

13. 答《对一道物理竞赛题的两种互异解答的探讨》

李学生 (Li Xuesheng)

山东大学副教授, 理论物理教师, 中国管理科学院学术委员会特约研究员, 北京相对论研究联谊会会员, 中国民主同盟盟员 (作者为中国科学院高能物理所研究员)

xiandaiwulixue@21cn.com, 1922538071@qq.com

摘要: 说明了论文《对一道物理竞赛题的两种互异解答的探讨》错误。

[李学生 (Li Xuesheng). 13. 答《对一道物理竞赛题的两种互异解答的探讨》. *Academia Arena* 2017;9(15s): 51-56]. (ISSN 1553-992X). <http://www.sciencepub.net/academia>. 13. doi:[10.7537/marsaaj0915s1713](https://doi.org/10.7537/marsaaj0915s1713).

关键词: 物理竞赛试题, 弹簧振子, 动能, 势能, 机械能守恒

中图分类号: O 313.1 **文献标识码:** A

《物理通报》2015 年第 7 期发表了辽宁省凌源市职教中心高级讲师, 中国物理学会终身会员, **中国青年教师协会**终身会员、荣誉理事, **中国管理科学研究院学术委员会特邀研究员郑金**先生评论我们的论文《对一道中学生物理竞赛试题答案的商榷》^[1]的稿件《对一道物理竞赛题的两种互异解答的探讨》(简称为**郑文**)。郑文中评论的**解法 2**就是我们的论文《对一道中学生物理竞赛试题答案的商榷》中的方法, 所以我们仅回应**郑文对解法 2**的评论如下:

1)郑文说的【 $E'_p(t)$ **关系式**不是弹簧的弹性势能, 而是由弹簧、小球和墙壁所组成系统的弹性势能】无法让人们认定是正确的。事实上, 这句话的后半句是**错误的**, **理由如下**: 我们的论文中的 $E'_p(t)$ **关系式**

$$E'_p(t) = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t) - m\omega u A \sin(\omega t)$$

的确【不是弹簧的弹性势能】, 但也不是【由**弹簧、小球和墙壁**所组成系统的弹性势能】。而是由**弹簧和小球组成的小车系**中的**弹簧振子体系**的**弹力势能**。它是据**小车系**中的**势能定义**的微分式 $f' dx'$

$dE'_p(t)$ (即**保守力弹力对小球做的功等于小球的弹力势能的减少量**)用微积分运算推导出来的: **小车系**中小球受的弹力为 $f' = -kx'$ **保守力**。 dx' 是**小车系**中小球的位置的微分变化量或弹簧的微分形变量。据功的定义, $f' dx'$ 是**小车系**中小球受到的**保守力弹力**对小球做的微分功的负值。 $dE'_p(t)$ 是**小车系**中小球的**弹力势能**[也是**弹簧振子体系**的**弹力势能**, 其理由见后边的 3)中⑤]的微分增量, 故 $dE'_p(t) = -f' dx'$ 也是

小车系中的**小球**或**弹簧振子体系**的**势能定义**。 $dE'_p(t) = -f' dx'$ 为什么正确? **力学相对性原理**告诉我们: **一切力学定律在所有的惯性系中都有相同的形式**。**小车系**也是所谓的惯性系, 所以**小车系**中的**势能定义**

$dE'_p(t) = -f' dx'$ 就**正确**了, 所以我们用该**定义**推导出来的关系式 $E'_p(t) = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t) - m\omega u A \sin(\omega t)$

也就**正确**了。这也说明了郑文说的【对于**解法 2**, 把 $E'_p(t)$ 视为由**弹簧和小球组成系统**的弹性势能是不确切的】这句话**错误**。

