28. 论势能定义与势能公式

李学生 (Li Xuesheng)

山东大学副教授，理论物理教师，中国管理科学院学术委员会特约研究员，北京相对论研究联谊会会员，中国民主同盟盟员（作者为中国科学院高能物理所研究员）
xiandaiwulixue@21cn.com, 1922538071@qq.com

摘要 (Abstract): 物理学是科学的基本学科。本文章分析探讨了现代物理学的重要问题，**论势能定义与势能公式**，供参考。

[李学生 (Li Xuesheng). **28. 论势能定义与势能公式.** *Academ Arena* 2017;9(15s): 116-124]. (ISSN 1553-992X). http://www.sciencepub.net/academia. 28. doi:10.7537/marsaaj0915s1728.

关键词 (Keywords): 质点; 电荷;引力; 电力; 空间;方程; 量子力学；**势能**

1 保守力势能概念

1.1 源向心力势能

例 1 质量为 m 的儿童（视为质点 m）沿位于平面直角坐标系 oxy 中的光滑平面曲线形滑梯 s 从距地面高为 y_0 的 C 点处下滑到厚为 h 的软垫上的点 D 处．在儿童下滑时，有一辆被视为质点且被设为 OXY 系的小车以正常数 u 的速度沿图 1 中的 x 轴正向运动．设 0 时刻，小车 O 与 o 完全重合，质点 m 从 y_0 处开始下滑；t 时刻，质点 m 与小车 OXY 所处位置如图 1 所示，质点 m 的位矢、速度、加速度、受的力、势能，在**保守力源系**分别为：$\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{v}$，$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{f}$，e_{p}，在**小车系**分别为：$\boldsymbol{R}$，$\boldsymbol{V}$，$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{F}$，E_{p}．求在**向心力源系**和**小车系**的**源向心力势能**．

解：

Ⅰ在**向心力源**系观察时：**源向心力** $\boldsymbol{J}$ 移动质点 m 在转角 $\alpha\quad\theta_0\quad\theta$ 的位置处做的微分功为：

$$\mathrm{d}w\quad \boldsymbol{J}\quad \mathrm{d}\boldsymbol{r}\quad \boldsymbol{J}\quad \mathbf{ds}\quad \boldsymbol{J}\quad \boldsymbol{\tau}\mathrm{d}s\quad |\boldsymbol{J}|\quad |\boldsymbol{\tau}|\quad \cos\frac{\pi}{2}\quad \mathrm{d}s\quad 0\quad \mathrm{d}s\quad 0\quad \rho\mathrm{d}\alpha\quad 0\quad \mathrm{d}\alpha\quad 0\quad \mathrm{d}(\theta_0\quad \theta).$$

源向心力 $\boldsymbol{J}$ 移动质点 m 从位置 α_0 处到位置 α 处做的功为：

$$w\quad \int_0^w \mathrm{d}w\quad \int_{\alpha_0}^{\alpha} 0\quad \mathrm{d}\alpha\quad \int_0^{\theta_0-\theta} 0\quad \mathrm{d}(\theta_0\quad \theta)\quad 0\quad (\theta_0\quad \theta\quad 0)\quad 0\quad \theta_0\quad 0\quad \theta.$$

即

$$w\quad 0\quad \theta_0\quad 0\quad \theta，w\quad 0. \tag{1}$$

由(1)式知，功 w 仅与质点 m 所处的位置 θ 有关，所以**源向心力 $\boldsymbol{J}$** 是**保守力**，且**源向心力 $\boldsymbol{J}$ 做的功为** 0．

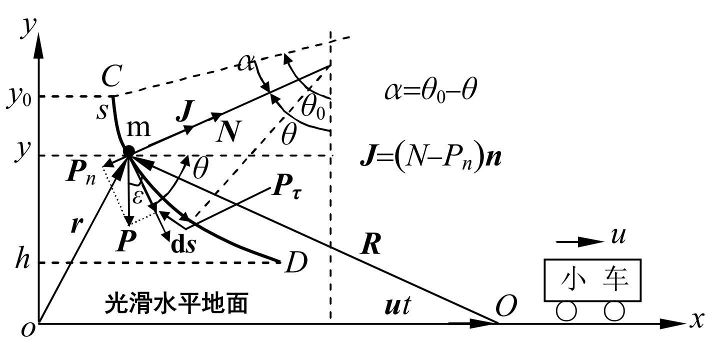

图 1 保守力势能概念 1

定义 01：把(1)式中的 $0\quad \theta$ 叫做质点 m 在位置 θ 处的**源向心力势能**，简称为**源向心力势能**，记做 $e_{\mathrm{p}}(\theta)$，因为位置 θ 是时间 t 的函数，所以也可记做 $e_{\mathrm{p}}(t)$，于是有

$$e_{\mathrm{p}}(\theta)\quad 0\quad \theta\quad 0，e_{\mathrm{p}}(t)\quad e_{\mathrm{p}}[\theta(t)]\quad 0\quad \theta(t)\quad 0. \tag{2}$$

由此定义知，源向心力势能 $e_p(\theta)$是位置 θ 的函数，是时间 t 的复合函数，并且 $e_p(\theta)\equiv 0$．所以在实际中，$e_p(\theta)$可直接按 0 处理．

定义 02：把(1)式 $w \quad 0 \quad \theta_0 \quad 0 \quad \theta$ 叫做质点 m 的源向心力势能定义，简称为源向心力势能定义．把上述用数学语言表达的源向心力势能定义文字语言表述为：源向心力这个保守力对质点做的功等于该质点的源向心力势能的减少量．

由(1)，(2)式得：

$\mathrm{d}w \quad 0 \quad 0 \quad \mathrm{d}\theta \quad 0 \quad \mathrm{d}\theta$； $e_p \quad 0 \quad \theta$， $\mathrm{d}e_p \quad 0 \quad \mathrm{d}\theta$．

$\mathrm{d}w \quad \mathrm{d}e_p$． (3)

