

现代物理学基础的思考之三：质量概念的发展历程

李学生 (Li Xuesheng)

山东大学副教授，理论物理教师，中国管理科学院学术委员会特约研究员，北京相对论研究联谊会会员，中国民主同盟盟员（作者为中国科学院高能物理所研究员）

xiandaiwulixue@21cn.com, 1922538071@qq.com

摘要(Abstract): 物理学是科学的基本学科。本文章分析探讨了现代物理学的重要问题，质量，供参考。

[李学生 (Li Xuesheng). 现代物理学基础的思考之三：质量概念的发展历程。 *Academ Arena* 2017;9(13s):187-200].(ISSN 1553-992X). <http://www.sciencepub.net/academia>. 3. doi: [10.7537/marsaaj0913s1703](https://doi.org/10.7537/marsaaj0913s1703).

关键词(Keywords): 质点；电荷；引力；电力；空间；方程；质量

第一章质量概念的提出

1、经典力学中质量概念的提出

以牛顿第二定律所表现出的质量称为惯性质量。定义是给概念规定界限的判断，而定律是几个概念之间彼此的本质联系，它所反映的是客观规律。牛顿第二定律正是这样的客观规律，它所反映的是力、质量和加速度这三者之间的本质联系。实际上，人们所以能总结出牛顿第二定律，就是因为人们预先就对力、质量和加速度这三个物理量的概念和测量方法已经有所掌握，然后才能通过实验找出它们之间的内在联系。也就是说，质量的概念及测量方法并非来源于第二定律，而是先于这个定律。第二定律建立过程的历史事实正是如此，早在牛顿第二定律建立之前，人们（包括牛顿）已经用“物质之量”给质量下了定义，并已凭经验知道了通过比较重量来量度质量的方法。牛顿在其著作中说：“物质的量是质的量度，可由其密度与体积求出。”然而，质量没有定义之前又那来的密度？显然，牛顿这个定义等于没有说。“物质的量”往往是指物质多少或物质数量一类的东西，由相对性原理的制约，物质多少这样一个概念本身无法再进一步给以定义，物质的概念被认为是不说自明的。正是这个原因，在牛顿力学中寻找不到“物质的量”与惯性质量之间的任何联系，使得“物体所含物质越多，物体惯性越大”这条经验定律一直游离于物理学之外。也正是这个原因，物理学上的质量除了牛顿定律所赋予它的意义外不再有别的意思，质量乃是阻挠速度变化的量度。这又要回到用定律来定义质量上来，让人很不满意。

2、横向质量与纵向质量问题

约瑟夫·汤姆孙在 1881 年承认一个带电的物体比一个没有带电的物体更难加速，因此静电能量表现成某种电磁质量，增加了物体的机械质量。之后威廉·维恩（1900）和 Max Abraham（1902）认为一个物体的总质量与它的电磁质量相同。因为电磁质量取决于电磁能量，维恩所提出的质能关系是 $m = (4/3)E/c^2$ 。

George Frederick Charles Searle 和汤姆孙也指出，电磁质量随着物体的速度而增加。亨德里克·洛伦兹在他的洛伦兹以太理论的框架中承认这个说法。他将质量定义成所用力与加速度的比值而不是动量与速度的比值，因此他必须区分横向质量（ $\gamma^3 m_0$ ）（当物体运动的方向与加速度相同或相反）和纵向质量（ γm_0 ）（当物体运动的方向与加速度垂直）。只有当加速度与物体运动的方向垂直时，洛伦兹的质量才会等于现在被称作相对论性质量的质量。

$\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ 是洛伦兹因子， v 是物体与以太的相对速度， c 是光速。因此，根据这一理论没有物体可以到达光速，因为物体的质量将趋于无限大。而对于一个具有非零静质量的粒子在 x 方向运动时所受到的作用力和加速度的准确表达是：

$$\begin{aligned} f_x &= \gamma^3 m_0 a_x, \\ f_y &= \gamma m_0 a_y, \\ f_z &= \gamma m_0 a_z. \end{aligned}$$

爱因斯坦在他 1905 年的论文中计算了横向质量和纵向质量，在他第一篇关于 $E = mc^2$ 的论文中（1905）， m 所代表的是现在认为的静质量。

在狭义相对论中，就像洛伦兹以太理论，一个静质量非零的物体无法以光速运动。当物体趋近于光速时，它的能量和动量将无限制的增加。

横向质量和纵向质量被相对论性质量的概念取代。Richard C. Tolman 在 1912 年表示 $m_0(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ 最适合用来表示运动物体的质量。

在 1934 年，Tolman 也定义相对论性质量为：
$$m = \frac{E}{c^2}$$
，这一定义对于所有粒子都适用，包括了以光速运动的粒子。

对于以低于光速运动的粒子，即具有非零的静质量的粒子，这方程变成 $m = \gamma m_0$ ，当相对速度为零时， γ 将等于 1。当相对速度趋近光速时， γ 将趋近无限大。

在动量的方程中 $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ ， m 所代表的质量是相对论性质量。

牛顿第二定律以 $\mathbf{f} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt}$ 的形式表达仍然正确。但 $\frac{dm}{dt}$ 并不是零，因为相对论性质量是速率的函数，因此牛顿第二定律不能以 $\mathbf{f} = m\mathbf{a}$ 来表示。

第二章电磁质量概念的引入与发展

1、质量概念的发展

物理学家海森堡说：“为了理解现象，首要条件是引入适当的概念，我们才能真正知道观察到了什么。”