2)郑文说: 【由于在运动参考系中, 弹簧对小球的弹力不是保守力, 所以小球对弹簧所做的功不是二体系统的弹性势能。再者, 弹簧的弹性势能只与自身的形变量有关, 不应随参考系而变化, 即为 $E_p(t)$

$$\frac{1}{2} kA^2 \cos^2 \omega t。】$$

郑文说的【由于在运动参考系中, 弹簧对小球的弹力不是保守力】无法让人们认定是正确的。事实上,

这句话也是错误的，理由为：据简谐振动知 $x = A \cos(\omega t)$, $\cos(\omega t) = \frac{x}{A}$, $\omega t = \arccos \frac{x}{A}$, $t = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{x}{A}$
 (x) 。据伽利略变换有 $x' = x - ut$, $x = x' + ut$, $x = u(x) + \theta(x)$, 故 $x = \alpha(x')$, 所以 $dW' = f' dx' = f(dx' + u dt)$
 $udt) = kx dx - kuA \cos(\omega t) dt$,

$$W' = \frac{1}{2} k A^2 - \frac{1}{2} k x^2 - m u \omega A \sin(\omega t) = \frac{1}{2} k A^2 - \frac{1}{2} k \alpha^2(x') - m u \omega A \sin\{\omega [\alpha(x')]\} \beta(x').$$

故在**小车系**中 f' 做的功 W' 仅与位置 x' 有关，故**弹簧对小球**的弹力是**保守力**。故郑文说【弹簧对小球的弹力不是保守力】就错了。

郑文从开头起的第2段中说：【【题目】一质量为 m 的小球与一劲度系数为 k 的弹簧相连组成**一体系**，置于光滑水平桌面上，弹簧的另一端与固定墙面相连，小球做一维自由振动。试问：在一沿此弹簧长度方向以速度 u 做匀速运动的参考系里观察，**此体系**的机械能是否守恒，并说明理由。】根据大家讨论的这道物理竞赛题中的论述，该题是求**弹簧振子体系**的**弹性势能**，不是求**二体系统**的**弹性势能**，所以郑文说的【小球对弹簧所做的功不是二体系统的弹性势能】与大家讨论的这道物理竞赛题无关。

3)郑文说：【由伽利略变换及不变性可知 $x'_0 = x_0 - ut$ ut

$$f = f' = f_{\text{墙}} = f'_{\text{墙}} = k(x' - x'_0)$$

墙壁和小球对弹簧的弹力所做的总功为

$$dW' = f'_{\text{墙}} d(x'_0 - l_0) = f' dx' = f' dx'_0 = f' dx'$$

即弹性势能的增量为 $dE'_{\text{p 弹}} = f' d(x' - x'_0)$

$$\text{所以弹簧的弹性势能为 } E'_{\text{p 弹}} = \frac{1}{2} k (x' - x'_0)^2 = \frac{1}{2} k x^2$$

这表明，弹簧所受的一对弹力在恒速参考系中是保守力，做功的多少与路径无关，只与弹簧两 endpoints 的位置有关。

由 $dE'_{\text{p 弹}} = f' d(x' - x'_0)$ 可知 $dE'_{\text{p 弹}} \neq f' dx'$ 且有等式

$$f' dx' = dE'_{\text{p 弹}} + f' dx'_0$$

这表明，由弹簧、小球和墙壁所组成系统的弹性势能等于弹簧的弹性势能与弹簧对墙壁所做的功之和。】对于郑文说的这段话（记做 A），我谈 6 条意见如下：

①郑文的公式 $x'_0 = x_0 - ut$ ut 中的 x'_0 是什么？郑文没有说明。因此郑文的公式 $x'_0 = x_0 - ut$ ut 是否正确？人们就不知道了。人们不知道是否正确的公式是无法证明我们的论文错误的。

我们推理：因为郑文的公式 $x'_0 = x_0 - ut$ ut 中的 $x_0 = 0$ ，且据符号的约定， x_0 是小球在**地面系**中的原点处的坐标，所以，据符号的约定， x'_0 应是**小球在小车系**中的原点处的坐标。如果真是这样，那么也应有 $x'_0 = 0$ ，所以郑文得出 $x'_0 = x_0 - ut$ ut 就错了。

②郑文说的这段话 A 与朱如曾先生在《物理通报》2015 年第 4 期上发表的论文《**弹簧振子相对于运动惯性系的机械能不守恒——关于〈对一道中学生物理竞赛试题答案的商榷〉的商榷**》（简称为朱文）中的一段话雷同。朱文中已经说清 x'_0 是**地面系**中的**坐标原点**于 t 时刻在**小车系**中的坐标（注意： x'_0 的右下标是 o 而非 0 ），所以 $x'_0 = x_0 - ut = 0 - ut = -ut$ 。我们已说明 x' 是**小球**于 t 时刻在**地面系**中的位置在**小车系**中的坐标，故 $x' = x - ut$ 。所以 $x' - x'_0 = x - ut - (-ut) = x$ 。如果郑文的 x'_0 就是朱文的 x'_0 的话，那么郑文说的【即弹性势能的增量为