式(3)为源向心力势能定义的微分形式．

Ⅱ在小车系观察时：

1)一般公式

由图 1 知：

$\boldsymbol{R} \quad \boldsymbol{r} \quad \boldsymbol{u}t$，$\boldsymbol{V} \quad \boldsymbol{v} \quad \boldsymbol{u}$，$\boldsymbol{A} \quad \boldsymbol{a} \quad \boldsymbol{0} \quad \boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{F} \quad m\boldsymbol{A} \quad m\boldsymbol{a} \quad \boldsymbol{f} \quad \boldsymbol{P}_\tau \quad \boldsymbol{J}$ **保守力**．

因为在小车系观察，质点 m 受到的力也是保守力，在小车系也遵循势能定义．所以据势能定义的微分形式

$\mathrm{d}W \quad \mathrm{d}E_p$ (4)

知：

$\mathrm{d}E_p \quad \mathrm{d}W \quad \boldsymbol{J} \quad \mathrm{d}\boldsymbol{R} \quad \boldsymbol{J} \quad \mathrm{d}(\boldsymbol{r} \quad \boldsymbol{u}t) \quad \boldsymbol{J} \quad \mathrm{d}\boldsymbol{r} \quad \boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{J}\mathrm{d}t \quad \mathrm{d}e_p \quad \boldsymbol{u} \quad \mathrm{d}(m\boldsymbol{v}) \quad \mathrm{d}e_p \quad m\mathrm{d}(\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v})$．

$$\int_0^t \mathrm{d}E_p(t) \quad \int_0^t \mathrm{d}e_p(t) \quad \int_{\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{v}_0}^{\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{v}} m \quad \mathrm{d}(\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}),$$

$E_p(t) \quad E_p(0) \quad e_p(t) \quad e_p(0) \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0$，$E_p(t) \quad 0 \quad e_p(t) \quad 0 \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0$，

$E_p(t) \quad e_p(t) \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0$． (5)

说明：**在相对于向心力源速度为匀速 u 的参照系中观察，在向心力源系中**，以速度 v **做曲线运动的质点的势能定义式的普遍形式为** $E_p(t) \quad e_p(t) \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0$．**或者说，在相对于向心力源的所有不同匀速 u 的参照系中，质点的势能定义式都有相同的形式** $E_p(t) \quad e_p(t) \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0$．**在向心力源系中，质点的势能定义式** $e_p(t) \quad 0$ **是普遍形式在** $u \quad 0$ **时的特例**．**这一结论可在实际中直接使用**．

2)特例公式

当质点 m 以正常数 v 的速率做匀速圆周运动、并且质点 m 从圆周轨道与 x 轴的右交点起步时（转角 $\alpha \quad 270^\circ \quad \theta$，见图 1），则有：

$E_p(t) \quad e_p(t) \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0 \quad e_p(t) \quad muv\cos\theta \quad muv_0\cos 90^\circ \quad e_p(t) \quad muv\sin(270^\circ \quad \theta) \quad 0 \quad e_p(t) \quad muv\sin\alpha$．

即

$E_p(t) \quad e_p(t) \quad muv\sin\alpha$． (6)

说明：**在相对于向心力源速度为水平匀速 u 的参照系中观察，在向心力源系中**，以速度 v **做匀速圆周运动的质点的势能定义式的普遍形式为** $E_p(t) \quad e_p(t) \quad muv\sin\alpha$．**或者说，在相对于向心力源的所有不同水平匀速 u 的参照系中，质点的势能定义式都有相同的形式** $E_p(t) \quad e_p(t) \quad muv\sin\alpha$．**在向心力源系中，质点的势能定义式** $e_p(t) \quad 0$ **是普遍形式在** $u \quad 0$ **时的特例**．**这一结论可在实际中直接使用**．

1.2 地球重力势能

求在**例 1** 中的地球重力源系和小车系的地球重力势能．

解：Ⅰ在地球重力源系观察时：地球重力 $\boldsymbol{P}$ 或其切向分力 $\boldsymbol{P}_\tau$ 移动质点 m 在高度位置 y 处做的微分功为：

$\mathrm{d}w \quad \boldsymbol{P} \quad \mathrm{d}\boldsymbol{r} \quad \boldsymbol{P} \quad \mathbf{ds} \quad |\boldsymbol{P}||\mathbf{ds}|\cos\varepsilon \quad mg(\quad \mathrm{d}y) \quad mg\mathrm{d}y$，

$\mathrm{d}w \quad \boldsymbol{P}_\tau \quad \mathbf{ds} \quad |\boldsymbol{P}_\tau||\mathbf{ds}|\cos 0 \quad |\boldsymbol{P}|\cos\varepsilon \quad |\mathbf{ds}| \quad 1 \quad mg(\quad \mathrm{d}y) \quad mg\mathrm{d}y$．

地球重力 $\boldsymbol{P}$ 移动质点 m 从位置 y_0 处到位置 y 处做的功为：

$$w \quad \int_0^w \mathrm{d}w \quad \int_{y_0}^{y} (-mg) \quad \mathrm{d}y \quad mg(y \quad y_0) \quad mgy_0 \quad mgy.$$

即

$w \quad mgy_0 \quad mgy$. (7)

由(7)式知，功 w 仅与质点 m 所处的位置 y 有关，所以**地球重力 $\boldsymbol{P}$** 是**保守力**.

定义 03：把(7)式中的 mgy 叫做质点 m 在位置 y 处的**地球重力势能**，简称为**地球重力势能**或**重力势能**，记做 $e_p(y)$，因为位置 y 是时间 t 的函数，所以也可记做 $e_p(t)$，于是有

$e_p(y) \quad mgy$，$e_p(t) \quad e_p[y(t)] \quad mgy(t)$. (8)

由此定义知，**势能** $e_p(y)$是位置 y 的函数，是时间 t 的复合函数.

定义 04：把(7)式 $w \quad mgy_0 \quad mgy$ 叫做质点 m 的**地球重力势能定义**，简称为**地球重力势能定义**或**重力势能定义**. 把上述用数学语言表达的**地球重力势能定义**文字语言表述为：**地球重力**这个**保守力对质点做的功等于该质点的地球重力势能的减少量**.

由(7)，(8)式得：

$\mathrm{d}w \quad 0 \quad mg\mathrm{d}y \qquad mg\mathrm{d}y$； $\quad e_p \qquad mgy$， $\quad \mathrm{d}e_p \qquad mg\mathrm{d}y$.