在 17、18 世纪之际，物理学已经发展为以拉普拉斯为代表的、把力学视为物理学基础的“牛顿范式”，以傅里叶为代表的研究热、光、电磁现象的“非牛顿范式”两大学派。

最早提出量纲理论的傅里叶就主张“物体的可量度的热效应的三个量 k 、 h 、 c 就都只涉及长度、时间、温度 3 个单位，重量单位可以省去”；1887 年黑格姆出版的《能论》中主张“精密科学不必要引入有关原子假说的物理量，只应该使用能量、压力、温度等直接可观测的物理量来记述”；奥斯特瓦尔德发现催化现象不能用原子论解释后，于 1893 年出版的《普通化学》中阐述了他的能量世界图像，“认为世界上一切现象都只是由于空间和时间中的能量的变化构成的，因此这三个量可以看做是最普遍的基本概念，一切能计量观察的事物都能归结为这些事物”。

后来牛顿被称为“近代物理学鼻祖”的原因，就把质量 M 、长度 L 、时间 T 定为量纲式中三个最基本的物理量。

在经典物理学理论中，长度 L 、时间 T 被认为是描述运动的“参量”，并不具有实质性的物理学意义；现代物理学已经根据“质能等价”的关系，在使用能量的单位 eV 逐渐取代质量的单位 kg 。（笔者注：现代物理学中的 eV 主要指电磁质量的能量，这正说明引力质量与电磁质量具有等价性。）

对宇观世界而言，质量 M 并不具有任何物理学意义：开普勒第三定律的数学表达式为 $R^3/T^2=K$ ，这个公式的物理学内涵是，任何一个天体的轨道运行，都只跟使用量纲式中 L 、 T 表述的空间结构 $R^3/T^2=K$ 相关，而跟星体的质量 M 没有关系。

航天实践告诉我们，只要进入离地面超过 200km 的空域，任何物体的自然运动都跟物体的质量 M 不再有任何关系。

如果宇航员在舱外释放一个鸡蛋，它也肯定会跟飞船在同一的轨道上飞行。

辐射能 ϵ 从粒子中放出后，粒子的质量 M 必有“亏损”；反之质量 M 将会增加；其当量关系为 $931MeV \sim 1.66 \times 10^{-27}kg$ ——这已经是核能应用中的常识。据此可知：

1MeV 的辐射能 ϵ 被储存在粒子的相空间所产生的静质量，就应该是 $1.783 \times 10^{-30}kg$ ；反之，物质系统“亏损” $1.783 \times 10^{-30}kg$ 的静质量，空间中就会增加 1MeV 的辐射能 ϵ 。

质量和能量之间的当量关系是： $1MeV \sim 1.783 \times 10^{-30}kg$ 。

狄拉克依据“负能量海”理论预言：如果真空中有一个光子的能量 $E > 1.022MeV$ ，就有可能被“负能量海”中的电子所吸收，“这个电子就会受到激发而越过禁区，跑到正能量区域表现为一个正能量的电子 e^- ，同时留下一个‘空穴’则表现为一个正能量的正电子 e^+ ”。“一个正能量的电子 e^- ” + “一个正能量的正电子 e^+ ”的静质量，已经不小于 1.022MeV；那么，“正能量的电子 e^- ”的动能是从哪里来的呢？

负电荷 e^- 从负能量海创生时，其质量并不遵从 $1MeV \sim 1.783 \times 10^{-30}kg$ 的当量关系，而是遵从 $1MeV \sim 0.908 \times 10^{-30}kg$ 的当量关系。

综合可以肯定，微观世界的质量 M 就有两种：

一种是仅有 M 效应的静质量，遵从 $1\text{MeV}\sim 1.783\times 10^{-30}\text{kg}$ 的当量关系；另一种是既有 M 效应、又有 q 效应的实体质量，遵从 $1\text{MeV}\sim 0.908\times 10^{-30}\text{kg}$ 的当量关系。

对于宏观世界，依据热功当量： $1\text{eV}=1.60\times 10^{-19}\text{J}$ ，可得 $1\text{MeV}=1.778\times 10^{-30}\text{kg}\times V^2$ （或 gR ），必须注意：其前提条件是假定 V^2 （或 gR ）=1。

于是，宏观世界的质量 m 就不再是一个恒量，而成了一个随着其运动速度 V 不同、或者处在空间中的位置 gR 不同而变化的变量。

综上所述，如果以 1MeV 的能量为基准，宏观世界的质量 M 是一个变量，它将随着质点运动的速度 V 或者是所处空间中的 gR 不同而变化。

微观世界能量 ϵ 跟质量存在两种当量关系： $1\text{MeV}\sim 1.783\times 10^{-30}\text{kg}$ 和 $1\text{MeV}\sim 0.908\times 10^{-30}\text{kg}$ 。

恩格斯早就指出，牛顿力学根本不属于“物理学”范畴，自然科学以牛顿范式为典范的传统，错了！（笔者注：恩格斯时代的牛顿力学主要是研究引力质量，物理学主要是研究电磁质量。）

2006 年国际弦理论大会之前，在北京举办的中美高能物理未来合作研讨会上，李政道的报告认为，解决诸如质量起源、电荷本质、量子引力、基本粒子世代重复之谜等，必将引发新的物理学进展。实际上李政道先生揭示的是，在整个轻子方面可能存在着一个以前从未揭示过的分立对称性及其破坏，导致中微子相互作用的本真态和质量本真态相联系的映射矩阵与中微子的质量矩阵之间建立起非常确定的联系。李政道的这项研究密切关系到质量起源的问题，意义非同寻常。

2、电子的电磁质量引入

(1) 电子的机械运动和电磁运动

电子是原子核的一部分，电荷则是电磁场的场源。电子的电荷能激发一个电磁场，它也是电子自身的组成部分，于是电子是一个带电粒子与一个电磁场的统一体。带电粒子的运动是机械运动，电磁场的运动则是电磁运动，两者统一于“电子的运动”。

电子论既然把一切物理运动归结为机械运动与电磁运动，也就把一切运动归结成为电子的运动。按照电动力学的原理，电子的带电粒子按照麦克斯韦方程不断激发电磁场，而电磁场则反过来以电磁力作用于带电粒子。电子的这两个组成部分随时都处于这样的相互作用之中，这种相互作用乃是电子各种行为的内因，外力只有通过这种内因才能对电子起作用。于是电子不再是牛顿力学意义下的只能被动地接受外力作用的“力学粒子”，而是一种现实的、包括场与实物的对立于自身，因而处于永恒的、内部的、必然的、自己的运动之中的“电学粒子”了。

