30. 对称性与守恒律

李学生 (Li Xuesheng)

山东大学副教授，理论物理教师, 中国管理科学院学术委员会特约研究员, 北京相对论研究联谊会会员，中国民主同盟盟员（作者为中国科学院高能物理所研究员）
xiandaiwulixue@21cn.com, 1922538071@qq.com

摘要 (Abstract): 物理学是科学的基本学科。本文章分析探讨了现代物理学的重要问题，**对称性与守恒律**, 供参考。

[李学生 (Li Xuesheng). 30**. 对称性与守恒律.** *Academ Arena* 2017;9(15s): 128-130]. (ISSN 1553-992X). http://www.sciencepub.net/academia. 30. doi:10.7537/marsaaj0915s1730.

关键词 (Keywords): 质点；电荷；引力；电力；空间；方程；量子力学；**对称性；守恒律**

赵凯华讲到："因为在自然科学中物理学最直接触及自然界的基本规律，物理学家对事物是最好穷本极源的．他们在研究的过程中不断地思考着，凡事总喜欢问个'为什么'" [1]．"理论物理学家不能仅仅埋首于公式的推演，应该询问其物理实质，从中构想出鲜明的物理图案来；实验物理学家不应满足于现象和数据的记录，或某种先进的指标，而要追究其中的物理机理" [1]． 笛卡尔讲："要想获得真理和知识，惟有两件武器，那就是清晰的直觉和严格的演绎．"

对称性是自然界最普遍、最重要的特性．近代科学表明，自然界的所有重要的规律均与某种对称性有关，甚至所有自然界中的相互作用，都具有某种特殊的对称性——所谓"规范对称性"．实际上，对称性的研究日趋深入，已越来越广泛的应用到物理学的各个分支：量子论、高能物理、相对论、原子分子物理、晶体物理、原子核物理，以及化学（分子轨道理论、配位场理论等）、生物（DNA 的构型对称性等）和工程技术．何谓对称性？按照英国《韦氏国际辞典》中的定义："对称性乃是分界线或中央平面两侧各部分在大小、形状和相对位置的对应性"．这里讲的是人们观察客观事物形体上的最直观特征而形成的认识，也就是所谓的几何对称性．

关于对称性和守恒定律的研究一直是物理学中的一个重要领域，对称性与守恒定律的本质和它们之间的关系一直是人们研究的重要内容．在经典力学中，从牛顿方程出发，在一定条件下可以导出力学量的守恒定律，粗看起来，守恒定律似乎是运动方程的结果．但从本质上来看，守恒定律比运动方程更为基本，因为它表述了自然界的一些普遍法则，支配着自然界的所有过程，制约着不同领域的运动方程．物理学关于对称性探索的一个重要进展是诺特定理的建立，定理指出，如果运动定律在某一变换下具有不变性，必相应地存在一条守恒定律．简言之，物理定律的一种对称性，对应地存在一条守恒定律．经典物理范围内的对称性和守恒定律相联系的诺特定理后来经过推广，在量子力学范围内也成立．在量子力学和粒子物理学中，又引入了一些新的内部自由度，认识了一些新的抽象空间的对称性以及与之相应的守恒定律，这就给解决复杂的微观问题带来好处，尤其现在根据量子体系对称性用群论的方法处理问题，更显优越．

在物理学中，尤其是在理论物理学中，我们所说的对称性指的是体系的拉格朗日量或者哈密顿量在某种变换下的不变性．这些变换一般可分为连续变换、分立变换和对于内禀参量的变换．每一种变换下的不变性，都对应一种守恒律，意味着存在某种不可观测量．

根据诺特定理，每一种对称性对应一个守恒定律，时间平移对称性和能量守恒——时间平移对称性要求物理定律不随时间变化，即昨天、今天和明天的物理定律都应该是相同的．力学相对性原理告诉我们，我们在一个匀速运动的封闭系统内做任何力学实验都不能得出参照系在运动．