$dE'_{p_{\text{弹}}} = f' d(x' - x'_0) = f dx = dE_{p_{\text{弹}}}$], 所以弹簧的弹性势能为 $E'_{p_{\text{弹}}} = \frac{1}{2} k(x' - x'_0)^2 = \frac{1}{2} kx^2$ [$E_{p_{\text{弹}}}$]

就错了。正确的是：弹簧和小球组成的弹簧振子体系的弹力势能为

$$dE'_{p_{\text{弹}}} = f' dx' = f d(x - ut) = kx dx = m\omega A \cos(\omega t) d(\omega t),$$

$$E'_{p_{\text{弹}}} = \frac{1}{2} kx^2 = m\omega A \sin(\omega t) \neq \frac{1}{2} kx^2 = E_{p_{\text{弹}}}.$$

现说明理由如下： $E'_{p_{\text{弹}}} \neq E_{p_{\text{弹}}}$ 是显然的，因为在地面系和小车系中弹力对小球做的功不同，做功的负值也不同，据势能定义知，小球或弹簧振子体系的弹力势能也不同，即 $E'_{p_{\text{弹}}} \neq E_{p_{\text{弹}}}$ 。所以郑文和朱文算出的 $E'_{p_{\text{弹}}} = E_{p_{\text{弹}}}$ 是错误的。再说，直接用 x 计算就是了，何必利用 x' 或 x'_0 去计算呢？

③郑文说的【 $f' = f_{\text{墙}} = f'_{\text{墙}} = k(x' - x'_0)$ 】及【墙壁和小球对弹簧的弹力（该二力同时施与弹簧）所做的总功为

$$dW' = f'_{\text{墙}} d(x'_0 - l_0) + f' dx' + f' dx'_0 = f' dx'$$

$$\text{即弹性势能的增量为 } dE'_{p_{\text{弹}}} = f' d(x' - x'_0)$$

$$\text{所以弹簧的弹性势能为 } E'_{p_{\text{弹}}} = \frac{1}{2} k(x' - x'_0)^2 = \frac{1}{2} kx^2 \text{】}$$

这段话是错误的，理由为：首先，小球拉弹簧的力 f' 和墙壁拉弹簧的力 $f'_{\text{墙}}$ 虽然大小相等但是方向相反，故 $f' = -f'_{\text{墙}}$ 才正确。所以郑文说【 $f' = f'_{\text{墙}} = f'_{\text{墙}} = k(x' - x'_0)$ 】就错了。再者，既然 $f'_{\text{墙}}$ 和 f' 大小相等，那么在 $f'_{\text{墙}}$ 和 f' 同时向左右拉弹簧时，各自造成弹簧的形变量必相等，即必有 $d(x'_0 - l_0) = dx'$ 。所以郑文和朱文的 $d(x'_0 - l_0) = dx'_0 \neq dx'$ 就错了。所以郑文和朱文得出的：【 $dW' = f'_{\text{墙}} d(x'_0 - l_0)$

$f' dx' + f' dx'_0 = f' dx'$ 以及 $dE'_{p_{\text{弹}}} = f' d(x' - x'_0)$, $E'_{p_{\text{弹}}} = \frac{1}{2} k(x' - x'_0)^2 = \frac{1}{2} kx^2$ 】也就都错了。这也证明了郑文和朱文在上述②中的 $E'_{p_{\text{弹}}} = E_{p_{\text{弹}}}$ 错误。