$\mathrm{d}w \qquad \mathrm{d}e_p$. (9)

式(9)为**地球重力势能定义**的微分形式.

Ⅱ在电梯系观察时：

1)一般公式

由图 1 知：

$\boldsymbol{R} \quad \boldsymbol{r} \quad \boldsymbol{u}t$，$\boldsymbol{V} \quad \boldsymbol{v} \quad \boldsymbol{u}$，$\boldsymbol{A} \quad \boldsymbol{a} \quad \boldsymbol{0} \quad \boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{F} \quad m\boldsymbol{A} \quad m\boldsymbol{a} \quad \boldsymbol{f} \quad \boldsymbol{P}_\tau \quad \boldsymbol{J}$ **保守力**.

因为在**电梯**系观察，质点 m 受到的力也是**保守力**，故在**电梯**系也遵循**势能定义**. 所以据**势能定义**的微分形式

$\mathrm{d}W \qquad \mathrm{d}E_p$ (10)

知：

$\mathrm{d}E_p \qquad \mathrm{d}W \qquad \boldsymbol{P}_\tau \quad \mathrm{d}\boldsymbol{R} \qquad \boldsymbol{P}_\tau \quad \mathrm{d}(\boldsymbol{r} \quad \boldsymbol{u}t) \qquad \boldsymbol{P}_\tau \quad \mathrm{d}\boldsymbol{r} \quad \boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{P}_\tau\mathrm{d}t \quad \mathrm{d}e_p \quad \boldsymbol{u} \quad \mathrm{d}(m\boldsymbol{v}) \quad \mathrm{d}e_p \quad m\mathrm{d}(\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v})$.

$$\int_0^t \mathrm{d}E_p(t) \qquad \int_0^t \mathrm{d}e_p(t) \qquad \int_{u\cdot v_0}^{u\cdot v} m \quad \mathrm{d}(\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}),$$

$E_p(t) \quad E_p(0) \quad e_p(t) \quad e_p(0) \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0$，$E_p(t) \quad mgy_0 \quad e_p(t) \quad mgy_0 \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0$，

$E_p(t) \quad e_p(t) \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0$. (11)

说明：**在相对于地球重力源速度为匀速** u **的参照系中观察，在地球重力源系中**，以速度 v **做曲线下落运动的质点的势能定义式的普遍形式为** $E_p(t) \quad e_p(t) \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0$.**或者说**，**在相对于地球重力源的所有的不同匀速** u **的参照系中，质点的势能定义式都有相同的形式** $E_p(t) \quad e_p(t) \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0$. **在地球重力源系中，质点的势能定义式** $e_p(t) \quad mgy$ **是普遍形式在** $u \quad 0$ **时的特例**. **这一结论可在实际中直接使用**.

2)特例公式

①当质点 m 沿铅直直线做落体运动、小车 O 水平运动时有：

$m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad mu|\boldsymbol{v}|\cos 90^\circ \quad 0$，$m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0 \quad mu|\boldsymbol{v}_0|\cos 90^\circ \quad 0$.

所以有

$E_p(t) \quad e_p(t) \quad mgy$. (12)

说明：**在相对于地球重力源速度为水平匀速** u **的参照系中观察，在地球重力源系中**，沿铅直直线**做落体运动的质点的势能定义式的普遍形式为** $E_p(t) \quad e_p(t) \quad mgy$. **或者说**，**在相对于地球重力源的所有的不同水平匀速** u **的参照系中，质点的势能定义式都有相同的形式** $E_p(t) \quad e_p(t) \quad mgy$. **在地球重力源系中，质点的势能定义式** $e_p(t) \quad mgy$ **是普遍形式在** $u \quad 0$ **时的特例**. **这一结论可在实际中直接使用**.

②当质点 m 沿铅直直线做落体运动，小车 O 以正常数 u 的速率沿铅直直线下降、上升时分别有：

$m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad mu|\boldsymbol{v}|\cos 0 \quad mu(|\boldsymbol{v}_0| \quad gt) \quad mu|\boldsymbol{v}_0| \quad mugt$，$m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0 \quad mu|\boldsymbol{v}_0|\cos 0 \quad mu|\boldsymbol{v}_0|$，

$m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0 \quad mu|\boldsymbol{v}_0| \quad mugt \quad mu|\boldsymbol{v}_0| \quad mgut$；

$m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad mu|\boldsymbol{v}|\cos \pi \qquad mu(|\boldsymbol{v}_0| \quad gt) \qquad mu|\boldsymbol{v}_0| \quad mugt$，$m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0 \quad mu|\boldsymbol{v}_0|\cos \pi \qquad mu|\boldsymbol{v}_0|$，

$m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0 \qquad mu|\boldsymbol{v}_0| \quad mugt \quad mu|\boldsymbol{v}_0| \qquad mgut$.

$E_p(t) \quad e_p(t) \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0 \quad mgy \pm mgut \quad mg(y \pm ut) \quad mgY$.

所以有

$E_p(t) \quad mg(y \pm ut) \quad mgY$. (13)

说明：**在相对于地球重力源速度为铅直匀速** u **的参照系中观察，在地球重力源系中**，沿铅直直线**做落体运动**

的质点的势能定义式的普遍形式为 $E_p(t)\quad mg(y\pm ut)\quad mgY$. **或者说，在相对于地球重力源的所有的不同铅直匀速** u **的参照系中，质点的势能定义式都有相同的形式** $E_p(t)\quad mg(y\pm ut)\quad mgY$. **在地球重力源系中，质点的势能定义式** $e_p(t)\quad mgy$ **是普遍形式在** $u\quad 0$ **时的特例. 这一结论可在实际中直接使用.**

1.3 弹性势能

例 2 设质量为 m 的质点 m 固定在劲度系数为 k 的轻质弹簧钩上而组成弹簧振子体系(质点 m 为振子)，弹簧另一端的弹簧圈固定在地面上的墙上．然后使振子在水平光滑地面上的 ox 系振动（如图 2 所示）．一辆被视为质点且被设为 OX 系的小车以正常数 u 的速度沿图 2 中的 x 轴正向运动.设 0 时刻，小车 O 与 o 完全重合，将质点 m 或振子拉至最大振幅 x_0 并放手，由第 35 节的附录知，质点 m 便做最大振幅为 $B\quad x_0$，角频率为 $\omega\quad\sqrt{\dfrac{k}{m}}$ 的简谐振动；t 时刻，质点 m 与 O 所处位置如图 2 所示，质点 m 的位矢、速度、加速度、受到的力、势能，在弹力源系观察分别为：x，v，a，f，e_p，在小车系观察分别为：X，V，A，F，E_p．求在弹力源系和小车系的弹力势能.