(2) 电子的电磁质量的引入

19 世纪 80 年代，人们开始研究运动带电体问题。1878 年罗兰发表运动电荷产生磁场的论文，激励人们从理论上进一步推测：由于磁场具有能量，驱使带电体运动，比驱使不带电体运动，一定要做更多的功，因为有一部分能量要用于建立新的磁场。所以，带电体的动能要比不带电体大。换句话说，带电动体的质量要比不带电体大。这个由于电磁作用产生的“视在”质量，也叫电磁质量。最先提出这个问题的是 J.J. 汤姆生。电子的电磁质量问题在发现相对论前后一段时间比较引人注意，这个问题牵涉到电子的结构。

物理学家一直试图将电磁质量作为电子静止质量的一部分，例如质子和中子的带电状态不同，它们的质量有很小的差别，质量的这一微小差别很可能是由带电状态不同造成的。

20 世纪之初，杰出的先辈科学家非常重视对于电子内部结构的研究。电子论的创立者洛伦兹大师在 1902 年 12 月 11 日著名演讲中提出了“电子的表观质量、有效质量和有可能没有真实质量问题”。【1】

参考文献：

【1】[荷兰]洛伦兹，诺贝尔奖获得者演讲集。物理学第一卷[M]。

北京：科学出版社。1985.24.

3、经典电动力学对于电子电磁质量的计算

在经典电动力学中，认为带电粒子携带了电磁自场，由于自场有内聚能（电磁自能），也会构成电磁质量 μ ，实验所测量的带电粒子的质量（称为粒子的物理质量），是粒子原有质量 m_0 （通常称为裸质量）与 μ 之和。因为带电粒子总是同它的自场联系在一起，所以两者是不可分离的。

“经典电动力学计算一个半径为 R，带电量为 Q 的均匀球体的静电自能为 $W_{\text{自}}=0.5\rho\int_{\text{球}}udv=3Q^2/(20\pi\epsilon_0R)$ 。

一个电子的库仑场的能量为 $w = (\epsilon_0/2) \int_{\infty}^r (e/4\pi\epsilon_0 r^2)^2 4\pi r^2 dr$ ，量子电动力学根据电磁场的能量计算电子的电磁质量，然后设电子的质量全部来源于电磁质量，计算出电子的半径 $a = 2.8 \times 10^{-15}$ 米(1)。同样设电子的电荷在半径 a 的球中有一定的分布也可得电磁质量，结果类似。但要维持这种平衡，需要未知的非电磁力平衡，实验还无法验证。在相对论发现后有理由认为电子的电磁质量是电子引力质量的 3/4，其余的与某种非电磁力有关。H. Poincare. Rend. Pol.21(1906)129。他作了一些尝试，但也未具体地说明用什么别的力可以使电子不分裂。

$$\epsilon_e = \frac{E^2}{8\pi} \quad (1)$$

已知电子在真空中单位体积内的电场能为：

$$E = \frac{q}{r^2} \quad (2)$$

又知道，点电荷的场强为：

其中， q 代表着电子的电荷， r 代表着电荷以外给定地点到点电荷的空间距离。由此，

$$\epsilon_e = \frac{q^2}{8\pi \cdot r^4} \quad (3)$$

我们将电场强度 E 带入式 (1) 之中，就可以得出：

$$w_e = \int \epsilon_e dV = \frac{q^2}{8\pi} \int_{r_e}^{\infty} \frac{1}{r^4} \cdot 4\pi \cdot r^2 dr \quad (4)$$

于是，我们可以求出电子在整个空间范围上的电场能

在上式中，积分区间为 $[r_e, \infty)$ 。如果我们假设：电子是一个有“核”以及“核外电场”所构成的微观粒子，那么，上式中的 r_e 就代表着电子“核心部分”的半径。这样一来，

$$w_e = \frac{q^2}{2r_e} \quad (5)$$

就可以对于上式求定积分，并得出：

在 1881 年的一篇论文中，汤姆生首次用麦克斯韦电磁理论分析了带电体的运动。他假设带电体是一个

半径为 a 的导体球，球上带的总电荷为 e ，导体球以速度 v 运动，得到由于带电而具有的动能为 $\frac{2\mu e^2 v^2}{15a}$ ，

其中 μ 为磁导率。这就相当于在力学质量 m_0 之外，还有一电磁质量 $m_e = \frac{4\mu e^2}{15a}$ 。1889 年亥维赛改进了汤姆生的计算，得 $m_e = \frac{2\mu e^2}{3a}$ 。他推导出运动带电体的速度接近光速时，总电能和总磁能都随速度增加。还

得出一条重要结论，当运动速度等于光速时，能量值将为无穷大，条件是电荷集中在球体的赤道线上。1897 年，舍耳 (G.F. C.Searle) 假设电子相当于一无限薄的带电球壳，计算出快速运动的电子电磁质量为：

$m_e = \frac{e^2}{2av^2} \left[\frac{2}{1-\beta^2} - \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{1+\beta}{1-\beta} \right) \right]$ ，其中 $\beta = \frac{v}{c}$ 。

经典电子论最著名的人物是 H. A. Lorentz (1853-1928)，他是一位经典物理学的大师。洛仑兹与阿伯拉罕等物理学家曾提出这种假设：电子质量可能完全是电磁的，即电子裸质量 $m_0=0$ ，电子的惯性就是它电磁自场的惯性。这样，在电荷按体积均匀分布的假设下，由经典理论算出的电子半径值为 $r_0=2.82 \times 10^{-13}$ cm，电子半径实验值小于 10^{-18} cm，显然用经典理论算出的电子半径并不符合实际。