④郑文在前边说：【在运动参考系中，弹簧对小球的弹力不是保守力】，在后边又说：【弹簧所受的一对弹力在恒速参考系中是保守力】，这两句话是否相矛盾？

⑤从郑文的第2段中说到的【题目】里知道，大家讨论的那道物理竞赛题是求弹簧和小球或振子组成的弹簧振子体系的机械能是否守恒，不是求不包含小球或振子在内的弹簧的势能是否守恒。但是郑文却说：【在墙壁和小球对弹簧的弹力所做的总功为

$$dW' = f'_{\text{墙}} d(x'_0 - l_0) + f' dx' + f' dx'_0 = f' dx' \text{】}。$$

所以，郑文只求【墙壁和小球对弹簧的弹力所做的总功】、即只求弹簧的势能而不求包括小球或振子在内的弹簧振子体系的势能就不合题意了，就答非所问了，因此也就错误了。

再说，凡是力移动物体做功时，物体必须视为质点，故必须有质量。在研究弹簧振子的机械能时，把弹簧视为质量为0的轻质弹簧且不能视为质点已经成为常识，我们的论文中也做了专门的说明，因此就不能再说对弹簧做功了，所以郑文又说【墙壁和小球对弹簧的弹力所做的总功】就错了。

因为忽略了弹簧的质量，所以弹簧振子系统就只剩下小球或振子这一个质点了。因此研究弹簧振子系统的机械能只能研究质点小球或振子的动能和势能、而不能再研究弹簧的动能和势能了。事实上，弹簧振子系统的弹力势能也就是质点小球或振子的弹力势能。例如，文献[2]在第164页上说：“这个质点在弹力作用下相对于平衡位置具有转换成其他运动形态的一定‘能力’，称为质点在弹力作用下相对于平衡位置的弹性势能，以 E_p 表示：

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2. \quad (\quad)"$$

上述这段分析也说明郑文不求小球或振子或者弹簧振子体系的势能、只求不包括小球或振子在内的弹簧的势能就不合题意了，就答非所问了，因此也就错误了。

⑥人们从郑文的第2段说到的【题目】和上述⑤里的分析中已经知道，大家讨论的那道物理竞赛题是求弹簧振子系统或小球的机械能。可是郑文却说：【由 $dE'_{p_{\text{弹}}} = f' dx'$ 可知

$$dE'_{p_{\text{弹}}} = f' dx'$$

且有等式

$$f' dx' = dE'_{p_{\text{弹}}} = f' dx'_0$$

这表明，由弹簧、小球和墙壁所组成系统的弹性势能等于弹簧的弹性势能与弹簧对墙壁所做的功之和。】

这说明郑文认为：由弹簧、小球和墙壁所组成系统的弹性势

能是 $\int f' dx'$ (弹簧的弹性势能) $\int f' dx'_0$ (弹簧对墙壁所做的功)，而大家讨论的那道物理竞赛题要求求弹簧、小球组成的系统——弹簧振子系统或小球的势能。因此郑文所求的势能不合题意，

答非所问，因此错误。其错误就是把弹簧对墙壁所做的功($\int f' dx'_0$)强行拉进弹簧振子系统或小球的势能中了，纠正郑文的错误后弹簧振子系统或小球的势能就成为

$$f' dx' = dE'_{p_{\text{弹}}} \text{或} dE'_{p_{\text{弹}}} = f' dx',$$

因此也就正确了，同时也与我们的论文中的答案相同了。

4)郑文说：【当弹簧处于拉伸状态时，受到墙壁的作用力方向向左，而弹簧的固定端点在匀速运动的参考系中运动方向向左，因此做正功，由于相对于地面的速度大小为

$$v = \omega A \sin(\omega t),$$

利用“借物传功”的结论可知墙壁作用力对小球间接做的功为

$$W = \mu v = \mu \omega A \sin(\omega t) \quad (W \text{ 违反符号约定, 应为 } W')$$

也可视为墙壁对弹簧所做的功，那么弹簧弹力对墙壁所做的功为

$$W' = -\mu \omega A \sin(\omega t) \quad (W' \text{ 违反符号约定, 应为 } W')$$

由于墙壁的动能保持不变，所以由弹簧、小球和墙壁组成系统的机械能始终守恒。

原题中的由弹簧和小球组成系统的机械能应为

$$E'(t) = E'_p(t) + E'_k(t) = \frac{1}{2} k A^2 - \mu \omega A \sin(\omega t) + \frac{1}{2} m u^2 = \frac{1}{2} k A^2 - \mu \omega A \sin(\omega t) + \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t)$$

