而解决了黎曼ζ函数或代数方程的实部复零根问题。

本文证明了黎曼ζ函数通过单元圆对数、同构圆对数、互逆圆对数（称三个幺规范不变性），以及圆对

数极限（另有平行/串行）组合，确保其子项内部的分布可以是均匀与非均匀、连续与非连续、对称与非对称、稀疏与非稀疏、封闭与非封闭区域、随机与规则……等等。圆对数这种算法优越性，在于单元性内部子项在 $\{0 与 1\}^{K(Z\pm S\pm p)}$的单元体（物理学称“量子”）展开，保证其所在位置、数据不变，满足函数以及独立性、私密性，满足区块链要求。

7、哥德巴赫猜想猜想

1742 年，哥德巴赫（Goldbach Problem）提出“任意二个足够大的素数之和为偶数”的猜想。

欧拉对哥德巴赫猜想描述为

（1）、每一个偶数（n≥6）都能够表成二个素数之和（$n=p_1+p_2$）；

（2）、每一个奇数（n≥9）都能够表成三个素数之和（$n=p_1+p_2+p_3$）；

20 世纪 20 年代，哈代（Hardy）与李特尔伍德（Littiewood）创造“圆法”，把方程（$n=p_1+p_2+p_3$）用积分区间（0~1）得到充分大奇数都是三个素数之和。

1937 年，维诺拉多夫改造传统圆法，证明每个充分大奇数（n≥9）都是三个素数之和。这个“充分大”到底有多大，波罗莎特金（Borozdin）计算为 3^{315}，后改进为 $e^{e16.038}$。2012~2013 年法国的洽洛德 • 贺欧夫降至 10^{30}.

2012 年 UCLA 的陶哲轩（T.Tao）首次不借助 GRH 完全证明：每一个奇数（n≥9）都能够表成五个素数之和（$n=p_1+p_2+p_3+p_4+p_5$）；

1919 年，布伦改造了“筛法”，证明“每一个偶数都是二个素数因子个数不超过 9 个的整数之和”。简记为“9+9”。布伦方法可以类似定义（a+b），通过不断降低(a,b)的大小，等到降低到 1+1，也就证明了哥德巴赫猜想。有了布伦的方法，哥德巴赫猜想的结果，成井喷式进展。

1924 年，拉代马海证明“7+7”；以后有“6+6”、“5+5”、“4+4”……。

1955 年，在华罗庚帮助下，王元证明“1+3”、之前有潘承桐证明“1+5 、1+4”，

1967 年，陈景润改进筛法，证明“1+2”，“大偶数表为 1 个素数及一个不超过 2 个素数之和”。

迄今至，对哥德巴赫猜想的研究并未用到黎曼猜想，而是清一色的是广义黎曼猜想来估计。本文在这里是采用证明黎曼猜想的非正常零点。率先应用ζ函数 的非正常零点证明：

（1）、任意多的素数建立的素数多项式，进一步得到素数函数可以归一化为一个素数，使得无穷素数每一个素数都可以有相同个数的零点（含非正常零点）。

（2）、证明素数函数的互逆性，以及素数可以最少由 2 个（偶数）及 3 个（奇数）素数因子组成。

（3）、由素数多项式建立没有具体素数内容的抽象圆，解决“1 的大 O”问题。ζ函数在圆对数的[0~1]之间(即无穷素数在 0 与 1 之间的分布与取值)。

（4）、通过 $\prod(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm p)}=\sum(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm p)}$，表示了不论素数同余数是偶性数或奇性数同样都可以转换为偶性圆对数或奇性圆对数。

哥德巴赫猜想是讲“二个素数相加”。一般条件下二个足够大的素数是不会相等的，以二个素数（a±b）或{x±D}表示，作为(a≠b)或$[\{x_0\neq D_0\}]^{K(Z\pm S)}$不平衡，提取$(1-\eta^2)^Z$后转换为相对平衡，

得： $\{x_0=D_0\}^{K(Z\pm S\pm N\pm p)}$； （8.1）

有： $\{x\pm D\}^{K(Z\pm S\pm N)}= Ax^{K(Z\pm S\pm N\pm 0)}+ Bx^{K(Z\pm S\pm N\pm 1)}+\cdots$

$+Px^{K(Z\pm S\pm N\pm p)}+\cdots+Qx^{K(Z\pm S\pm N\pm q)} \pm D$

$= C_{(S\pm 0)}x^{K(Z\pm S\pm N+0)}D_0^{K(Z\pm S\pm N+0)}+ C_{(S\pm 1)}x^{K(Z\pm S\pm N+0)}D_0^{K(Z\pm S\pm N+1)}+\cdots$