1903 年，阿伯拉罕 (M.Abraham) 把电子看成完全刚性的球体，根据经典电磁理论，推出如下关系：

$m_e = \frac{3m_0}{4\beta^3} \left[\frac{1+\beta^2}{2\beta} \cdot \ln \left(\frac{1+\beta}{1-\beta} \right) - 1 \right]$ ，其中 m_0 为电子的静止质量。现代物理学已经证明电子没有体积，因此经典电动力学关于电磁质量的计算是错误的。

4、经典电动力学对于电子电磁质量计算的局限性

电子半径实验值小于 10^{-16}cm ，用经典理论算出的电子半径 $r_0=2.82 \times 10^{-13}\text{cm}$ 并不符合实际。关于电子的电磁质量，这是一个不可能仅仅利用经典电动力学就能解决的问题（过去的历史和大家的计算也多次证明），且经典电动力学在小于电子经典半径尺度下已经不成立。

1904 年 Lorentz 发表了一篇题为 "Electromagnetic Phenomena in a System Moving with Any Velocity Less than that of Light" 的文章，在这篇文章中他运用自己此前几年在研究运动系统的电磁理论时提出的包括长度收缩、局域时间(local time)在内的一系列假设，计算了具有均匀面电荷分布的运动电子的电磁动量，由此得到电子的“横质量” m_T 与“纵质量” m_L ，分别为(这里用的是 Gauss 单位制)： $m_T=(2/3)(e^2/Rc^2)\gamma$ ； $m_L=(2/3)(e^2/Rc^2)\gamma^3$ ，其中 e 为电子的电荷， R 为电子在静止参照系中的半径， c 为光速， $\gamma=(1-v^2/c^2)^{-1/2}$ 。撇开系数不论，Lorentz 的这两个结果与后来的狭义相对论完全相同。但 Lorentz 的文章一发表就遭到了经典电子论的另一位主要人物 M. Abraham (1875-1922)的批评。Abraham 指出，质量除了象 Lorentz 那样通过动量来定义，还应该可以通过能量来定义。比方说纵质量可以定义为 $m_L=(1/v)(dE/dv)$ 。但是简单的计算却表明，用这种方法得到的质量与 Lorentz 的结果完全不同！

很明显，这说明 Lorentz 的电子论有缺陷。那么缺陷在哪里呢？Abraham 提出 Lorentz 的计算忽略了为平衡电子电荷间的排斥力所必需的张力。没有这种张力，Lorentz 的电子会在各电荷元的相互排斥下土崩瓦解。除 Abraham 外，另一位经典物理学的大师 H. Poincaré (1854-1912)也注意到了 Lorentz 电子论的这一问题。Poincaré 与 Lorentz 是 Einstein 之前在定量结果上最接近狭义相对论的物理学家。不过比较而言，Lorentz 的工作更为直接，为了调和以太理论与实验的矛盾，他具体提出了许多新的假设，而 Poincaré 往往是在从美学与哲学角度审视 Lorentz 及其他人的工作时对那些工作进行修饰及完善。这也符合这两人的特点，Lorentz 是一位第一流的 working physicist，而 Poincaré 既是第一流的数学及物理学家，又是第一流的科学哲学家。1904 年至 1906 年间 Poincaré 亲自对 Lorentz 电子论进行了研究，并定量地引进了为维持电荷平衡所需的张力，这种张力因此而被称作 Poincaré 张力(Poincaré stress)。在 Poincaré 工作的基础上，1911 年 (即在 Einstein 与 Minkowski 建立了狭义相对论的数学框架之后)，M. von Laue (1879-1960)证明了带有 Poincaré 张力的电子的能量动量具有正确的 Lorentz 变换规律。

在物理学历史上，只有以洛仑兹为代表的电子论才自觉地考虑过这个问题，我们称之为“洛仑兹问题”。电子论既然把一切物理运动归结为电子运动，也就把一切物理运动最终归结为洛仑兹问题。电子论采用刚球模型和推迟解，导出了一个电子动力学方程。汤姆逊首先得到这一方程，我们称之为汤姆逊方程。从这一方程得出结论，电子得固有磁场对其带电粒子的作用可以归结为两项：一项相当于电子增加了一份质量，称之为“电磁质量”；另一项是与辐射相联系的阻力，称之为“辐射阻尼”。这一方程未能象电子论期待的那样揭开原子世界的秘密，却给物理学带来了两次危机。第一次危机是“电磁质量”这一范畴带来的。它不遵循质量守恒定律，从而使动量守恒定律乃至能量守恒定律也都不成立。这一情况使物理学家们大位震惊，彭加勒惊呼“原理的普遍毁灭”！第二次危机则是“辐射阻尼”这一范畴带来的，它得出结论：“电子作变速运动必然导致辐射电磁波。”(0.1) 应用于卢瑟福在 1911 年建立的原子有核模型，将得出结论：“原子将因辐射而落于核。”(0.2) 这意味着原子刚一构成就会立刻解体，可是事实却证明原子能够持久地存在。第一次危机动摇了人们对经典物理学的信念，第二次危机则把经典物理学逐出了原子世界。对前面的“第一次危机是“电磁质量”这一范畴带来的。它不遵循质量守恒定律，从而使动量守恒定律乃至能量守恒定律也都不成立。这一情况使物理学家们大位震惊，彭加勒惊呼“原理的普遍毁灭”！

5、狭义相对论与电子的电磁质量

按照狭义相对论中最常用的约定，我们引进两个惯性参照系： S 与 S' ， S' 相对于 S 沿 x 轴以速度 v 运动。假定电子在 S 系中静止，则在 S' 系中电子的动量为：

$$p'^{\mu} = \int_{t=0} T'^{\mu\nu}(x^{\xi})d^3x' = L^{\mu}_{\alpha} L^{\nu}_{\beta} \int T^{\alpha\beta}(x^{\xi})d^3x$$