由于在式中含有速度 v 不是常数，因此在运动参考系中由弹簧和小球组成系统的机械能不守恒。】

对于郑文说的这段话，我谈4条意见如下：

①郑文说的【由于相对于地面的速度大小为 $v = \omega A \sin(\omega t)$ 】是错误的。理由为：任何速度的大小都恒为正， $\sin(\omega t)$ 有正有负而不恒为正，所以郑文错误。事实上，速度 v 是小球相对于地面系的振动速度，不论在什么情况下，都有 $v = \omega A \sin(\omega t)$ ，我们的论

$$\frac{dx}{dt}$$

文中已有证明： $v = \frac{dx}{dt} = \omega A \sin(\omega t)$ ； v 的大小为 $|v| = |\omega A \sin(\omega t)|$ 。

由于郑文的这条错误，使得郑文在这段中的公式

$$W = \mu v = \mu \omega A \sin(\omega t) \quad (W \text{ 违反符号约定, 应为 } W')$$

出现了错误，错误为 μv ，正确的应为 $-\mu v$ 。也使得公式

$$E'(t) = E'_p(t) + E'_k(t)$$

$$\frac{1}{2} k A^2 \quad m \omega u \text{Asin}(\omega t) \quad \frac{1}{2} m u^2 \quad \frac{1}{2} k A^2 \quad m \omega u v \quad \frac{1}{2} m u^2$$

出现了**错误**，**错误**为 $m \omega u v$ ，正确的应为 $m u v$ 。

②郑文说的【利用“借物传功”的结论可知墙壁作用力对**小球**间接做的功为 $W = m u v + m \omega u \text{Asin}(\omega t)$ 】**错误**，**理由**为：

弹簧**左端**的弹力 $f'_{\text{左}}$ 首先作用在**弹簧固定作用点C即弹簧圈**上，故C施力于墙壁，墙壁对C的反作用力 $f'_{\text{墙}}$ 作用在C上。因为**弹簧圈C**做匀速运动，故 $f'_{\text{墙}} = f'_{\text{左}}$ ，所以 $f'_{\text{墙}}$ 和 $f'_{\text{左}}$ 在**点C**处就作为平衡力而抵消，所以 $f'_{\text{墙}}$ 根本就加不到**小球**上，所以 $f'_{\text{墙}}$ 对**小球**不做功。对**小球**做功的是弹簧**右端**对**小球**的弹力 f' 。而且按照功的定义，弹簧**右端**对**小球**的弹力 f' 对**小球**做的功为

$$dW = f' dx = f (dx - u dt) = f dx - f u dt = k x dx - k u A \cos(\omega t) dt,$$

$$W = \frac{1}{2} k A^2 - \frac{1}{2} k x^2 - m \omega u \text{Asin}(\omega t) \neq m \omega u \text{Asin}(\omega t) + m u v.$$

郑文可能说：【在**小车系**中观察，**弹簧的固定端点C**有位移量 $u dt$ ，受到的墙壁力 $f'_{\text{墙}} = f$ ，故墙壁力通过**固定端点C**在位移量 $u dt$ 上对**小球**做微分功 $dW = f (u dt) = f u dt = k u A \cos(\omega t) dt$ ，所以

$W = m \omega u \text{Asin}(\omega t) + m u v$ 。】但是，弹簧**左端**对墙壁的弹力 $f'_{\text{左}}$ 也

同样通过**固定端点C**在位移量 $u dt$ 上对**小球**做功，且因**C点**做**匀速**运动而**说明** $f'_{\text{墙}}$ 和 $f'_{\text{左}}$ 大小相等、方向相反，所以 $f'_{\text{墙}}$ 和 $f'_{\text{左}}$ 通过**C点**在位移量 $u dt$ 上对**小球**做的功也大小相等、正负不同而抵消，故就不能“借物传功”了，也无墙壁对**小球**间接做的功了。

③郑文说的【原题中的由弹簧和**小球**组成系统的机械能应为

$$E'(t) = E'_{\text{p}}(t) + E'_{\text{k}}(t) = \frac{1}{2} k A^2 \quad m \omega u \text{Asin}(\omega t) + \frac{1}{2} m u^2 = \frac{1}{2} k A^2 \quad m \omega u v + \frac{1}{2} m u^2 \quad \text{】}$$

