

经典物理学的几个问题之一 - 伽利略相对性原理

李学生 (Li Xuesheng)

山东大学副教授, 理论物理教师, 中国管理科学院学术委员会特约研究员, 北京相对论研究联谊会会员, 中国民主同盟盟员 (作者为中国科学院高能物理所研究员)

xiandaiwulixue@21cn.com, 1922538071@qq.com

Abstract: 划分物理学和力学的界限也就把场方程和运动方程加以区分。或许正如前面所指出的那样, 既然忽略了离散存在质点和场的相互作用, 所以场方程和运动方程都是线性的。在用抽象的理论认证某个质点的时候在力学上就把这个质点看成是一种纯属被动的实体, 而力也就施加在它上面, 同时又和这个质点本身无关, 这也正是解决力学问题的前提。在场论中力场被相应地看成所谓被动的一面, 看成是不依赖于场的粒子 (即场源) 的函数。根据力来确定运动, 根据力与坐标的关系确定力是牛顿在《自然哲学的数学原理》中所提出的两个问题。在解决第一个问题时, 牛顿依据的是他所阐明的运动公理。同时在《原理》中还解决了另一个问题, 确定了把力 (引力) 和坐标联系起来的函数的形式。如所周知, 这是古典物理学的出发点。以后物理学的其他部门就是按牛顿的引力场的式样构成的。在物理学发展的影响下, 当力学把标量也包括到自己的基本概念之中的时候, 已知力和初始条件就能决定质点位置的牛顿运动方程将要被另一种方程所取代。

[李学生. 经典物理学的几个问题之一 - 伽利略相对性原理. *Academ Arena* 2017;9(16s): 244-247]. (ISSN 1553-992X). <http://www.sciencepub.net/academia>. 15. doi:[10.7537/marsaaj0916s1715](https://doi.org/10.7537/marsaaj0916s1715).

Key words: Finance, community, project, development, government, Nigeria

相对运动概念在应用到自由度很大甚至无限大的系统时就会受到限制。可是只要我们回到那种不可分割的, 整体连续的表象, 只要我们放弃单个物体位置和运动的参数变化以及为些所必备的坐标系, 那么绝对运动和相对运动的对立就被撤消了。对某一宏观体积中质点的热运动来说, 相对性的概念就没有什么用途。不过当我们规定系统的自由度不太大, 并且可以不间断地记录每一质点的位置和速度, 那么相对性的概念还可以保持下来。这样, 要是可以把宇宙气体 (不去研究里面个别质点的位置和速度) 同连续介质组成一体的话, 牛顿的绝对空间或许就获得唯理论的意义。当绝对空间具有洛仑兹那种全部充满空间以太的特征的时候, 绝对空间也同样会获得唯理论的意义。(尽管已为后来的一系列实验所驳倒)

在物理学中, 力学的终极概念得到了因果解释。对物理学来说, 力的概念 (力场的概念) 是个必须加以分析的概念。物理学确定了力的数值, 在个别情况下, 当质点无摩擦地运动时 (即摩擦力可以忽略时) 力可以是坐标的函数。这种函数的形式应由引力论、弹性理论、电动力学理论中对引力、弹性力、电力、磁力的研究给出, 并且这种研究与力学不同, 完全按另一种方式进行, 这些力已不再是终极概念, 恰恰相反, 现代科学的任务正是要用物理的或数学的方法把它们从另外的量推演出来。

划分物理学和力学的界限也就把场方程和运动方程加以区分。或许正如前面所指出的那样, 既然忽略了离散存在质点和场的相互作用, 所以场方程和运动方程都是线性的。在用抽象的理论认证某个质点的时候在力学上就把这个质点看成是一种纯属被动的实体, 而力也就施加在它上面, 同时又和这个质点本身无关, 这也正是解决力学问题的前提。在场论中力场被相应地看成所谓被动的一面, 看成是不依赖于场的粒子 (即场源) 的函数。根据力来确定运动, 根据力与坐标的关系确定力是牛顿在《自然哲学的数学原理》中所提出的两个问题。在解决第一个问题时, 牛顿依据的是他所阐明的运动公理。同时在《原理》中还解决了另一个问题, 确定了把力 (引力) 和坐标联系起来的函数的形式。如所周知, 这是古典物理学的出发点。以后物理学的其他部门就是按牛顿的引力场的式样构成的。