其中 $T^{\mu\nu}$ 为电子的总能量动量张量， L 为 Lorentz 变换矩阵。由于 S 系中 $T^{\mu\nu}$ 与 t 无关，考虑到 $\int T^{\alpha\beta}(x^{\xi})d^3x' = \int T^{\alpha\beta}(\gamma x', y', z')d^3x' = \gamma^{-1} \int T^{\alpha\beta}(x^{\xi})d^3x$ ，上式可以改写成： $p'^{\mu} = \gamma^{-1} L^{\mu}_{\alpha} L^{\nu}_{\beta} \int T^{\alpha\beta}(x^{\xi})d^3x$ ，由此得到电子的能量与动量分别为(有兴趣的读者可以试着自行证明一下)： $E = p'^0 = \gamma m + \gamma^{-1} L^0_i L^j_0 \int T^{ij}(x^{\xi})d^3x$ ， $p = p'^i = \gamma v m + \gamma^{-1} L^0_i L^j_1 \int T^{ij}(x^{\xi})d^3x$ ，这里 i, j 为空间指标 1, 2, 3， $m = \int T^{00}(x^{\xi})d^3x$ ，这里为了简化结果，我们取 $c=1$ 。显然，由这两个式子的第一项所给出的能量动量是狭义相对论所需要的，而 Lorentz 电子论的问题就在于当 $T^{\mu\nu}$ 只包含纯电磁能量动量张量 $TEM_{\mu\nu}$ 时这两个式子的第二项非零。

那么 Poincaré 张力为什么能够避免 Lorentz 电子论的问题呢？关键在于引进 Poincaré 张力后电子才成为一个满足 $\partial_{\nu} T^{\mu\nu} = 0$ 的孤立平衡体系。在电子静止系 S 中 $T^{\mu\nu}$ 不含时间，因此 $\partial_j T_{ij} = 0$ 。由此可以得

到一个很有用的关系式(请读者自行证明): $\partial_k(T_{ikx_j})=T_{ij}$.对这个式子做体积分,注意到左边的积分为零,便可得到: $\int T_{ij}(x, \xi) d^3x = 0$,这个结果被称为 Laue 定理,它表明我们上面给出的电子能量动量表达式中的第二项为零.因此 Poincaré 张力的引进非常漂亮地保证了电子能量动量的协变性.

至此,经过 Lorentz, Poincaré, Laue 等人的工作,经典电子论似乎达到了一个颇为优美的境界,既维持了电子的稳定性,又满足了能量动量的协变性.但事实上,在这一系列工作完成时经典电子论对电子结构的描述已经处在了一个看似完善,实则没落的境地.这其中的一个原因便是那个“非常漂亮地”保证了电子能量动量协变性的 Poincaré 张力.这个张力究竟是什么?我们几乎一无所知.更糟糕的是,若真的完全一无所知倒也罢了,我们却偏偏还知道一点,那就是 Poincaré 张力必须是非电磁起源的,而这恰恰是对电磁观的一种沉重打击.就这样,试图把质量约化为纯电磁概念的努力由于必须引进非电磁起源的 Poincaré 张力而化为了泡影.但这对于很快到来的经典电子论及电磁观的整体没落来说还只是一个很次要的原因.

从经典电磁理论也可以推导出运动带电体质量随速度增加的结论.放射学大师贝克勒尔指出,电子的荷质比“ e/m 是速度 v 的函数.对于偏转最小的 β 射线来说,速度 v 趋近于光速.……电子的质量,假若不是完全地、至少是部分地来源于电磁反作用,于是产生出关于物质惯性的新的概念。”

通常所说的物体质量是指其静止质量,电子的静止质量很小,大约是 $9.3 \times 10^{-31} \text{kg}$.如果要讨论运动起来后的相对论质量,那么就要先说明运动的速度以及其静止质量,然后以相对论公式计算之,电子的运动速度一般在 0.8 倍光速左右,因此其相对论质量大概是其静止质量的 2.7 倍.当然如果速度更快一点,其相对论质量会更大一点.

6、量子电动力学与电磁质量问题

在量子电动力学(QED)中,电子也一样具有电磁自能,但把电子质量完全约化为电磁概念的梦想根本无法实现:(1)由于超精的常数 $1/137$ 是一个很小的数目,因此由电磁自能产生的质量修正 μ 与裸质量 m_0 相比只占一个很小的比例;(2)即使我们把 QED 的适用范围延伸到比普朗克能标还高的能区,使 μ 变得很大,但由于理论中是 $\mu \propto m_0$,这表明如果电子裸质量为零,它的电磁自能也将为零,而裸质量是 QED 中拉格朗日量的参数,它在理论适用范围是无法约化的.因此,试图把质量完全归因于电磁的想法,在量子场论中完全不成立.象电子这样质量最小,电磁质量也只能在粒子质量中占不大的比例,把它的质量完全归因于电磁的想法都绝无可能,因此对其它粒子,特别是那些不带电荷的粒子,就更无可能了.自从物理学家建立各种各样的理论以来,由量子电动力学预言的电子固有磁矩和实验的偏差符合到有效数位 10 位[理论: $0.001159652133(29)$, 实验: $0.001159652188(4)$],这是目前为止理论与实验符合最好的一个例子.物理学家费恩曼(R.P. Feynmann)因此把量子电动力学称为物理学皇冠上的明珠.阿罗什和瓦恩兰主要研究光的基本量子行为以及光与物质相互作用的量子现象.这里的物质主要是原子(离子),而光可以是可见光、红外光或者微波场,它们只是波长(能量)不同而已.

1930年,美国物理学家奥本海默计算了电子与它自己的场的相互作用,这是一个电子发射一个光子然后再把它吸收回去的过程.在这个过程中,光子不是做为真实粒子发射出来的,而是一个虚光子.按照QED,这是一个完全可以发生的过程.奥本海默的计算涉及到一个对虚光子动量的积分,它的值是无穷大.电子与自己的场的这种相互作用称为电子的自能,也就是电子的质量.这个结果表明,在最低级近似下求得的电子质量是一个不可思议的无穷大.