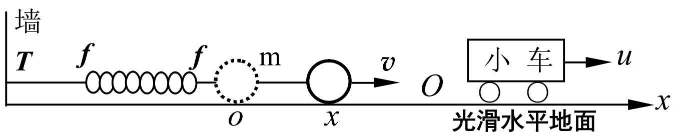

图 2 保守力势能概念 2

解:

Ⅰ在弹力源系观察时：由论文《论势能》中的 **1.3** 知，**弹力** $\boldsymbol{f}$ 移动质点 m 或振子在其振幅位置 x 处做的微分功为：

$$\mathrm{d}w\quad f\quad \mathrm{d}x\qquad kx\mathrm{d}x,$$

弹力 $\boldsymbol{f}$ 移动质点 m 从位置 x_0 处到位置 x 处做的功为：

$$w\quad \int_0^w \mathrm{d}w\quad \int_B^x (-kx)\,\mathrm{d}x\quad k\,\frac{1}{2}(x^2\quad x_0^2)\quad \frac{1}{2}kx_0^2\quad \frac{1}{2}kx^2 .$$

即

$$w\quad \frac{1}{2}kx_0^2\quad \frac{1}{2}kx^2 . \tag{14}$$

由(14)式知，功 w 仅与质点 m 所处的位置 x 有关，所以弹簧弹力 $\boldsymbol{f}$ 是保守力.

定义 05：把(14)式中的 $\frac{1}{2}kx^2$ 叫做质点 m 在位置 x 处的弹力势能，简称为弹力势能，记做 $e_p(x)$，因为位置 x 是时间 t 的函数，所以也可记做 $e_p(t)$，于是有

$$e_p(x)\quad \frac{1}{2}kx^2,\quad e_p(t)\quad e_p[x(t)]\quad \frac{1}{2}kx^2(t). \tag{15}$$

由此定义知，势能 $e_p(x)$是位置 x 的函数，是时间 t 的复合函数.

定义 06：把(14)式 $w\quad \frac{1}{2}kx_0^2\quad \frac{1}{2}kx^2$ 叫做质点 m 的弹力势能定义，简称为弹力势能定义．把上述用数学语言表达的弹力势能定义文字语言表述为：**弹力这个保守力对质点做的功等于该质点的弹力势能的减少量**.

由(14)，(15)式得：

$$\mathrm{d}w\quad 0\quad kx\mathrm{d}x\qquad kx\mathrm{d}x;\quad e_p\quad \frac{1}{2}kx^2,\quad \mathrm{d}e_p\qquad kx\mathrm{d}x.$$

$$\mathrm{d}w\qquad \mathrm{d}e_p. \tag{16}$$

式(16)为弹力势能定义的微分形式.

Ⅱ在小车系观察时：由图 2 或伽利略变换以及胡克定律知：

$X \quad x \quad ut$，$V \quad v \quad u$，$A \quad a \quad 0 \quad a$，$F \quad mA \quad ma \quad f \qquad kx$ **保守力**.

因为在**小车**系观察，质点 m 受到的力也是**保守力**，所以据**势能定义**的微分形式

$$\mathrm{d}W \qquad \mathrm{d}E_{\mathrm{p}} \tag{17}$$

知：

$$\mathrm{d}E_{\mathrm{p}} \quad \mathrm{d}W \quad F\mathrm{d}X \quad f\,\mathrm{d}(x \quad ut) \quad f\,\mathrm{d}x \quad uf\,\mathrm{d}t \quad \mathrm{d}e_{\mathrm{p}} \quad u\mathrm{d}(mv),$$

$$\int_0^t \mathrm{d}E_{\mathrm{p}}(t) \quad \int_0^t \mathrm{d}e_{\mathrm{p}}(t) \quad mu \int_0^v \mathrm{d}v, E_{\mathrm{p}}(t) \quad E_{\mathrm{p}}(0) \quad e_{\mathrm{p}}(t) \quad e_{\mathrm{p}}(0) \quad muv, E_{\mathrm{p}}(t) \quad \frac{1}{2}kx_0^2 \quad e_{\mathrm{p}}(t) \quad \frac{1}{2}kx_0^2 \quad muv,$$

$$E_{\mathrm{p}}(t) \quad e_{\mathrm{p}}(t) \quad muv \quad e_{\mathrm{p}}(t) \quad \boldsymbol{mu} \quad \boldsymbol{v} \quad \boldsymbol{mu} \quad \boldsymbol{v}_0. \tag{18}$$

说明：

①$\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}$ 的夹角为 0 或 π，为 0 时 v 为正，为 π 时 v 为负．初速度 $v_0 \quad 0$.

②**在相对于弹力源速度为匀速** u **的参照系中观察，在弹力源系中**，以速度 v **做简谐振动的振子质点的势能定义式的普遍形式为** $E_{\mathrm{p}}(t) \quad e_{\mathrm{p}}(t) \quad muv \quad e_{\mathrm{p}}(t) \quad \boldsymbol{mu} \quad \boldsymbol{v} \quad \boldsymbol{mu} \quad \boldsymbol{v}_0$. **或者说**，**在相对于弹力源的所有不同匀速** u **的参照系中，振子的势能定义式都有** $E_{\mathrm{p}}(t) \quad e_{\mathrm{p}}(t) \quad muv \quad e_{\mathrm{p}}(t) \quad \boldsymbol{mu} \quad \boldsymbol{v} \quad \boldsymbol{mu} \quad \boldsymbol{v}_0$ **的相同形式**. **在弹力源系中，振子的势能定义式** $e_{\mathrm{p}}(t) \quad \frac{1}{2}kx^2$ **是普遍形式在** $u \quad 0$ **时的特例**．**这一结论可在实际中直接使用**.