$+ C_{(S\pm p)}x^{K(Z\pm S\pm N-p)}D_0^{K(Z\pm S\pm N+p)}+\cdots+ C_{(S\pm q)}x^{K(Z\pm S\pm N-q)}D_0^{K(Z\pm S\pm N+q)} \pm D$

$=(1-\eta^2)^Z\{x_0\pm D_0)^{K(Z\pm S\pm N)}$

$= (1-\eta^2)^Z\{0,2\}^{K(Z\pm S)}\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N)}$； （8.2）

得到：同构圆对数与互逆圆对数的奇偶性

有偶性函数： $\{x\pm D)^{K(Z\pm S\pm N)}=(1-\eta^2)^Z\{0\}^{K(Z\pm S)}\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N)}$；

满足： $(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm p)}=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S-p)}+(1-\eta^2)^{K(Z\pm S+p)}$； （8.3）

有奇性函数： $\{x\pm D)^{K(Z\pm S\pm N)}= (1-\eta^2)^Z\{2\}^{K(Z\pm S)}\{D_0\}^{K(Z\pm S\pm N)}$；

$(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm p)}= (1-\eta^2)^{K(Z\pm S-p)}+(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm 0)}+(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm p)}$； （8.4）

满足： $(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm 0)}=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S-p)}+(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm p)}$； （8.5）

其中： $(\eta^2)^{K(Z\pm S\pm p)}$ 表示圆（平面、曲面）的拓扑、概率展开。$(\eta)^{K(Z\pm S\pm p)}$ 表示线（轴线、曲线）的拓扑、概率展开。

在公式（9.2）中，由 2 个素数组成的（a+b）中，$a=\{x\}^{K(Z\pm S\pm N+p)}$;$b=\{D\}^{K(Z\pm S\pm N+p)}$，证明了任意每个素数

(a，b)都可以有 1 个到无穷的素数因子之和，

有：小零点平衡：（a-b）= $\{x\text{-}D\}^{K\,(Z\pm S)}=(1-\eta^2)^Z\{0\}^{K\,(Z\pm S)}\{D_0\}^{K\,(Z\pm S\pm N)}$； （8.6）

大零点平衡：（a+b）= $\{x+D\}^{K\,(Z\pm S)}=(1-\eta^2)^Z\{2\}^{K\,(Z\pm S)}\{D_0\}^{K\,(Z\pm S\pm N)}$； （8.7）

公式（8.1）~（8.7）反映了圆对数理论可以应用于

（1）、任意一个素数可以由无穷素数因子组成，最后的同余数都可以归纳为 2 个与 3 个素数因子。

（2）、实现证明哥德巴赫猜想：任意无穷大的二个素数之和都可以表为无穷偶数。

8、结束语

本文给出了大量信息，发现了素数连乘可以是倒数平均值与正数平均值的互逆性组合，建立圆对数理论。在没有假设前提下实现圆对数理论证明黎曼猜想。

（1）、任意素数（含素数因子）都可以归一化为同幂维次内的一个素数（或整数）。即“二数 S 次方之和（S≥2）的 S 次方可以整数解”（素数、整数）。（另见 2019 ICCM 会议汪弘轩和汪一平论文《基于圆对数证明费马-怀尔斯定理不成立》）。

（2）、无穷素数函数$(1-\eta^2)^{K\,(Z\pm S\pm N)}$极限及$(1-\eta_H{}^2)^{K\,(Z\pm S\pm N)}$素数分布在[0,1] 边界 $^{K\,(Z\pm S\pm N)}$ 内取值，及无穷非正常零点$\{1/2\}^{K\,(Z\pm S\pm N)}$都在完全性的临界线上。

ζ 函数通过圆对数理论的单元性、同构性、互逆性三个幺规范不变性，自认为成功地实现$(1-\eta_H{}^2)^{K\,(Z\pm S\pm N\pm p)}=1$的“1 的大 O”（即在[0 与 1]之间素数分布问题和$(1-\eta^2)^{K\,(Z\pm S\pm N\pm p)}$极限为$\{1/2\}^{K\,(Z\pm S\pm N\pm p)}$，即 ζ 函数(含微积分)的所有非平凡零点的实部都是{1/2} 。其中的孪生素数猜想和哥德巴赫猜想：均包容在黎曼猜想的非平凡零点：$\{1/2\}^{K\,(Z\pm S\pm N\pm p)}=\{0,1/2,1\}^{(Z\pm S\pm N\pm p)}$。(K=+1,0,-1)；