在物理学发展的影响下, 当力学把标量也包括到自己的基本概念之中的时候, 已知力和初始条件就能决定质点位置的牛顿运动方程将要被另一种方程所取代。

就科学思维能力和风格的影响来说只有极少数的科学发现可以同广义坐标方法相提并论。把空间中质点的位置, 即古典力学的原始的形象和被当成是多维“空间”的点的系统的位形相对应, 从几何的观点来说这是在拉格朗日把四维时空引入科学之后所采取的下一个步骤。当达朗贝尔在《百科全书》【4】的度量一文中写到他的一些“机敏的熟人”把时间看成是第四维时候, 他可能就是拉格朗日和其他一些人。但是, 把第四维的概念引入科学还是当拉格朗日在《分析力学》中用四维解析几何的形式阐明古典力学原理

之后。也正是由于《分析力学》才把 n 维空间的观念引入到科学之中。多维空间的理论由于柯西 (Couchy)、凯尔【5】、普留凯尔 (Pluker)【6】、黎曼 (Reimmsnn)，特别是格拉斯曼 (Grassmaum)【7】之在《广延性的理论》【1】(1844) 中的努力在形式化方面得到了很大发展。这一发展以新的、有力的研究方法丰富了数学的内容，使变革几何学的原理成为可能，同时为相对论，量子力学准备了富有成效的多维几何学的解释。

推动这一发展的首要因素就是拉格朗日把力学系统的状态看成是多维空间的点这一天才的设想和促使数学家继续建立形式化理论的观念，然而，此时不能把物理思想的概念和形式化的理论体系的概念单纯地加以对应。从历史上来说，这种单纯地与形式化的理论体系的概念相对应既是十八世纪后半期和十九世纪前半期形式化理论体系物理学从力学和力学概念的发展中获得解放的重要前题，有时也是重要的方面，而力学概念的发展也刺激了这种解放。

拉格朗日研究了由 n 个质点构成的系统。这些质点的位置用 n 个因子来描述，每因子又由三个数组成，则位置即被 $3n$ 个坐标 $x_1y_1z_1, x_2y_2z_2, \dots, x_ny_nz_n$ 来描述。如果通过具有相应下标的 q_1, q_2, \dots, q_n 表示上述每个坐标，那么系统的位形就可以用具有 $3n$ 个坐标 q 的点来代表，或者说用具有 $3n$ 个分量的矢量 q 来代表。这样，系统从一个位置到另一个位置的变化就可以表示为 q 点的位移，或表示为具有分量 dq_1, dq_2, \dots, dq_n 的 $3n$ 维矢量 dq 。假若系统在三维空间中运动，它的位置的变化可以用 $3n$ 维的轨迹来代表，而 $3n$ 维轨迹则是 q 点位移的结果。

在拉格朗日的力学中，广义坐标不仅可以是质点系的笛卡尔坐标。而且也可以是描绘该系统位形的任何一种参数。对一个受到引力或弹性力作用的质点系统来说，每一时刻作用在系统中各点上的力（因而也就是加速度）由广义坐标所决定。物体的速度不影响加速度，并且当已知系统位形时，速度有可能取不同的值。如果速度可以取不同的数值，那么，即使已知加速度（即力），下一时刻系统的位形也是不确定的。所以为确定系统在未来每一时刻的行为不仅必须给出已知时刻的坐标，而且还要给出速度。有这两种量就可以详尽无遗地描述出系统的状态。

状态的概念是同古典物理学的基本前提紧密相关的，这一点要引起注意。当我们从原始的、直接给出的、不可分割的混乱的图景中区分出个别的物体和运动的时候，我们是把在空间中改变自己位置的物体的一系列自身同一的状态认为是某种过程，这是力学最原始的表象。力学之原始形象则是坐标随时间改变的自身同一的物体。坐标的变化并不能为怀疑运动客体与自身同一提供任何根据。我们完全可以“识别出”在每一个相继时刻的物体。这一力学的基本前提（运动客体的自身同一性）是以坐标的连续变化加以保证的。倘若原则上能够把物体在一个位置和另一位置的间隔上的每一个点都记录下来，那么就可以断言出现在我们面前的是同一个物体。物理客体这种个体性（在上述情况下运动客体的个体性）是由每一个接续的状态同已知状态的单值的依存关系所保证的，也就是说可以由以下这种可能性所保证；即知道物体在某一时刻的状态就可以预见每一个相继时刻的状态（同样是原则上的）。这样，所谓状态这一概念标志若干物理量的综合，而这种综合以单值的形式同每一个相继时刻的，每一个相似的综合联系在一起。根据这种状态的连续性和单值的依存关系就可推出运动的微分方程。当已知初始条件时借助此方程就能绝对准确地预言物体以后的全部运动。在把这种关系运用于物体系统时，拉格朗日就把力学系统的个体性和自身同一性这些具有质的特征的概念，翻译成分析的语言，而这些概念则是由它们和状态之单值的连继的依存关系所保证。引入广义坐标和广义速度（公式）后运动微分方程表现出古典机械论的决定论的观念。