1.4 物体引力势能

例 3 设质量为 m 的质点 m 仅受到质量为 M 的质点 M 的**引力** $\boldsymbol{K} \quad G\frac{Mm}{r^3} \quad \boldsymbol{r}$ 的作用．质点 M 位于参照系 oxy 的原点 o，质点 m 在质点 M 的**引力** $\boldsymbol{K}$ 的作用下，沿 oxy 系中的光滑平面曲线 s 运动(如图 3 所示).有一辆被视为质点且被设为 OXY 系的小车以正常数 u 的速度沿图 3 中的 x 轴正向运动.设 0 时刻，小车 O 与 o 完全重合；t 时刻，质点 m 与小车 OXY 所处位置如图 3 所示，质点 m 的位置矢量、速度、加速度、受的力、势能，在**物体引力源系**分别为：$\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{v}$，$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{f}$，e_{p}，在**小车系**分别为：$\boldsymbol{R}$，$\boldsymbol{V}$，$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{F}$，E_{p}．求在**物体引力源系**和**小车系**的**物体引力势能**.

解：

Ⅰ在**物体引力源系**观察时：**物体引力** $\boldsymbol{K}$ 移动质点 m 沿光滑平面曲线 s 在力场中的空间位置 $\boldsymbol{r}$ 处做的微分功为：

$$\mathrm{d}w \quad \boldsymbol{K} \quad \mathrm{d}\boldsymbol{r} \quad \boldsymbol{K} \quad \mathbf{d}\boldsymbol{s} \quad |\boldsymbol{K}||\mathbf{d}\boldsymbol{s}|\cos\varepsilon \quad G\frac{Mm}{r^3} \quad r(\quad \mathrm{d}r) \quad G\frac{Mm}{r^2} \quad \mathrm{d}r.$$

物体引力 $\boldsymbol{K}$ 移动质点 m 从位置 $\boldsymbol{r}_0$ 处到位置 $\boldsymbol{r}$ 处做的功为：

$$w \quad \int_0^w \mathrm{d}w \quad \int_{r_0}^r \left(-G\frac{Mm}{r^2}\right)\mathrm{d}r \quad GMm\left[-\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_0}\right)\right] \quad G\frac{Mm}{r} \quad G\frac{Mm}{r_0} \quad G\frac{Mm}{r_0} \quad \left(-G\frac{Mm}{r}\right).$$

即

$$w \quad G\frac{Mm}{r_0} \quad \left(-G\frac{Mm}{r}\right). \tag{19}$$

由(19)式知，功 w 仅与质点 m 所处的位置 r 有关，所以**物体引力** $\boldsymbol{K}$ 是**保守力**.

定义 07：把(19)式中的 $G\frac{Mm}{r}$ 叫做质点 m 在位置 r 处的**物体引力势能**，简称为**物体引力势能**或**引力势能**，记做 $e_{\mathrm{p}}(r)$，因为位置 r 是时间 t 的函数，所以也可记做 $e_{\mathrm{p}}(t)$，于是有

$$e_{\mathrm{p}}(r) \quad G\frac{Mm}{r}, \quad e_{\mathrm{p}}(t) \quad e_{\mathrm{p}}[r(t)] \quad G\frac{Mm}{r(t)}. \tag{20}$$

由此定义知，**势能** $e_{\mathrm{p}}(r)$是位置 r 的函数，是时间 t 的复合函数.

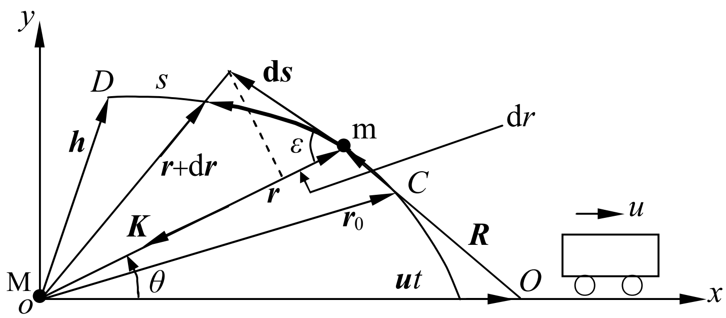

图 3　保守力势能概念 3

定义 08：把(19)式 $w \quad G\frac{Mm}{r_0} \quad \left(-G\frac{Mm}{r}\right)$ 叫做质点 m 的**物体引力势能定义**，简称为**物体引力势能定义**或**引力势能定义**．把上述用数学语言表达的**物体引力势能定义**翻译成文学语言则为：**物体引力**这个**保守力对质点做的功等于该质点的物体引力势能的减少量**．

由(19)，(20)式得：

$$\mathrm{d}w \quad 0 \quad G\frac{Mm}{r^2}\,\mathrm{d}r \qquad G\frac{Mm}{r^2}\,\mathrm{d}r;\quad e_\mathrm{p} \quad G\frac{Mm}{r},\quad \mathrm{d}e_\mathrm{p} \quad G\frac{Mm}{r^2}\,\mathrm{d}r.$$

$$\mathrm{d}w \quad \mathrm{d}e_\mathrm{p}. \tag{21}$$

式(21)为**物体引力势能定义**的微分形式．

Ⅱ在小车系观察时：

1)一般公式

由图 3 知：

$\boldsymbol{R} \quad \boldsymbol{r} \quad \boldsymbol{u}t$，$\boldsymbol{V} \quad \boldsymbol{v} \quad \boldsymbol{u}$，$\boldsymbol{A} \quad \boldsymbol{a} \quad 0 \quad \boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{F} \quad m\boldsymbol{A} \quad m\boldsymbol{a} \quad \boldsymbol{f} \quad \boldsymbol{K}$ **保守力**．