试图把质量完全归因于电磁相互作用的想法在量子场论中彻底地破灭了,电子的电磁质量需要依靠量子场论来解决,但在量子场论中,电子的电磁质量变得更为复杂(因为除了经典的电磁质量外,还出现了量子涨落如真空极化等,这导致电子的电磁质量为无穷大).电子的电磁质量在量子场论中变得更为麻烦,但与此同时,量子场论中出现了重整化手续,也就是假设电子的裸质量是负无穷大,电子的电磁质量为正无穷大,它们之和就是一个有限值,也就是实验观察到的电子质量数值.所以重整化是通过引入一个无穷大(裸质量)将另一个无穷大(电磁质量)抵消掉.这是目前关于电磁质量问题的一个最后的解决办法(是不是最终还需要由未来来看).但重整化很成功,一个理论是不是可重整化,成为这个理论是不是正确的一个判断标准.量子场论中还有其他很多无穷大问题(电子电磁质量只是其中之一而已),都靠重整化来解决.中子的质量中包含电磁质量,曾经认为,中子与质子的质量差就是由于电磁质量引起.但后来认为并不这么简单.中子的质量中电磁质量只占极小一部分,虽然理论计算电磁质量总是发散的,但是经过重整化之后,电磁质量只占极小一部分.中子的质量主要由夸克的强相互作用(量子色动力学)及其相对论性能引起.克服量子场论中的发散困难,使理论计算得以顺利进行的一种处理方法.重正化首先成功的在 QED 中运用. QED 将电磁场量子化,建立起来的方程能说明电磁波是由光子组成的,能说明光子的产生和湮没,能说明电子的波粒二象性及其产生和湮没.为得到更精确的理论结果进行高次近似计算,结果却总是无穷大,使得理论计算无

从与实验对比，称为发散困难。经多年研究，认识到这些无穷大结果的物理效应表现在电子质量和电荷上。电子质量源于：1 电子固有力学质量，2 电子自能对应的电磁质量；电子电荷源于：1 电子固有电荷；2 真空极化产生的附加电荷。电子电磁质量及真空极化产生的附加电荷均为无穷大。重正化方法用实验测得的电子质量和电子电荷代替电子的无穷大质量和无穷大电荷，高次近似计算中的无穷大便被吸收到电子质量项和电荷项之中，而成为有限的，从而可与实验结果相比较。理论计算的电子反常磁矩和兰姆移位与实验值符合得极好。

狄拉克是一位可以同玻尔、Einstein 齐名的著名物理学家，他的最大贡献是建立相对论性电子运动方程（狄拉克方程），并成功的通过方程的负能解预言了电子的反粒子——正电子的存在。作为处理数学物理问题得心拿手的物理学大师，他对量子力学问题及其哈密顿描述有着深刻的系统的研究，对量子力学确定性争论问题有着清醒的、独到的深刻见解，还指出含有时间变量的量子力学方程无解，也指出量子电动力学为消除无穷大发散的重整化措施的依据不足。他声名显赫但始终对物理学保持低调，认为现有的自然科学概念存在着成见，是暂时的、过渡的，过分看重这些现有概念是错误的，必须质疑，用更精确东西取而代之。狄拉克这些精辟的观点，集中体现在 1972 年 9 月在意大利的物理学自然概念发展的国际讨论会上的发言中：

“在回顾物理学的大发展时，我们看到，物理学的发展可以描绘为一个由许多小的进展所组成的相当稳定的发展过程，再叠加上几个巨大的飞跃。当然，正是这些大飞跃构成了物理学发展中最有意义的特征。作为背景的稳定发展大都是逻辑性的，这时人们得出的一些思想都是按照标准的方法从以往的结果推导出来的，但是一旦有一个大飞跃时，这就意味着必须引入某种全新的概念。

“这些大飞跃经常是在于克服某种成见。我们曾有自古以来形成的种种成见，我们曾经不加思索地接受了某种东西，只因为它们是如此地显然，不容置疑。然而物理学家发现，必须对这些成见提出疑问，必须以某种更精确的东西来代替这些成见，从而导出某种全新的自然概念。

“最后，我愿意对将来的展望略谈几句。物理学家的自然概念的发展当然不会就此止步。所以，对目前的一些概念赋予过分的重要性将是错误的。目前也许不过是一个中间阶段，我们必须认为将来的发展将是根本性的。我想将来的根本性将不亚于从玻尔轨道到海森堡量子力学的发展过程。我不知道我们应该等待多久这些未来的发展才会出现。但是，它们肯定要出现，而且就像我在前面提到的，这些将来的发展可能对决定论与非决定论的争论给予新的启示。

“人们常常试图找出得到这些新概念的途径，有些人在当前量子力学的公理体系概念上下功夫，我认为这不会有任何效果。你们只要想象一下过去有人曾在玻尔轨道理论的公理体系上下过功夫，他们决不会想到把不可对易的乘法作为他们的公理之一提出来接受挑战。同样，将来的任何发展都必然会涉及改变某种东西，而这种东西到目前为止，人们还不曾提出过异议，它们不会由公理体系显示出来。”——P.A. M. Dirac 物理学家自然概念的发展，载于中国科大《现代物理学参考资料》第一集，科学出版社，1976 年，第 1 页。