从现代物理学的高度来审视．对称性和守恒律是基本的自然法则．在经典力学中，牛顿运动三定律只适用于宏观物体，而动量、角动量、能量三大守恒定律对宏观物体和微观领域都是普遍成立的．自然界广泛存在的对称性在物理学中处于十分基本的地位．上述三大守恒定律又比牛顿运动定律具有更普遍更深刻的根基．人们在长期的科学探索中发现，自然界的各种对称性与守恒律之间具有相辅相存的密切联系．例如，下列每一种对称性(即变换不变性)都对应着一个守恒定律：

空间平移不变性 $\Leftrightarrow$ 动量守恒定律

空间转动不变性 $\Leftrightarrow$ 角动量守恒定律

时间平移不变性 $\Leftrightarrow$ 能量守恒定律

空间反演不变性$\Leftrightarrow$宇称守恒定律

整体规范不变性$\Leftrightarrow$电荷守恒定律

下面我们从保守力系的机械能出发，来讨论守恒律与对称操作的关系．

1．机械能对空间坐标平移的对称性与动量守恒

系统机械能函数对空间坐标平移的对称性，将导致系统的动量守恒．我们讨论两个质点组成的质点系，且各质点只受保守力作用而运动，两质点的动量分别为p_1和p_2，相应的位矢为$\vec{r}_1(x_1,y_1,z_1)$和$\vec{r}_2(x_2,y_2,z_2)$，现令坐标平移δr，相当与整个系统沿相反方向平移了，δr这样质点的位矢变成了$\vec{r}_1+\delta r$和$\vec{r}_2+\delta r$．对机械能而言，包含了动能和势能，动能是速度的函数，显然不因坐标的平移而改变，因此机械能对平移操作的不变性即体现在体系的势能下不因空间坐标的平移而发生改变．即可得

$$\delta E_P = \partial E_P/\partial x_1\,\delta x + \partial E_P/\partial x_2\,\delta x + \partial E_p/\partial y_1\,\delta y + \partial E_p/\partial y_2\,\delta y + \partial E_p/\partial z_1\,\delta z + \partial E_p/\partial z_2\,\delta z =$$
$$(\partial E_P/\partial x_1 + \partial E_p/\partial x_2)\delta x + \left(\partial E_p/\partial y_1 + \partial E_P/\partial y_2\right)\delta y + \left(\partial E_p/\partial z_1 + \partial E_p/\partial z_2\right) = 0$$

此处用变分δ而不用微分d，是因为δE_P完全来自坐标平移，而不是系统的真实运动，因而δr可取任意值，且$\delta r \neq 0$，有因为x，y，z互相独立，故要满足上式即可得

$$\left(\partial E_P/\partial x_1 + \partial E_P/\partial x_2\right) = 0;\left(\partial E_P/\partial y_1 + \partial E_p/\partial y_2\right) = 0;\left(\partial E_p/\partial z_1 + \partial E_p/\partial z_2\right) = 0.$$

从保守力和势函数的关系不难得出：

$$\partial E_P/\partial x_1 = -F_{12X},\ \partial E_p/\partial x_2 = -F_{21Y};\ \partial E_p/\partial y_1 = -F_{12Y},\ \partial E_P/\partial y_2 = -F_{21Y};$$
$$\partial E_P/\partial z_1 = -F_{12Z},\ \partial E_P/\partial z_2 = -F_{21x}$$

所以可得：

$$F_{12X} + F_{21X} = 0; F_{12Y} + F_{21Y} = 0; F_{12Z} + F_{21Z} = 0$$

从动量定理可得：

$$d(p_{1x} + p_{2x})/dt = 0;\ d(p_{1y} + p_{2y})/dt = 0;\ d(p_{1z} + p_{2z})/dt = 0,$$