现在我们讨论一下为描述或者说为预见系统后继状态所必须的广义坐标（和广义速度）的数目问题。假若系统由一个质点构成，此时广义坐标和普通坐标一致，即广义坐标数 f 等于 3。若系统有两个质点，那么需要 6 个广义坐标， $f=6$ ，即第一个质点要三个普通坐标，第二质点也是三个。若这两个质点彼此是以不变的距离相联系（即有一个约束条件）这时有 5 个广义坐标就足够了。数 f 总等于系统自由度。每个质点在三维空间要三个数， n 个质点的自由度是 $3n$ 减去 K 个约束条件 $f=3n-K$ 。给出与广义坐标数目相同的广义速度，不仅可以确定位置，也可以确定系统状态。

借助于广义坐标对任何计算系统都能够求得运动方程。拉格朗日在引入了函数 $L(q\dot{q}t)$ （等于封闭系统的动能和势能之差）之后，得到了运动方程。后来赫姆霍茨称这个函数为动势。用动势（拉格朗日函数）把运动方程改写为下形式：

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$$

所论系统有多少个自由度 ($f=3n-K$)，就有多少个拉格朗日方程。

在引入广义坐标 q_i 和广义速度 \dot{q}_i 之后，下一步就是引入广义动量 p_i ，它是拉格朗日函数 L 对广义速度

度 \dot{q}_i 的一阶导数。

$$p_1 = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1}, \quad p_2 = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2}, \quad \text{等等, } p_i \text{ 被叫作广义动量}$$

是因为在笛卡尔坐标系中 ($q_1=x, q_2=y, q_3=z$) 它与动量在三个坐标轴上的投影一致。然而它被称之为广义动量这是因为例如在极坐标中 $q_1=\rho, q_2=\phi$ ， p_1 具有动量的量纲，而 p_2 具有动量矩的量纲。

借助于广义动量可以得到替代 f 个拉格朗日方程 (二阶) 的 $2f$ 个一阶方程。如果用哈密顿函数 $H=T+U$ 代替拉格朗日函数，这些方程就可以采取极为简单的对称形式。

拉格朗日方程和哈密顿方程在物理学中特别是在电动力学中获得广泛地应用。可是从历史的观点上来看，物理学在此情况下从力学中所得到的东西正是它向力学所提供的东西。当非力学的参量能够以坐标的身份出现时，这种被推广后的运动方程的形式就成为物理学发展的历史成果了。

物理学的影响使力学的基本原理相对性原理改变了形式。我们先来看看牛顿运动方程。在它里面作为纯力学量出现的是质点的空间坐标。质点相对于某个坐标系运动，并且在坐标变换时，即从一个惯性系过渡到另一个惯性系时，运动方程是协变的。下面再看具有广义坐标的拉格朗日方程。它可以描述其他非力学的过程。当坐标变换时拉格朗日方程是否还保持协变性呢？麦克斯韦的电动力学和以后的 Einstein 相对论指出：如果所论系统是匀速直线运动，则方程是协变的。这样一来，相对性原理就推广到非力学的过程，并且使古典物理这获得了最终的形式。当然古典物理学为此是要付出代价的，这就是说要放弃不变的空间距离和时间间隔，而代之以不变的四维间隔。此时相对性原理仍旧是统一宏观物理学和力学的普遍原理。从这种意义上说相对论是世界之古典图景的总结。不过这种情况下，力学规律是否还能保持原来那种基本的，作为出发点的，最普遍规律的地位吗？虽然一方面不能把物理学归结为力学规律然而另一方面物理学原理又无法同力学规律分割开来。

