

14. 弹力机械能守恒定律在各惯性系都成立

李学生 (Li Xuesheng)

山东大学副教授, 理论物理教师, 中国管理科学院学术委员会特约研究员, 北京相对论研究联谊会会员, 中国民主同盟盟员 (作者为中国科学院高能物理所研究员)

xiandaiwulixue@21cn.com, 1922538071@qq.com

摘要: 论述了弹力机械能守恒定律在各惯性系都成立。

[李学生 (Li Xuesheng). 14. 弹力机械能守恒定律在各惯性系都成立. *Academ Arena* 2017;9(15s): 57-60]. (ISSN 1553-992X). <http://www.sciencepub.net/academia>. 14. doi:10.7537/marsaaj0915s1714.

关键词: 弹簧振子, 质点势能定义, 质点机械能定理, 质点机械能守恒定律

一、引言

文献[1]发表后引出三篇批评文章^{[2][3][4]}, 关于机械能守恒定律是否在各惯性系都成立的问题, 中国力学教学界已经争论了 50 多年^{[5][6][7]}, 现分析一下“弹力机械能守恒定律在各惯性系都成立”的问题。

二、弹力机械能守恒定律在各惯性系都成立

弹簧振子问题虽涉及弹簧 k 和小球 m , 但这并不是两个物体。力的大小、方向和作用点是力的三要素, 我们必须本质地看待力的作用点, 根据牛顿第二定律力必须作用在有质量的点上, 因此在研究弹簧振子和单摆问题中必须注意这个问题。在弹簧振子问题中, 一般不考虑弹簧质量 (如果考虑弹簧质量, 在各个惯性系机械能都不守恒, 也不是弹簧振子问题, 因为弹簧振子的定义就是忽略弹簧质量), 因此弹力的作用点是振子 (或者说小球), 而不是弹簧。不少人错误地认为弹力的作用点在弹簧, 才导致了这个问题争论了 30 多年, 弹簧振子问题类似于重力场, 我们一般不把地球对于重力场的作用力和重力场对于物体的作用力看做两个力重复计算, 这个问题类似于单摆问题中我们不把悬挂点对于摆线的作用力和摆线对于摆锤的作用力看做两个力, 因为摆线也不考虑质量。所以在弹簧振子问题中势能应该表述为振子的势能, 不要表述为弹簧的势能。关于功的定义曾经有两种说法---质点的位移与力的标量积、力的作用点与力的标量积, 如果考虑到力的作用点必须具有质量, 二者是一致的, 文献^[8]也认可“质点的位移与力的标量积”。

在地面参照系上观察时, 以小球的平衡位置为坐标原点, 以水平向右的直线 ox 为 x 轴, 建立直线坐标系如图 1 所示。

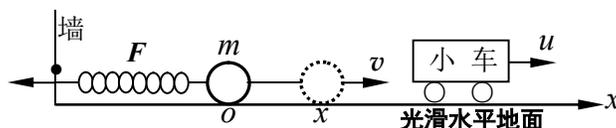


图 1 弹簧振动振子机械能守恒问题新解

地面系坐标原点选在弹簧无形变时原长处 $x=0$ 。弹簧左端固定在墙上, 再设 $t=0$ 时两坐标系原点重合, 此时小球处于 $x=A$ 处 (A 为小球振幅)。由此两坐标变换关系为伽利略变换,

$$\begin{cases} x = x' + ut \\ v = v' + u \\ a = a' \\ f = f' \end{cases}$$

小球在 $x=\pm A$ 间振动, 小球坐标 x 为 t 时刻弹簧形变量, x 为正时表示弹簧处于拉伸状态, x 为负时表示弹簧处于压缩状态。如此在地面系 $t=0$ 时小球的动能、势能、机械能分别为

$$E_k(0)=0, E_p(0) = \frac{1}{2} kA^2, E_k(0) + E_p(0) = \frac{1}{2} kA^2.$$

当 $t=0$ 时刻, 弹簧振子在小车系的动能、势能、机械能分别为 $E_k(t) = \frac{1}{2}mv^2$ (1)

$$dE_p(t) = f dx = kx dx = d\left(\frac{1}{2}kx^2\right), E_p(t) = \frac{1}{2}kx^2 + C.$$

将初始条件 $t=0$ 时, $x=A$, $E_p(0) = \frac{1}{2}kA^2$

代入上式得: $\frac{1}{2}kA^2 = E_p(0) = \frac{1}{2}kA^2 + C$, $C=0$, $E_p(t) = \frac{1}{2}kx^2$ (2)

$$E_p(t) = E_k(t) = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 = E \quad (3)$$