统一写成：

$W=(1-\eta^2)^{K\,(Z\pm S\pm N)}\cdot W_0$； （9.1）

$$(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm N)}=(1-\eta^2)^{K(Z\pm S\pm p)}\cdot(1-\eta_H{}^2)^{K(Z\pm S\pm p)}$$
$$=\begin{vmatrix} (1-\eta_1{}^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm 0)} & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (1-\eta_2{}^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm 1)} & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \{\cdots\cdots\} \\ 0 & 0 & \cdots & (1-\eta_p{}^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm p)} & \cdots & 0 & \cdots\ 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & (1-\eta_q{}^2)^{K(Z\pm S\pm N\pm q)} \end{vmatrix} \quad (9.2)$$

$0\leqslant(1-\eta^2)^{K\,(Z\pm S\pm p)}\leqslant 1$； （9.3）

式中：W,W_0，以及$\{X_0\}^{K\,(Z\pm S\text{-}p)},\{D_0\}^{K\,(Z\pm S+p)}$，表示任意无穷的未知、已知的无限素数中任意有限维次素数代数簇和平均值。

圆对数改革了传统对数、微积分，逻辑代数改造为算术四则运算。这样，ζ 函数在数论应用中（不存在“误差分析”项）可以实现零误差的“没有具体元素内容的四则运算”。作为一种数学算法可以延伸到多学科领域（代数、几何、数值、生命科学、机器学习，以及拓扑、概率、混沌）的科学理论及工程推广应用。

特别是本文在实践中，采用圆对数理论已经破解了一大批世界性数学难题。无悬念地表明圆对数具有强大的计算生命力和神奇的效果。实现数学“大道至简”，有望进行数学的大统一。

最后，作者衷心地感谢浙江衢州市老科协十多年来长期帮助和鼓励，提供博客平台 LKX0570 展示；北京相对论研究联谊会的关注和支持；中国管理科学研究院的支持；美国《格物》(MATTER REGULARITY)刊登 5 篇论文; 美国《数学与统计科学学报》（JMSS）(2018 年 1/2/4/9/10/11) 刊登 6 篇论文；还得到 2016 年 ICCM 会议，2017 年 ICCM 会议，2018 年第 34 届世界计算力学大会的支持安排发言。感谢约翰·德比希尔、卢昌海等许多署名的与不署名的作者、网友、新浪等网站提供有益的资料、关注和支持。（完）

作者简介：汪一平 浙江海宁人 男 1961 年浙江大学本科毕业 浙江省衢州市老科协会员 中国·钱江数学与动力工程研究所 资深研究员 高级工程师 从事基础数学与动力工程研究。创建性提出

圆对数理论（有称相对论构造 超对称单元矩阵），广泛应用于基础数学，各类工程。国内外发表论文有《黎曼函数与相对论构造》《P-NP 完全问题与圆对数》《基于圆对数证伪费马-怀尔斯定理》等 16 篇，获中国发明专利《双向涡叶内冷负压航空发动机》《双向涡叶内冷负压内燃机》等 6 项。

参考文献:

1 [美] M •克莱因著 邓东皋等译《古今数学思想》(第三册)p353 上海科学技术出版社 2014 年 8 月。

2 徐利治 《数学方法论选讲》 p101 p47 华中工学院出版社 1983 年 4 月一版。

3 严加安 《路径积分》,《21 世纪 100 个科学难题》p793-798 吉林人民出版社 2000 年 1 月三版。

4 约翰・德比希尔 陈为蓬译《素数之恋——黎曼和数学中最大的未解之迷》上海科技教育出版社 2008 年 12 月出版。

5 卢昌海 《黎曼猜想漫淡》清华大学出版社 2012 年 12 月。

6 [美] M・Livio 著 黄征译《数学沉思录》北京人民邮电出版社 2011 年 9 月出版。

7 汪一平《圆对数，一种新的计算方法》[美]《格物》 2014/4 p11-29 2014 年 8 月出版。

8 汪一平《NP-P 与相对论构造》[美]《数学与统计科学学报》（(JCCM) 2018/9 p1-14 2018 年 9 月出版。

9 汪一平《黎曼函数与相对论构造》[美]《数学与统计科学学报》(JCCM)2018/1 p55-67 2018 年 1 月出版。

10 汪一平《NS 方程与相对论构造》[美]《数学与统计科学学报》(JCCM)2018/5 p55-67 2018 年 5 月出版。

11 Baidu. http://www.baidu.com. 2019.

12 Journal of American Science. http://www.jofamericanscience.org. 2019.

13 Ma H. The Nature of Time and Space. Nature and science 2003;1(1):1-11. doi:10.7537/marsnsj010103.01. http://www.sciencepub.net/nature/0101/01-ma.pdf.

14 Nature and Science. http://www.sciencepub.net/nature. 2019.

15 Wikipedia. The free encyclopedia. http://en.wikipedia.org. 2019.

5/4/2019