

29. 机械能守恒定律与伽利略变换

李学生 (Li Xuesheng)

山东大学副教授, 理论物理教师, 中国管理科学院学术委员会特约研究员, 北京相对论研究联谊会会员, 中国民主同盟盟员 (作者为中国科学院高能物理所研究员)

xiandaiwulixue@21cn.com, 1922538071@qq.com

摘要 (Abstract): 物理学是科学的基本学科. 本文章分析探讨了现代物理学的重要问题, **机械能守恒定律与伽利略变换**, 供参考.

[李学生 (Li Xuesheng). 29. **机械能守恒定律与伽利略变换**. *Academ Arena* 2017;9(15s): 125-127]. (ISSN 1553-992X). <http://www.sciencepub.net/academia>. 29. doi:[10.7537/marsaaj0915s1729](https://doi.org/10.7537/marsaaj0915s1729).

关键词 (Keywords): 质点; 电荷; 引力; 电力; 空间; 方程; 量子力学; **机械能守恒定律; 伽利略变换**

当相互作用的两个物体质量相差极大时, 要么按照内势能研究, 要么按照外势能研究, 前后必须自洽. 按照内势能研究时, 必须以系统的质心或者相对于质心匀速运动的物体为参照系, 例如在自由落体运动的研究中, 以地面系为参照系为外势能, 此时实际上把地球质量视为充分大; 以相对于地面匀速运动的电梯考察时也应该按照外势能计算, 不能认为此时地球受到惯性力, 在惯性系里测量不到惯性力, 否则会得出机械能守恒定律不满足伽利略变换的错误结论[1]. 由于内力做功具有伽利略变换的不变性, 因此内势能具有伽利略变换的不变性, 机械能守恒定律满足力学相对性原理参照文献[2], 本文不再累述.

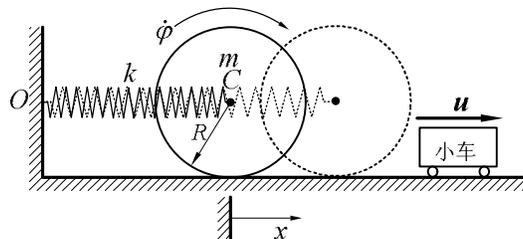
$$\frac{mM}{M+m}$$

在不引入惯性力、折合质量 (约化质量) $M+m$ 或者折合力的前提下, 牛顿定律、动能定理和机械能守恒定律仅适用于宏观物体绝对时空观下的低速惯性系, 对于非惯性系不成立, 只能利用惯性系检验力学相对性原理.

前面的几篇文章我们通过分析得出了弹性势能、重力势能、万有引力势能的外势能也满足力学相对性原理. 因为力具有伽利略变换的不变性, 在两个不同的惯性系中质点受到的合力是不变的, 所以如果在一个惯性系中机械能守恒, 在另一个惯性系中机械能也一定守恒. 因为只有非保守力做功, 才使机械能发生变化.[3]

在文献[4][5][6]中作者在地面系按照外势能计算, 在电梯系 (或者小车系) 按照内势能计算, 导致了机械能守恒定律不满足力学相对性原理的错误, 前后不自洽. 由于外力做功不具有伽利略变换的不变性, 因此外势能不具有伽利略变换的不变性, 这也是量变引起质变的结果. 在经典力学中由于没有明确指出这个问题, 人们误认为外势能也具有伽利略变换的不变性, 导致了机械能守恒定律是否满足力学相对性原理持续 30 多年的争论, 而且在功能原理中否认外势能的存在[7][8].

例 1.



上图中, 弹簧右端连接到半径为 R 的均质圆盘中心, 圆盘在地面上纯滚动. 在纯滚动的约束条件下, 这个系统只有一个自由度, 圆盘转动的角速度 $\dot{\phi}$ 与盘心 C 的速度 ($v = \dot{x}$)

$$\text{关系为 } \dot{\phi} = \dot{x} / R = v / R$$

(1)

在地面参照系下, 系统动能为

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J_C\dot{\phi}^2 \quad (2)$$

其中 J_C 为圆盘绕质心的转动惯量, 对均质圆盘有 $J_C = mR^2/2$, 将这个关系和式(1), 代入式(2)得到

$$E_k = \frac{1}{2} \times \frac{3m}{2} \dot{x}^2$$

在地面参照系下, 势能为

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

在地面参照系下, 纯滚动为理想约束, 墙壁给弹簧施加的力也不做功, 所以系统机械能守恒. 如果我们把弹簧拉伸了长度 A , 然后将圆盘静止释放, 那么系统机械能为 $E = kA^2/2$. 在振动过程中, 机械能守恒的数学表现为

$$E(t) = E_p + E_k = \frac{1}{2} \times \frac{3m}{2} \dot{x}^2 + \frac{1}{2} \times kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \quad (3)$$

对式(3)求导, 可建立振动微分方程. 考虑到初始速度为 0, 位移为 A , 该微分方程的解为

$$x = A \cos \omega t \quad (4)$$

式中 $\omega = \sqrt{2/3 \times k/m}$ 为振动系统固有频率.