$$p_{1x} + p_{2x} = C_1$$
$$p_{1y} + p_{2y} = C_2$$

即 $p_{1z} + p_{2z} = C_3$

因而$p_1 + p_2 = C$

这正是动量守恒定律的表达式，于是我们从机械能对空间坐标平移操作的对称性导出了动量守恒定律．

2．机械能对空间坐标系转动的对称性与角动量守恒

上述质点组的总机械能函数对空间坐标系旋动的对称性（即是空间各向同性），将导致角动量守恒．令质点 1 位于坐标原点且保持静止，质点 2 的质量为 m，位于运动状态且不受其他力作用．现对空间坐标系实施一无穷小角位移$-\delta\theta$，实质上相当于系统沿相反方向转过无穷小角位移$\delta\theta$（无穷小角位移为矢量）．显然质点 2 的位置矢量 r 与速度矢量 v 均转过$\delta\theta$，由此可得其相应的增量$\delta r = \delta\theta \times r, \delta v = \delta\theta \times v,$机械能对坐标实施旋转操作的不变性意味着下式成立，即$\delta E = \delta\left(mv^2/2\right) + \delta E_P = mv\delta v + \delta E_p = mv(\delta\theta \times v) + \delta E_P = 0.$

对第一项$\delta E_K = mv(\delta\theta \times v) = m\delta\theta(v \times v) = 0$，因而要求第二项$\delta E_P = 0$，即坐标系旋转而势能不变，这表明质点 m 一定受到有心力的作用，势能仅为位矢 r 的函数，即$E_P = E_P(r)$式．这样，便从机械能对坐

标系旋转的对称性推出角动量守恒律.

3．机械能对时间平移的对称性与机械能守恒

上述质点组的总机械能对时间平移的对称性将导致机械能守恒. 令此质点组的总机械能 $E=E_K+E_P$，为避免矢量性带来的麻烦，我们令两质点只作 x 方向的一维运动. 则 $E=m_1v_{1x}{}^2/2+E_{P1}(x_1)+m_2v_{2x}{}^2/2+E_{p2}(x_2)$，又因为 δt 恒为零，

所以用 dE/dt 来表示体系的机械能对时间的平移，

即 $dE/dt=m_1v_{1x}{}^2\,dv_{1x}/dt+dE_{P1}/dt+m_2v_{2x}\,dv_{2x}/dt+dE_{P2}/dt$

因此体系为保守力系，则 $dE_{P1}/dx_1=-F_{12X},\ dE_{P2}/dx_2=-F_{21X}$.

又从牛顿第二定律出发可得 $F_{12X}=m_1\,dv_{1x}/dt,\ F_{21X}=m_2\,dv_{2x}/dt$，

所以上式为 $dE/dt=m_1v_{1x}\,dv_{2x}/dt-m_1v_{1x}\,dv_{1x}/dt+m_2v_{2x}\,dv_{1x}/dt-m_2v_{2x}\,dv_{2x}/dt=0$，

则 $dE/dt=0, E=C$，即 $E_K+E_P=E'_K+E'_P$，

这正是机械能守恒定律的表达式，所以体系的机械能若对时间的平移具有对称性，则其机械能守恒. **由于在惯性系里时间具有均匀性，因此在一个惯性系里机械能守恒，在另一个惯性系里机械能也守恒，即机械能守恒定律具有单独的协变性.** 爱因斯坦在他与英费尔德合著的《物理学的进化》一书中指出：“物理学的概念是人类智力的自由创造，它不是（虽然表面上看来很象是的）单独地由外在世界所决定的. 我们企图理解实在，多少有些象一个人想知道一个合上了表壳的表的内部机构. 他看到表面和正在走动着的针，甚至还可以听到滴嗒声，但是他无法打开表壳. 如果他是机智的，他可以画出一些能解答他所观察到的一切事物的机构图来，但是他却永远不能完全肯定他的图就是唯一可以解释他所观察到的一切事物的图形. 他永远不能把这幅图跟实在的机构加以比较，而且他甚至不能想象这种比较的可能性或有何意义. 但是他完全相信：随着他的知识的日益增长，他的关于实在的图景也会愈来愈简单，并且它所能解释的感觉印象的范围也会愈来愈广.”

参考文献：

1 赵凯华，罗蔚茵. 新概念物理教程[M]，2 版. 北京：高等教育出版社，2004：5～6.

5/4/2017