当谈到区分力学和物理学，谈到物理学不能归结为力学的特性，总而言之，说到它们之间的相互关系的时候，必须考虑到“力学”的概念和“力学的”概念本身在历史上的变化。这两个词的含意是在变化着的，并且随着物理思想的改变而改变。力学发展的每一个历史阶段都是以被物理思想所决定的终极概念区别于另一个历史阶段。而这种物理思想总要直接影响到力学的特性。笛卡尔力学的物理前提是空间和物质的同一。牛顿力学的物理前提是作用于自然界所有物体的引力概念。骤然看来在拉格朗日和哈密顿力学中，似乎缺乏物理前提，力学只具有四维解析几何的形式化的性质，但是这只是意味着从物理上解释方程时，它里面的量可以和被守恒定律所联系的不同的物理量相对应。狭义相对论的力学是同新的物理前提电动力学的概念和规律联系在一起的。

这样，当我们谈论把这样或那样的物理学原理能够归结或不能够归结为力学的时候，不仅应该考虑到在物理学中力学概念这样或那样的作用，还要考虑到物理学概念对力学的影响。单纯地把“非力学的物理”和“力学的物理”加以对比就会忽视了那种相互作用。实际上物理学同力学间的联系是很曲折的，必须以这种态度来研究相对论物理之力学的和非力学特性的问题。

是否可以把这些概念在历史的所有的变更都归拢在一起进而从整体上对“力学”和物理学的“力学的”特性加以讨论呢？我们要把这个问题放在同其他问题的联系中加以考察，这就是说最好把全部历史的变更都归拢在一起来讨论相对性原理，或者说讨论适用于伽利略牛顿的古典原理和 Einstein 的狭义，广义相对论的，普遍的相对性概念。伽利略牛顿原理适用于缓慢的惯性运动；狭义相对论适用于可以和电磁振荡传播的速度相比拟的惯性运动；广义相对论适用在引力场中质点或质点系的加速运动。上述情况都是指坐标以这样或那样的方式随时间而变化；都是指某种被个体化的，在每一时刻定域于空间中的物理客体，而此客体在保持自身不变的同时从空间的一个点转移到另一个点。换言之，这里所研究的正是自身同一客体的一个个相继的处所。这个客体能够以任意速度 (古典的相对性原理) 或以被某个恒定的 (狭义相对论) 或以引力场所决定的 (时空弯曲、广义相对论) 的速度通过这些处所。无论取那一种观念只要指明自身同一客体相对它作运动的那个物体，则自身同一客体运动的概念就是有意义的。这些参考物和相应的坐标空间都是平等的，即从一个坐标空间过渡到另一个坐标空间时，某些量要保持不变 (相应的变换不变量)，也就是说这种过渡并不表现在运动着的系统内部的物理过程的进程之中。这个论题 (即能否提所谓位置、速度、加速度的相对性) 能够用到哪种坐标变换上面还应当由实验指出，把现已知晓的相对性理论都归拢起来这才是相对性原理的意义所在。

现在我们着手总结力学的概念了。在笛卡尔的力学中，所谓物体的运动是指从物理学上区别于周围的物体运动。当笛卡尔把物体对与其相接触的空间的运动归咎为空间，他这种做法则是力求把物体从环绕它的空间划分出来，又要把二者视为同一。牛顿认为运动的物体有不变的惯性质量，因此他能够不考虑物体的长、宽、高而把物体看成是质点具有一定质量的，不计尺寸大小的粒子。拉格朗日和哈密顿方程可以描述很复杂的客体的运动，它的自身同一性和个体性是以复杂的解析表示的不变性所保证。在相对论力学中所表现的是视为同一质点的属性的极为复杂的关系。但是所有情况，无论是具有静止质量的粒子还是用能量作为视为同一根据的光子，在较为广阔的普遍的意义上来力学所研究的还是粒子和系统的相对运动。从这种意义说，每一个相对论的坐标表象其意义就是“力学的”表象。

在研究相对论原理之具体的可以互相替代相互补充的变更和力学的具体形式的时候，我们就能对 Einstein 相对论是所谓“力学论”还是“物理论”的问题作出回答了。这个理论是力学的理论；然而这里所谓的力学就是物理概念本身长时间影响的结果。它所研究的决非具体的，狭隘意义的机械运动，而是无比复杂的物理客体的运动。

参考文献：

- 【1】Ф. Клейн Лекции о развитии математики в XIX столетии М-Л, 1937, стр. 209—221.
- 【4】[法]Encyclopedie ou dictionnaire raisonne, t. IV. p. 1010. Paris, 1754[e上有撇].
- 【5】Кель (身世不详)。
- 【6】Plucker 1801—1878 德国数学家、物理学家。
- 【7】Grassmann 1809—1877 德国数学家。

5/6/2017