

## 21. 匀速圆周运动物体机械能守恒问题新解

李胜姐

(青岛大学金家岭校区东院 山东青岛 266071)

**摘要:** 重新解答了匀速圆周运动物体的机械能守恒问题, 得出了在地面上和相对于地面做匀速运动的小车上, 匀速圆周运动物体机械能都守恒的新结论.

[李胜姐. 21. 匀速圆周运动物体机械能守恒问题新解. *Academ Arena* 2017;9(15s): 92-94]. (ISSN 1553-992X). <http://www.sciencepub.net/academia>. 21. doi:10.7537/marsaaj0915s1721.

**关键词:** 匀速圆周运动物体; 动能; 势能; 机械能守恒

**中图分类号:** O 313.1

**文献标识码:** A

质量为  $m$  的钢球 (视为质点), 在长为  $R$  的轻绳的牵制下, 在光滑水平地面上绕地面上的  $o$  点做匀速圆周运动, 有一小车相对于地面以恒速度值  $u$  沿光滑水平地面运动, 在忽略各种阻力时, 试问在地面 (地球质量视为充分大, 故稳定地保持为惯性系) 和小车上观察, 钢球的机械能是否守恒, 并说明理由.

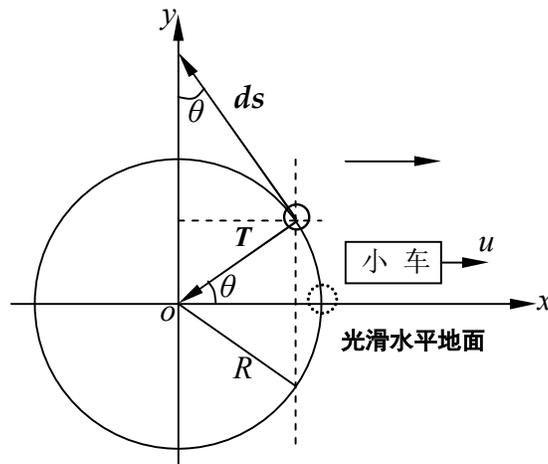


图 1 匀速圆周运动物体机械能守恒问题新解

**解:** 在**地面上观察**时, 以点  $o$  为坐标原点, 以过点  $o$  且平行于小车运动的方向为  $x$  轴正向, 建立平面直角坐标系如图 1 所示.

向心力  $J$  是保守力, 在静止系向心力势能为 0. 证明如下: 设  $o$  为极点, 射线  $ox$  为极轴,  $o$  到钢球的矢量  $r$  为极径,  $\theta$  为极角, 则有:

$$\int_0^s J ds = \int_0^s (-J) \cos \frac{\pi}{2} ds = \int_0^s 0 ds = 0(s=0) = 0 \quad 0 \quad 0 \quad s \quad 0.$$

$$\frac{v^2}{2}$$

定义  $0 \leq s \leq R$  为向心力  $J$  在  $s$  处的势能, 记做  $E_{pj}(s)$ , 则有  $E_{pj}(s) = 0 \leq s \leq R$ . 向心力势能只与位置  $s$  有关, 且满足势能的定义——“保守力做的功等于势能减少量”, 故**圆周运动物体受到的向心力是保守力**. 原因在于不考虑轻绳的形变, 约束力不是耗散力.

设在**地面上观察**时, 钢球从  $t=0$  时刻在  $x$  轴正向与圆周交点处开始沿圆周转动,  $t$  时刻转过的角度、线速度、动能、势能、机械能分别为:  $\theta, v, E_k(t), E_p(t), E(t)$ ; 在**小车上观察**时,  $t$  时刻的线速度、动能、势能、机械能分别为:  $v_1, E_{k1}(t), E_{p1}(t), E_1(t)$ ; 则在**地面上观察**时有:

$$E_k(t) = \frac{1}{2}mv^2; E_p(t) = 0; E(t) = E_k(t) + E_p(t) = \frac{1}{2}mv^2 + 0 = \frac{1}{2}mv^2.$$