北京大学物理学院基本粒子理论专家曹昌棋教授认为，从现在的基本粒子理论的角度看，对称性的主要破坏是一种“自发破坏”或者说是一种表观上的破坏，即所有基本粒子原始都无静止质量，对称的自发破缺使某些基本粒子具有了静止质量，它们之间的相互作用有拉格朗日量描述，该量具有完全的对称性，但相互作用的结果得出的总体的基态是简并的，其中有某种场的凝聚。实际的“宇宙”的基态是这些简并基态中某一个，而所有的激发态都是在此“特定基态”上的局部扰动，从而原来拉格朗日函数的对称性就不显示出来了/我们所观察的物理过程都是发生在某个特定背景上的，使原有的对称性不能显示出来。有些粒子的质量是由于它与空间凝聚场作用的结果。量子电动力学理论推出电子理论半径为零，而且，目前来说也没有一个实验能证明电子半径的存在，或者我是这样认为，在现在的水平下，准确测量电子的半径还是不能达到的。至于说零半径的电子似乎于原子经典模型矛盾的话，不是我能够说明的了。而电子的“经典半径”是根据经典电动力学计算出来的。这样的一个计算结果，其目的并非是要给出一个所谓的“电子半径”——电子到底有没有一个真正的“半径”，到现在依旧是物理学界有争议的一个课题。

建立量子电动力学碰到的第一个困难，就是按照量子电动力学计算基态扰动得出来的电子的质量和电荷为无穷大。许温格，费曼，朝永振一郎于 1940 年代提出一个办法：在拉格朗日函数中加入一项，或者改变不同项的系数，重新计算。这一添加项和系数的改变要选择得正好抵消无穷大。结果当然就收敛了，且与实验符合得很好，符合到十一位有效数字（实际并没有 11 位）。理论家们宣称，只有这一有限的差值才是可以测量的结果，而按照经典量子力学理论得到的无穷大是不可测量的。这种数学操作叫做“重整化”。因为重整化了的结果与实验符合得很好，所以粒子物理学界接受了，并把它当作粒子物理理论的又一个行规。重整化工作得了诺贝尔奖。重整化理论成了量子场论的标准操作程序，用到了弱相互作用和强相互作用的研究。

第三章质量与能量关系回顾

1、经典力学中质量与能量关系

1756 年俄国化学家罗蒙诺索夫把锡放在密闭的容器里燃烧成氧化锡。容器里的物质的总质量在燃烧前后并没有发生变化。经过反复的实验验证，他得出结论：在化学变化中物质的质量是守恒的。稍后，法国的拉瓦锡于 1777 年做了同样的实验，结果一样，物质守恒定律于是获得公认。20 世纪初，德国化学家朗道耳特 (Landolt) 于 1908 年，英国化学家曼莱 (Manley) 于 1912 年，分别做了极高精度的实验，证明了化学反应前后物质总质量的变化小于一千万分之一。物质守恒定律于是被实验确立。人们认为质量是物质的一个与运动状态无关的更本质的内在属性，质量不变或质量守恒被认定为物理学以至自然界的一个基本的客观规律或法则。

质量与能量在物理学中是二个不同的物理量，也是人们公认的物质的二大基本属性。不过在牛顿时代，人们已经认识到：能量与质量有关。例如物体的势能 = mgh ， m 是该物体的质量， g 是重力加速度， h 是它相对于地面的高度。物体的机械运动动能 = $0.5mv^2$ ， v 是它的机械运动速度。固体或液体的热能 $Q = cmT$ ， c 是其比热， T 是其本身的温度。人们发现，物质的能量虽然表现形式可以改变，但在一个封闭系统内却总是守恒的，因而能量守恒也被认定为物理学以至自然界的一个基本的客观规律或法则。

2、质能方程的相对论推导

方法 1：设质点在外力作用下，由静止开始沿力方向运动一段位移 ds ，由动能定理： $F \cdot ds = dE_k$ ，

$$\begin{aligned} E_k &= \int_0^{E_k} dE_k = \int_0^s \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_0^s \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \right) \cdot d\mathbf{s} \\ &= \int_0^s \mathbf{v} \cdot d \left(\frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \right) = \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}} - m_0 \int_0^v \frac{v}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \cdot dv \\ &= \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}} + m_0 c^2 \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} \Big|_0^v = mc^2 - m_0 c^2 \end{aligned}$$

所以，相对论动能为： $E_k = mc^2 - m_0 c^2$

说明：(1) $E_0 = m_0 c^2$ —— 物体的静止能量。

静止能量是物体内能之总和。即物体分子的动能、分子间的势能、分子内部原子的动能和势能，以及组成原子的基本粒子的相互作用能量之总和。

(2) $E = mc^2$ —— 物体的总能量，是物体动能与静止能量之和。

质量、能量是物质的两种基本属性，质量通过惯性表现，能量通过做功表现。能量变化必然伴随质量变化，反之亦然。但它们并非相互转化，在封闭系统中，总质量和总能量各自保持守恒。

$$(3) \quad v \ll c \Rightarrow E_k = (mc^2 - m_0 c^2) \rightarrow \frac{1}{2} m_0 v^2$$

$$\begin{aligned} E_k &= mc^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} - 1 \right) \\ &= m_0 c^2 \left\{ \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right)^2 + \dots \right] - 1 \right\} \approx m_0 c^2 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right)^2 = \frac{1}{2} m_0 v^2 \end{aligned}$$

方法 2：当外力作用在静止质量为 m_0 的自由质点上时，质点每经历位移 ds ，其动能的增量是 $dE_k = F \cdot ds$ (1)。如果外力与位移同方向，则上式成为 $dE_k = F ds$ (2)，设外力作用于质点的时间为 dt ，则质点在外力冲量 $F dt$ 作用下，其动量的增量是 $dp = F dt$ (3)。考虑到

$$v = \frac{ds}{dt} \quad , \quad \text{由上两式相除，即得质点的速度表达式为亦即} \quad v = \frac{dE_k}{dp} \dots \dots \dots (4) \quad ,$$

$dE_k = v d(mv) = v^2 dm + mv dv \dots\dots\dots (5)$, 把式 $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ 平方, 得 $m^2(c^2 - v^2) = m_0^2 c^2$,
 对它微分求出 $mv dv = (c^2 - v^2) dm \dots\dots\dots (6)$, 将 (6) 代如上式 (5) 得: $dE_k = c^2 dm \dots\dots\dots (7)$.