(3)式为地面系弹簧振子机械能守恒定律。

在小车系, 当 t 时刻, 弹簧振子在小车系动能、势能和机械能分别为

$$E'_k(0) = \frac{1}{2}m u^2, E'_p(0) = E_p(0) = \frac{1}{2}kA^2, E'_k(0) + E'_p(0) = \frac{1}{2}kA^2 + \frac{1}{2}m u^2.$$

当 t 时刻, 小球的动能、势能、机械能分别为

$$E'_k(t) = \frac{1}{2}m v'^2 = \frac{1}{2}m (\mathbf{v} \cdot \mathbf{u})^2 = \frac{1}{2}m v^2 + \frac{1}{2}m u^2 + m\mathbf{v} \cdot \mathbf{u} \quad (4)$$

$$E'_p(t) = \int_0^x dE = \int_0^x -f \cdot dx' = \int_0^x -f \cdot dx = \int_0^t f \cdot u dt = \frac{1}{2}kx^2 + \int_0^t \frac{mdv}{dt} \cdot u dt$$

$$= \frac{1}{2}kA^2 \cos^2 \omega t + m\omega u A \sin(\omega t) + \frac{1}{2}kx^2 + m\mathbf{v} \cdot \mathbf{u} \quad (5)$$

$$E'_p(t) = E'_k(t) = \frac{1}{2}m v^2 + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m u^2 = \frac{1}{2}kA^2 + \frac{1}{2}m u^2 = E + \frac{1}{2}m u^2 = E' \quad (6)$$

(6)式的得出即说明弹簧振子问题中弹力机械能守恒定律在小车系也成立。(6)式与(3)式比较说明弹力机械能守恒定律经伽利略变换形式不变, 弹力机械能守恒定律服从(满足)力学相对性原理, 弹力机械能守恒定律是伽利略(非洛伦兹)协变的。

(5)式才是惯性系中弹簧振子问题中弹性势能的一般公式, 在地面系 $\mathbf{u}=\mathbf{0}$ 公式退化为 $E_p = \frac{1}{2}kx^2$, 因

此现行的力学教材中的弹性势能公式 $E_p = \frac{1}{2}kx^2$ 在这个问题中不适用于小车系, 由于弹力场是稳定场, 因

此类似于重力势能我们认为弹性势能是小球的弹性势能, 不是弹簧的弹性势能。 $E(t) = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$, 如果这样表达弹性势能, 就可以看出弹性势能属于小球, 而不是属于弹簧。由于弹簧和小球连接在一起, 物理量之间存在着联系, 因此可以等效认为属于弹簧(因为弹簧忽略质量, 经典力学中我们一般认为势能属于质点, 不属于场)。势能是用保守力的功定义的, 是对于质点而言的, 对于没有质量的弹簧显然没有势能而言, 力学中所常讲的内势能就是两个质点的外势能, 在本题中由于地球的质量相对于小球质量巨大, 其能量变化甚微忽略, 这样就只有一个质点——小球。

一部科学发展史就是实验(实践)——理论——再实验——再理论——再实验(实践)的历史。北大的傅鹰老教授说,“实验是最高法庭”。重大自然科学理论的创建, 都是由于旧理论不能解释新的实验(观察)事实, 重新进行归纳, 建立新模型而发展起来的。

三、结语

1、文献[2]、[3]、[4]认为弹簧振子问题中机械能守恒定律在小车系不成立，这等于说他们仍然坚持“机械能守恒定律可以不服从力学相对性原理”。这种观点在中国力学教学界占主流地位已经超过五十多年^[9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16]。这些文献所以得不出“机械能守恒定律在各惯性系都成立”的根本原因，是由于他们论述问题所依据的功能原理是错误的。

现行的很多力学教科书的功能原理， $A_{\text{外力}} + A_{\text{非保守内力}} = (E_k + E_p) - (E_{k0} + E_{p0})$ (7)

由于(7)式没有引入外势能，将机械能守恒定律成立的条件 $A_{\text{非保守力}} = 0$ (系统不受任何非保守力的作用)，搞错为 $A_{\text{外力}} + A_{\text{非保守内力}} = 0$ (外力和非保守内力都不做功)。

正确的功能原理应为^{[17][18][19]}， $A_{\text{非保守力}} = (E_k + E_p) - (E_{k0} + E_{p0})$ (8)