因为在**宇宙飞船**系观察，质点 m 受到的力也是**保守力**，故在**宇宙飞船**系也遵循**势能定义**．所以据**势能定义**的微分形式

$$\mathrm{d}W \quad \mathrm{d}E_\mathrm{p} \tag{22}$$

知：

$$\mathrm{d}E_\mathrm{p} \quad \mathrm{d}W \quad \boldsymbol{F} \quad \mathrm{d}\boldsymbol{R} \quad \boldsymbol{f} \quad \mathrm{d}(\boldsymbol{r} \quad \boldsymbol{u}t) \quad \boldsymbol{f} \quad \mathrm{d}\boldsymbol{r} \quad \boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{K}\mathrm{d}t \quad \mathrm{d}e_\mathrm{p} \quad \boldsymbol{u} \quad \mathrm{d}(m\boldsymbol{v}) \quad \mathrm{d}e_\mathrm{p} \quad m\mathrm{d}(\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}).$$

$$\int_0^t \mathrm{d}E_\mathrm{p}(t) \quad \int_0^t \mathrm{d}e_\mathrm{p}(t) \quad \int_{\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{v}_0}^{\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{v}} m \quad \mathrm{d}(\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}),$$

$$E_\mathrm{p}(t) \quad E_\mathrm{p}(0) \quad e_\mathrm{p}(t) \quad e_\mathrm{p}(0) \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0,\ E_\mathrm{p}(t) \quad \left(-G\frac{Mm}{r_0}\right) \quad e_\mathrm{p}(t) \quad \left(-G\frac{Mm}{r_0}\right) \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0,$$

$$E_\mathrm{p}(t) \quad e_\mathrm{p}(t) \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0. \tag{23}$$

说明：在相对于物体引力源速度为匀速 u **的参照系中观察，在物体引力源系中，**以速度 v **做曲线运动的质点的势能定义式的普遍形式为** $E_\mathrm{p}(t) \quad e_\mathrm{p}(t) \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0$．**或者说，在相对于物体引力源的所有不同匀速** u **的参照系中，质点的势能定义式都有相同的形式** $E_\mathrm{p}(t) \quad e_\mathrm{p}(t) \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0$.**在物体引力源系中，质点的势能定义式** $e_\mathrm{p}(t) \quad G\frac{Mm}{r}$ **是普遍形式在** $u \quad 0$ **时的特例**．**这一结论可在实际中直接使用**．

2)特例公式

设质点 m 沿椭圆轨道逆时针运动，且从 x 轴与椭圆轨道的右交点开始，运动周期为 T；**物体引力源**质点 M 位于椭圆轨道的左焦点上，椭圆轨道的偏心率为 n，则有 $r \quad \dfrac{p}{1-n\cos\theta}$．

$$r^2\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\quad 2\quad \frac{1}{2}r^2\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\quad 2\quad \frac{\pi ab}{T}\quad \frac{2\pi ab}{2\pi a\sqrt{\dfrac{a}{GM}}}\quad \frac{b}{\sqrt{a}}\sqrt{GM}\quad \sqrt{GMp}\,.\quad \mathrm{d}t\quad \frac{r^2\mathrm{d}\theta}{\sqrt{GMp}}\,.$$

$$\mathrm{d}(m\boldsymbol{u}\quad \boldsymbol{v})\quad \boldsymbol{u}\quad \mathrm{d}(m\boldsymbol{v})\quad \boldsymbol{u}\quad \boldsymbol{K}\mathrm{d}t\quad u|\boldsymbol{K}|\cos(\pi\quad \theta)\mathrm{d}t\quad u\quad G\frac{Mm}{r^2}\cos\theta\frac{r^2\mathrm{d}\theta}{\sqrt{GMp}}\quad mu\quad \sqrt{\frac{GM}{p}}\cos\theta\mathrm{d}\theta,$$

$$\int_{\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{v}_0}^{\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{v}}\mathrm{d}(m\boldsymbol{u}\quad \boldsymbol{v})\quad mu\quad \sqrt{\frac{GM}{p}}\int_0^{\theta}\cos\theta\mathrm{d}\theta,\quad m\boldsymbol{u}\quad \boldsymbol{v}\quad m\boldsymbol{u}\quad \boldsymbol{v}_0\quad mu\quad \sqrt{\frac{GM}{p}}(\sin\theta\quad \sin 0).$$

所以

$$E_p(t)\quad e_p(t)\quad mu\quad \sqrt{\frac{GM}{p}}\sin\theta\,. \tag{24}$$

说明：在相对于物体引力源速度为水平匀速 u 的参照系中观察，在物体引力源系中，沿椭圆轨道**做曲线运动的质点的势能定义式的普遍形式为** $E_p(t)\quad e_p(t)\quad mu\sqrt{\frac{GM}{p}}\sin\theta$．**或者说，在相对于物体引力源的所有的不同水平匀速 u 的参照系中，质点的势能定义式都有相同的形式** $E_p(t)\quad e_p(t)\quad mu\sqrt{\frac{GM}{p}}\sin\theta$．**在物体引力源系中，质点的势能定义式** $e_p(t)\quad G\frac{Mm}{r}$ **是普遍形式在 $u\quad 0$ 时的特例．这一结论可在实际中直接使用**．

1.5 电荷电力势能

例 4　设带电量为 q 的试验电荷 q 仅受到带电量为 Q 的点电荷 Q 的**电力即库仑力 $\boldsymbol{H}$** $K\frac{Qq}{r^3}\boldsymbol{r}$ 的作用．点电荷 Q 位于参照系 oxy 的原点 o，试验电荷 q 在点电荷 Q 的**电力 $\boldsymbol{H}$** 的作用下，沿着 oxy 系中的平面曲线 s 运动（如图 3 所示，m 换成 q，M 换成 Q）．有一辆被视为质点且被设为 OXY 系的小车以正常数 u 的速度沿图 3 中的 x 轴正向运动．设 0 时刻，小车 O 与 o 完全重合；t 时刻，试验电荷 q 与小车 O 所处位置如图 3 所示，试验电荷 q 的位置矢量、速度、加速度、受到的力、势能，在**物体引力源系观察时**分别为：$\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{v}$，$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{f}$，e_p，在**小车系观察时**分别为：$\boldsymbol{R}$，$\boldsymbol{V}$，$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{F}$，E_p．求在**物体引力源系**和**小车系**的**物体引力势能**．