所以，**在地面上观察**时，钢球的机械能守恒，守恒值为  $\frac{1}{2}mv^2$ 。

在**小车上观察**时：由物理学知识知道，在匀速圆周运动中旋转角是时间  $t$  的单值函数，因此也可以用旋转角表示机械能。

$$v_{1x} = v_x + u \sin \theta, \quad v_{1y} = v_y - u \cos \theta, \quad v_1^2 = v_x^2 + v_y^2 + u^2 + 2uv_x \sin \theta - 2uv_y \cos \theta$$

$$E_{1k}'(\theta) = \frac{1}{2}m \frac{d(v_1^2)}{d\theta} = \frac{1}{2}m \frac{d(v_x^2 + v_y^2 + u^2 + 2uv_x \sin \theta - 2uv_y \cos \theta)}{d\theta} = muv \sin \theta$$

$$E_{1p}(t) = E_{1p}'(\theta) = \int_0^\theta muv \cos \theta d\theta = muv \sin \theta$$

$$E_1(t) = E_{1k}(t) + E_{1p}(t) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mu^2 + muv \sin \theta = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mu^2 + muv \sin \theta$$

所以，**在小车系看来**，钢球的机械能守恒，守恒值为  $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mu^2$ 。当  $u=0$  时两个坐标系重合，守恒值相等，符合玻尔的对对应原理。

**定理：只有当质点受到的约束力是一个保守力时才可能做匀速圆周运动，此时约束力可以同时改变质点的动能和势能，但是不改变质点的机械能。**

有的力学教材中有这样一个实例——在一个相对于地面匀速上升的电梯底部静止放置一个物体（视为质点），在电梯内的观察者看来，没有任何力对质点做功，动能和势能（取电梯的底部为势能零点）均为 0，机械能守恒；在地面的观察者看来，电梯底部对于质点的支持力做功，动能不变，势能不断增加（取地面为势能零点），机械能不守恒。其实这种分析是错误的，在这里约束力也是一个保守力，重力势能不断增加，约束力势能不断减少，质点受到的合力为 0，总势能不变，因而机械能也不变，在这个问题中机械能守恒定律满足力学相对性原理。

说明：前面我们分析了单一一个保守力做功时，机械能守恒定律满足力学相对性原理，分为重力、弹力（弹簧弹力、匀速圆周运动的约束力）、万有引力，其实静摩擦力也是保守力<sup>[1]</sup>（因为静摩擦力在一个惯性系内不做功，在另一个惯性系内可能做功，我们也可以按照保守力来处理），斜面的支持力<sup>[2~3]</sup>、摆线的拉力、匀速圆周运动的约束力、理想流体的压力、弹性碰撞中的弹力以及浮力等，此时机械能守恒定律也满足力学相对性原理，我们不再分析，有兴趣的读者自己分析即可。文献[4]验证了约束力是一个保守力。

#### 参考文献：

- 1 赵凯华，罗蔚茵，新概念物理教程，高等教育出版社，2004 年第二版，113~114.
- 2 张翠. 斜面上下滑滑块机械能守恒问题新解. 物理通报, 2016(9): 115~117.
- 3 赵文桐, 刘文芳, 刘明成. 重力机械能守恒定律在各惯性系都成立[J]. 物理通报, 2015(3): 96~98.
- 4 李有为. 受光滑约束系统的机械能守恒问题. 郑州工学院学报, 1989 (9) : 91~94.

**Brand-new explanation of mechanical energy conservation of object moving in even speed around circle**

Li Shengda

(Jin Jialing campus of Qingdao university, Shandong, Qingdao 266071)

**Abstract:** It refurbished the issue of mechanical energy conservation of the object moving in uniform speed around circle, which straightforwardly led to conclusion, no matter we take reference frame of the earth itself or the cart moving in uniform speed to the earth, the mechanical energy of the object moving in uniform speed around circle is always conservative.

**Key words:** the object moving in uniform speed around circle; kinetic energy; potential energy; conservation of mechanical energy

5/4/2017