伽利略变换是平动变换, 对于上面的模型可以认为转动动能不变, 在平动方面按照弹簧振子处理, 显然机械能守恒定律满足伽利略变换, 只不过机械能增加一个平动动能而已.

例 2. 地面上有两堵相互平行的刚性墙沿南北方向, 其间有一刚性小球沿东西方向因与墙的碰撞来回运动. 地面上小球的机械能守恒, 但在沿东西方向匀速运动的小车上, 小球机械能不守恒.

错误分析: 在小车上, 小球的速度等于地面的速度 ($-V$) 加小球相对于地面的速度 (一会儿是 W 与墙碰后是 $-w$). 所以在小车上, 小球的速度是 $-V+W$, 或 $-V-W$. 显然小球动能在跳跃式来回变化, 机械能不守恒.

正确解答: 在这里由于是弹性碰撞, 弹力做功没有产生热能, 也应该视为保守力. 在地面系看来是弹性碰撞, 应该理解为小球在压缩过程和还原过程中位移大小相等, 平均力的大小不变, 因此动能不变. 在压缩过程中动能转化为势能, 在还原过程中势能转化为动能. 如果在地面系选择起始时刻势能为 0 的话, 在地面系看来除非碰撞过程外, 势能始终为 0.

在小车系看来, 小球在压缩过程和还原过程中位移大小不再相等, 平均力的大小不变, 因此增加的势能转化为动能, 或者减少的动能转化为势能. 如果在小车系也选择起始时刻的势能为 0 的话, 在非碰撞过程中势能也可以不等于 0. 由于动能定理具有伽利略变换的不变性, 在小车系根据动能定理可以得到在碰撞过程中, 弹力做功不等于 0, 因此由势能的定义可以得出势能的改变也不等于 0. 从上面的分析可以看出弹性碰撞不能视为完全不能形变的质点, 否则会造成矛盾. 东西墙各安装一弹簧令小球在两弹簧间运动. 假定系统没有非保守力作用, 机械能守恒定律在各惯性系都成立.

爱因斯坦说: 自然界规律对于洛伦兹变换是协变的, 没有说过对于伽利略变换是协变的. 只有由爱因斯坦作了序言的文献[9]中说过: “力学定律在所有的惯性系(即对任一惯性系进行任意的伽利略变换而得到的所有坐标系)中采取相同的形式”. 由此如文献[9]说: “伽利略相对论原理在数学上表现为牛顿力学的基本方程在伽利略变换下是不变的或协变的. 所谓协变性是指物理定律的表示形式不因坐标系的不同选择而有所改变.” 文献[10]说: 经典力学对伽利略变换来说是协变的”. 文献[11]说: 力学运动方程具有伽利略变换的不变性.

参考文献:

- 1 高炳坤、谢铁曾, 地球所受的一种易被忽视的惯性力, 大学物理, 1991 年 (11): 46-47.
- 2 管靖. 力学相对性原理与机械能[J]. 大学物理, 1991, (10)11: 21-24.
- 3 漆安慎, 杜婵英. 普通物理学教程. 力学(包景东修订). 2014 年第三版: 139.
- 4 高炳坤. 一个保守力做的功等于势能的减少吗[J]. 大学物理, 2001, (20)5: 19-20, 30.
- 5 高炳坤, 谢铁曾. 地球所受的一种易被忽视的惯性力[J]. 大学物理, 1991, (10)11: 46.
- 6 白静江. 两体问题中的功能原理及机械能守恒定律[J]. 大学物理, 1997, (16)3: 11-12.

- 7 苏云. 功能原理的价值. 韩山师范学院学报, 32 (6), 2011 (12): 46-48.
- 8 罗志娟, 段永法, 谢艳丁, 何艳. 关于功能原理的讨论. 物理通报, 2014 (11): 106-107.
- 9 P. G . 柏格曼. 相对论引论[M]. 北京: 人民教育出版社, 1961: 31.
- 10 冯麟保, 刘雪成, 刘明成. 广义相对论[M]. 长春: 吉林科学技术出版社, 1995: 11.
- 11 朗道著, 李俊峰, 鞠国兴译 力学 (第5版) 高等教育出版社, 2010年7月第2次印刷: 5.

5/4/2017