(8)式和(7)式的区别只在于引入外势能，即把所有保守力的功都移到等号右边，等号左边只剩下非保守力的功。内势能具有伽利略变换的不变性，外势能不具有伽利略变换的不变性^[25]。只有保守力做功机械能守恒，这一点其实早已经取得了共识的，后来由于出现了这一场跨世纪的争论，才导致了多种描述，对于这个内容可以参考文献^{[20][21][22][23]}。

(8)式还给出了势能和机械能的定义，给出的机械能守恒定律成立的条件为 $A_{\text{非保守力}} = 0$ ，按照这个守恒条件，弹簧振子系统在地面系不受非保守力作用，因而机械能守恒。在小车系仍然不受非保守力作用，所以在小车系机械能守恒是必然的。

因此我们建议把(7)式从力学教科书中删除，用(8)式代替它的位置(值得一提的是漆安慎的力学从2005年的版本就已经这样做了)，并改称(8)式为机械能定理，因(8)式确实是定理而非原理，文献[24]即称功能原理为机械能定理。只有如此，这场跨世纪的争论才能圆满结束。

2、2009年第26届全国中学生物理竞赛复赛第三题第一小题的标准答案确实错了，建议力学教学界的专家教授进一步研讨这个习题，以期对于广大中学师生负责，认真思考文献[1]的思想，值得一提的是文献[26][27][28]的方法、结论与文献[1]也是相同的。

参考文献

- 1 李学生，师教民。对一道中学生物理竞赛试题答案的商榷。物理通报，2014(9)：119~120。
- 2 孟昭辉，运用机械能守恒定律解题的参照系问题——对“一道中学生物理竞赛试题答案的商榷”一文的不同意见。物理教师，2015(2)：94。
- 3 朱如曾。弹簧振子相对于运动惯性系的机械能不守恒——关于“对一道中学生物理竞赛试题答案的商榷”的商榷。物理通报，2015(4)：100~103。
- 4 郑金。对一道物理竞赛题的两种互异解答的探讨。物理通报，2015(7)：109~112。
- 5 熊秉衡。在不同惯性系中的机械能守恒定律，物理(原名《物理通报》)，1964(6)：261~264。
- 6 熊秉衡。“在不同惯性系中的机械能守恒定律”一文的更正与补充，物理(原名《物理通报》)，1965(3)：116~117
- 7 赵佩章，赵文桐等。机械能守恒定律满足相对性原理。河北师范学院学报(自然科学版)，1997(2)
- 8 蔡伯濂。关于讲授功和能的几个问题，工科物理教学，1981(1)，7~13。
- 9 蔡伯濂。大学物理编辑部。关于力学相对性原理与机械能守恒的来稿综述。大学物理，1994(1)。
- 10 高炳坤。大学物理编辑部。机械能守恒定律和相对性原理。大学物理，1999(1)。
- 11 高炳坤。“机械能守恒定律是否遵从力学相对性原理”辨。大学物理，2000(2)。
- 12 朱如曾。相对性原理及其对自然界定律的协变性要求——机械能守恒定律协变性疑难的解答。大学物理。2000(2)：15~19, 26。
- 13 喀兴林。编者的话。大学物理，2000(2)。
- 14 朱如曾。相对性原理对普遍定律和非普遍定律参考系变换性质的不同要求——关于协变性疑难的进一步讨论。大学物理，2002(3)：19~23。
- 15 赵凯华。编者的话。大学物理，2002(3)。
- 16 高炳坤。用伽利略变换审视牛顿力学，2010(6)：1~3。
- 17 赵景员，王淑贤。力学，北京。人民教育出版社，1979年版
- 18 李力。谈机械能守恒定律的正确表述。物理通报，2007(3)：21~22。
- 19 刘文芳，刘明成。关于功能原理之来源之探索。吉林师范大学学报(自然科学版)，2007(1)。
- 20 费恩曼。新千年版物理学讲义(第一卷)，148页。

- 21 朗道。力学（第五版），高等教育出版社，13 页。
- 22 费恩曼。新千年版物理学讲义（第一卷），149 页。
- 23 漆安慎、杜婵英原著包景东修订。力学（第三版 2010），高等教育出版社，139 页。
- 24 管靖。力学相对性原理与机械能大学物理，1991（11）。
- 25 张景春，韩淑梅。浅析物体系的势能，辽宁大学学报，1989（4）：33~36。
- 26 冯伟。机械能守恒定律与参照系一对力学中一个问题的讨论。承德民族师专学报，1986(4)。
- 27 胡世巧、张务华、张凤云，牛顿力学的数学系统和力学相对性原理。河南师范大学学报（自然科学版），36~39。
- 28 刘敏，孙皆宜。再论机械能守恒。牡丹江教育学院学报，2005（5）：26，34。

5/4/2017