只是喊了一句口号，没有说明理由，所以无法让人们认定是正确

的。事实上，这句话也是**错误的**，**理由**为：原题中的由**弹簧和**小球**组成的系统**叫做**弹簧振子体系**，我们在3)中⑤里已经说明**弹簧振子体系的机械能**就是**小球的机械能**，所以题中的由**弹簧和**小球**组成的系统的机械能** $E'(t)$ 只应为**弹簧弹力**对**小球**做功而产生

的**势能** $E'_{\text{p}}(t)$ 和**小球的动能** $E'_{\text{k}}(t)$ 之和，不包括**弹簧弹力对墙壁做功** $W' = m \omega u \text{Asin}(\omega t)$ 而产生的**势能** $E'_{\text{墙势}} = m \omega u \text{Asin}(\omega t)$ ，郑文把 $E'_{\text{墙势}} = m \omega u \text{Asin}(\omega t)$ 强行拉进**弹簧振子体系**或**小球的机械能**后的 $E'(t)$

$E'_{\text{p}}(t) + E'_{\text{k}}(t) + \frac{1}{2} k A^2 \quad m \omega u \text{Asin}(\omega t) = \frac{1}{2} m u^2$ 就错了。清除 $E'_{\text{墙势}} = m \omega u \text{Asin}(\omega t)$ 后的 $E'(t) = \frac{1}{2} k A^2 + \frac{1}{2} m u^2$ 才正确。

在**小车系**测量，设墙壁和地球的**总**质量为 M ，则因为墙壁的速度为 u 而使得墙壁的动能为 $E'_{\text{墙动}} = \frac{1}{2} M (u)^2 = \frac{1}{2} M u^2$ ，可见**墙壁的动能是非常大**的。既然郑文已把 $E'_{\text{墙势}}$ 拉进了**弹簧振子体系的机械能**中，那么也应该把 $E'_{\text{墙动}}$ 拉进**弹簧振子体系的机械能**中。事实上郑文未将 $E'_{\text{墙动}}$ 拉进**弹簧振子体系的机械能**中肯定是因为郑文也认为将 $E'_{\text{墙动}}$ 拉进**弹簧振子体系的机械能**中**错误**，那么同理，把 $E'_{\text{墙势}}$ 拉进**弹簧振子体系的机械能**中也**错误**。

④郑文说：【一般来说，机械能守恒是指整个过程中的各个时刻对应的机械能总量始终保持不变，如果将某一过程中只有两个时刻对应的机械能总量相等也称为机械能守恒，那么该题还有其他解法，现探讨如下。】

郑文说的【机械能守恒是指整个过程中的各个时刻对应的机械能总量始终保持不变】这句话很正确，但是郑文说的【如果将某一过程中只有两个时刻对应的机械能总量相等也称为机械能守恒】就错了。因为第3, 4, ..., n , ...+ ∞ 个时刻对应的机械能总量不相等时机械能就不守恒了。事实上，只要有两个时刻对应的机械能总量不相等机械能也就不守恒了。所以郑文说的【那么该题还有其他解法，现探讨如下】中的其他解法就肯定错误了。

参考文献:

- [1] 李学生，师教民。对一道中学生物理竞赛试题答案的商榷[J]。物理通报，2014,9:119 120。
- [2] 梁绍荣，刘昌年，盛正华。第一分册：力学力学[M]。北京：高等教育出版社，1987:164。
- [3] 张景春，韩淑梅。浅析物体系的势能[J]。辽宁大学学报 自然科学版，1989,4:33 34。
- [4] 王立，张成华。机械能守恒定律具有伽利略变换不变性[J]。吉林师范大学学报 自然科学版，2004,3:95 96。
- [5] 刘一贯。关于机械能守恒定律的协变性[J]。华南师范大学学报（自然科学版），1985,1:155 157。
- [6] 袁芳，朱炯明。功、动能和机械能[J]。物理教学，2012,9:7。
- [7] 李卫平，罗洁。注意力的保守性与参照系的关系[J]。中学物理，2013,3:42。

An Answer to the discuss on two kinds of mutual difference solutions of a physics contest question

Abstract: Illustrate that the discuss on two kinds of mutual difference solutions of a physics contest question is wrong.

Key words: the physics contest question; a spring oscillator; kinetic energy; potential energy; conservation of mechanical energy

5/4/2017