本题的解法与**例 3** 相同．

2 外部力动能概念

例 5　设质量为 m 的质点 m 在**外力**（包括各种保守力）$\boldsymbol{Q}$ 的作用下，沿着位于平面直角坐标系 oxy 中的光滑平面曲线 s 运动(如图 4 所示)．一辆被视为质点且被设为 OXY 系的小车以正常数 u 的速度沿图 4 中的 x 轴正向运动．设 0 时刻，小车 O 与 o 完全重合；t 时刻，质点 m 的位矢、速度、加速度、受的力、动能，在**外力**(包括各种保守力)**源系**分别为：$\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{v}$，$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{f}$，e_k，在**小车系**分别为：$\boldsymbol{R}$，$\boldsymbol{V}$，$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{F}$，E_k．求在**外力**（包括各种保守力）**源系**和**小车系**的质点 m 的**动能**．

解：

Ⅰ在**外力**（包括各种保守力）**源系**观察时，**外力 $\boldsymbol{Q}$** 移动质点 m 在其运动速度为 v 时做的微分功为：

$$\mathrm{d}w\quad \boldsymbol{Q}\quad \mathrm{d}\boldsymbol{r}\quad \boldsymbol{Q}\quad \mathbf{d}\boldsymbol{s}\quad \boldsymbol{Q}\quad \boldsymbol{v}\mathrm{d}t\quad \boldsymbol{v}\quad \boldsymbol{Q}\mathrm{d}t\quad \boldsymbol{v}\quad \mathrm{d}(m\boldsymbol{v})\quad m\boldsymbol{v}\quad \mathrm{d}\boldsymbol{v}\quad \frac{1}{2}m\mathrm{d}(\boldsymbol{v}\quad \boldsymbol{v})\quad \frac{1}{2}m\mathrm{d}(vv\cos 0)\quad \frac{1}{2}m\mathrm{d}v^2.$$

外力 $\boldsymbol{Q}$ 移动质点 m 从速度为 v_0 时到速度为 v 时做的功为：

$$w\quad \int_0^{w}\mathrm{d}w\quad \int_{v_0}^{v}\left(\frac{1}{2}m\mathrm{d}v^2\right)\quad \frac{1}{2}m(v^2\quad v_0^2)\quad \frac{1}{2}mv^2\quad \frac{1}{2}mv_0^2,$$

即

$$w \quad \frac{1}{2}mv^2 \quad \frac{1}{2}mv_0^2 . \tag{25}$$

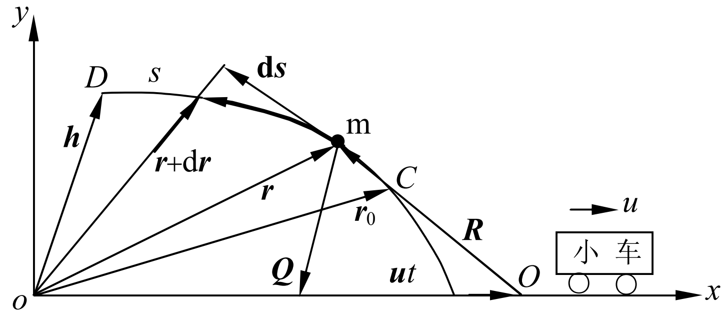

图 4 外部力动能概念 1

定义 09：把(25)式中的 $\frac{1}{2}mv^2$ 叫做质点 m 在速度 v 时的**动能**，简称为**动能**，记做 $e_k(v)$，因为 v 是时间 t 的函数，所以也可记做 $e_k(t)$，于是有

$$e_k(v) \quad \frac{1}{2}mv^2 \quad , \quad e_k(t) \quad e_k[v(t)] \quad \frac{1}{2}mv^2 \quad (t). \tag{26}$$

由此定义知，**动能** $e_k(v)$是速度 v 的函数，是时间 t 的复合函数.

定义 10：把(25)式 $w \quad \frac{1}{2}mv^2 \quad \frac{1}{2}mv_0^2$ 叫做质点 m 的**动能定理**，简称为**动能定理**. 把上述用数学语言表达的**动能定理**翻译成文学语言则为：**外力对质点做的功等于该质点的动能的增加量**.

由(25)，(26)式得：

$$\mathrm{d}w \quad \frac{1}{2}m\mathrm{d}v^2 \quad 0 \quad mv\mathrm{d}v; \quad \mathrm{d}e_k \quad \frac{1}{2}m\mathrm{d}v^2 \quad mv\mathrm{d}v.$$

$$\mathrm{d}w \quad \mathrm{d}e_k. \tag{27}$$

式(27)为**外力动能定理**的微分形式.

Ⅱ在**小车**系观察时：由图 4 和数学知识知：

$\boldsymbol{R} \quad \boldsymbol{r} \quad \boldsymbol{u}t, \ \boldsymbol{V} \quad \boldsymbol{v} \quad \boldsymbol{u}, \ \boldsymbol{A} \quad \boldsymbol{a} \quad \boldsymbol{0} \quad \boldsymbol{a}, \ \boldsymbol{F} \quad m\boldsymbol{A} \quad m\boldsymbol{a} \quad \boldsymbol{f} \quad \boldsymbol{Q}$ **外力**.

因为在**小车**系观察，质点 m 受到的力也是原来的**外力**，在**小车**系也遵循**动**能定理. 所以据**动能定理**的微分形式

$$\mathrm{d}W \quad \mathrm{d}E_k \tag{28}$$

知：

$$\mathrm{d}E_k \quad \mathrm{d}W \quad \boldsymbol{F} \quad \mathrm{d}\boldsymbol{R} \quad \boldsymbol{f} \quad \mathrm{d}(\boldsymbol{r} \quad \boldsymbol{u}t) \quad \boldsymbol{f} \quad \mathrm{d}\boldsymbol{r} \quad \boldsymbol{f} \quad \boldsymbol{u}\mathrm{d}t \quad \mathrm{d}e_k \quad \boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{Q}\mathrm{d}t \quad \mathrm{d}e_k \quad \boldsymbol{u} \quad \mathrm{d}(m\boldsymbol{v}) \quad \mathrm{d}e_k \quad m\mathrm{d}(\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}).$$

$$\int_0^t \mathrm{d}E_k(t) \quad \int_0^t \mathrm{d}e_k(t) \quad \int_{\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{v}_0}^{\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{v}} m \quad \mathrm{d}(\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}),$$

$$E_k(t) \quad E_k(0) \quad e_k(t) \quad e_k(0) \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0$$

$$\frac{1}{2}mv^2 \quad \frac{1}{2}mv_0^2 \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0 \quad \frac{1}{2}mv^2 \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad C \quad \frac{1}{2}mv_0^2 \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0 \quad C.$$

$$E_k(t) \quad \frac{1}{2}mv^2 \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad C, \ E_k(0) \quad \frac{1}{2}mv_0^2 \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0 \quad C.$$

令 $v_0 \quad 0$ 得：$\frac{1}{2}mu^2 \quad E_k(0) \quad \frac{1}{2}m\cdot 0^2 \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{0} \quad C \quad C$，所以 $C \quad \frac{1}{2}mu^2$ ，所以

$$E_{\mathrm{k}}(t) \quad \frac{1}{2}mv^2 \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad C \quad \frac{1}{2}mv^2 \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad \frac{1}{2}mu^2$$

$$\frac{1}{2}m(\boldsymbol{v} \quad \boldsymbol{v} \quad 2\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad \boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{u}) \quad \frac{1}{2}m(\boldsymbol{v} \quad \boldsymbol{u}) \quad (\boldsymbol{v} \quad \boldsymbol{u}) \quad \frac{1}{2}m \quad \boldsymbol{V} \quad \boldsymbol{V} \quad \frac{1}{2}mV^2.$$

$$E_{\mathrm{k}}(t) \quad \frac{1}{2}mV^2 \quad e_{\mathrm{k}}(t) \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad \frac{1}{2}mu^2 \quad . \tag{29}$$

说明：**在相对于外力源速度为匀速 u 的参照系中观察，在外力源系中**，以速度 v **做曲线运动的质点的动能定义式的普遍形式为** $E_{\mathrm{k}}(t) \quad \frac{1}{2}mV^2 \quad e_{\mathrm{k}}(t) \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad \frac{1}{2}mu^2$. **或者说**，**在相对于外力源的所有不同匀速** u **的参照系中，质点的动能定义式都有相同的形式** $E_{\mathrm{k}}(t) \quad \frac{1}{2}mV^2 \quad e_{\mathrm{k}}(t) \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad \frac{1}{2}mu^2$. **在外力源系中运动质点的动能定义式** $e_{\mathrm{k}}(t) \quad \frac{1}{2}mv^2$ **是普遍形式在** $u \quad 0$ **时的特例**.**这一结论可在实际中直接使用**.

3 保守力场机械能

据 **1** 中的论述知，**在相对于保守力源速度为匀速** u **的参照系中观察，在保守力源系中，做曲线运动的质点的势能定义式**为：

$$E_{\mathrm{p}}(t) \quad e_{\mathrm{p}}(t) \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0. \tag{30}$$

据 **2** 中的论述知，**在相对于外部力源速度为匀速** u **的参照系中观察，在外部力源系中，做曲线运动的质点的动能定义式**为：

$$E_{\mathrm{k}}(t) \quad e_{\mathrm{k}}(t) \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad \frac{1}{2}mu^2 \quad . \tag{31}$$

所以**在相对于保守力源速度为匀速** u **的参照系中观察，在保守力源系中，做曲线运动的质点的机械能定义式**为：

$$E(t) \quad E_{\mathrm{k}}(t) \quad E_{\mathrm{p}}(t) \quad e_{\mathrm{k}}(t) \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad \frac{1}{2}mu^2 \quad e_{\mathrm{p}}(t) \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v} \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0 \quad e(t) \quad \frac{1}{2}mu^2 \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0.$$

即

$$E(t) \quad e(t) \quad \frac{1}{2}mu^2 \quad m\boldsymbol{u} \quad \boldsymbol{v}_0. \tag{32}$$

在相对于保守力源系和相对于该保守力源系速度为匀速 u **的参照系中的势能定义式**分别为：

$$\mathrm{d}w \quad \mathrm{d}e_{\mathrm{p}};\ e_{\mathrm{p}}(t) \quad e_{\mathrm{p}}(0) \quad w. \tag{33}$$

$$\mathrm{d}W \quad \mathrm{d}E_{\mathrm{p}};\ E_{\mathrm{p}}(t) \quad E_{\mathrm{p}}(0) \quad W. \tag{34}$$

在相对于外部力源系和相对于该外部力源系速度为匀速 u **的参照系中的动能定理式**分别为：

$$\mathrm{d}w \quad \mathrm{d}e_{\mathrm{k}};\ e_{\mathrm{k}}(t) \quad e_{\mathrm{k}}(0) \quad w. \tag{35}$$

$$\mathrm{d}W \quad \mathrm{d}E_{\mathrm{k}};\ E_{\mathrm{k}}(t) \quad E_{\mathrm{k}}(0) \quad W. \tag{36}$$

所以**在相对于保守力源系和相对于该保守力源系速度为匀速** u **的参照系中，动、势能**的**关系式**分别为：

$$\mathrm{d}e_{\mathrm{k}} \quad \mathrm{d}e_{\mathrm{p}};\ e_{\mathrm{k}}(t) \quad e_{\mathrm{k}}(0) \quad e_{\mathrm{p}}(0) \quad e_{\mathrm{p}}(t). \tag{37}$$

$$\mathrm{d}E_{\mathrm{k}} \quad \mathrm{d}E_{\mathrm{p}};\ E_{\mathrm{k}}(t) \quad E_{\mathrm{k}}(0) \quad E_{\mathrm{p}}(0) \quad E_{\mathrm{p}}(t). \tag{38}$$

参考文献：

1 漆安慎，杜婵英．普通物理学教程　力学[M]．北京：高等教育出版社，2005：132．

2 郑永令，贾起民，方小敏．力学[M]．北京：高等教育出版社，2002：159．

5/4/2017