上式说明, 当质点的速度 v 增大时, 其质量 m 和动能 E_k 都在增加, 质量的增量 dm 和动能的增量 dE_k 之间始终保持 (7) 式 ($dE_k = c^2 dm$) 所示的量值上的正比关系。当 $v = 0$ 时, 质量 $m = m_0$, 动能

$dE_k = 0$, 据此, 将式 (7) $dE_k = c^2 dm$ 积分, 即得: $\int_0^{E_k} dE_k = \int_{m_0}^m c^2 dm \dots\dots\dots (8)$,
 $E_k = mc^2 - m_0 c^2 \dots\dots\dots (9)$, 上式是相对论中的动能表达式, Einstein 在这里引入了经典力学中从未有

过的独特见解, 他把 ($m_0 c^2$) 叫做物体的静止能量, 把 mc^2 叫做物体的运动能量, 我们分别用 E_0 和 E 表示之: $E = mc^2 \dots\dots\dots (10)$, $E_0 = m_0 c^2 \dots\dots\dots (11)$, 上列式子叫做物体的质能关系式。【1】

在质能方程的推导过程中只是利用了引力质量的质速关系, 并没有利用 Lorentz transformation。对于一个物体, 外力对它所做的功 Fdx , 等于该物体能量的改变 dE , 即 $dE=Fdx$, 而 $dx=udt$, 牛顿第二定律推广为: $F=d(mu)/dt$, 所以: $dE=Fdx = F \cdot udt = ud(mu)$, 将速度从 0 到 u 对上式求积分, Einstein 得到: $\Delta E=mc^2 - m_0c^2$ m_0c^2 为物体的静止能量, mc^2 为物体的运动能量。物体在任一时刻的总能量为: $E=mc^2$ 。在特殊条件下, 原子核内发生裂变或聚变, 物体的质量出现亏损, 以核能的形式释放出来 ($\Delta E=\Delta mc^2$)。

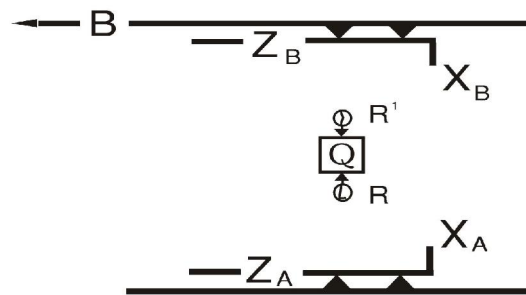
2003 年 10 月, 在西安召开的《相对论及现代物理创新国际会议》上, 来自美国的大学教授张超先生, 介绍了他的工作, 他的主要实验工作就是和其他教授一起探测某些粒子的能量、动量, 然后根据相对论的能量动量公式来计算粒子的质量: $E^2 = E_0^2 + P^2 c^2$, E 是粒子运动时的能量, E_0 是粒子静止时的能量, P 是粒子运动时的动量。由于, $E_0 = m_0 c^2$, 所以 $m_0^2 = \frac{E^2 - P^2 c^2}{c^4}$, m_0 是粒子的静止质量。

参考文献:

【1】程守洙、江之永, 《普通物理学》, 高等教育出版社, 1998 年 6 月第五版。

3、质能方程的非相对论推导

1、Einstein 对于质能方程的非相对论性推导



(图 1)

Einstein 曾经利用狭义相对论的原理、动量守恒定律、辐射压力的表示式以及光行差的表示式, 而没有利用它的形式结构推出质能方程【1】。证明如下:

“比如, 我们考虑另外一个思维实验, 它可以从下图 (图 2) 中方便地想象出来。它是图 1 中一个部分的放大。图中 A 和 B 还是相对作匀速 V 运动的两个平台。在它们之间的空间中有一个自由漂浮的物体 Q , 从平台观察, 它是静止的。我们在各个平台上都建立一个 Z -坐标框架来规定 Q 的位置。

(图2) 现在研究, 如果两个等同的辐射束 R 和 R^1 沿垂直于 Z_A 轴的直线向着 Q 运动, 并被 Q 所吸收, 这时会发生什么情况? 我们可以先从平台 A 的观点, 再从平台 B 的观点来分析这一过程。我们将始终记住相对论假设——物理定律对各个空间飞行器都是等同的, 尤其是动量守恒定律在每组坐标轴上都是有效的。在辐射被吸收以前, 相对于 X_A-Z_A 轴, Q 是静止的。自从有了麦克斯韦电磁理论, 人们已经认识到能量 E 的辐射所携带的动量等于 E/C , 这里 C 是光速。如果我们赋予每一辐射束 R 和 R^1 一份能量为 $1/2E$, 则动量为 $(1/2)$

$$R^1 = \frac{1}{2} E/C$$

$$\downarrow$$

$$Q$$

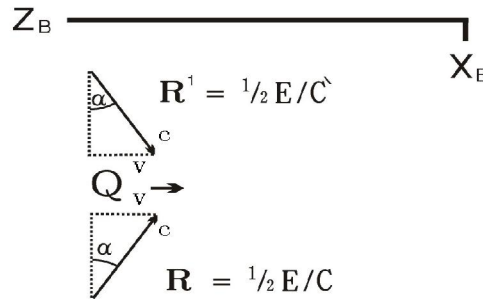
$$\uparrow$$

$$R = \frac{1}{2} E/C$$

Z_A ————— X_A

E/C , 那么被 Q 吸收的辐射可以设想为: 由于每个辐射束以垂直于 Z_A 轴的反方向击中 Q , 所以 Q 相对于 X_A-Z_A 轴显然保持静止。

现在我们从平台 B 的观点来看同样的过程。参照这个平台, 平台 A 上的物体都是沿 Z_B 轴以与速度 V 的负方向运动的。



辐射束 R 和 R^1 在 X_B-Z_B 上的运动方向由相近的箭头标出。它相对于 X_B 轴形成角 α 。正像上图解所表示的, 对于小的角, $\alpha = V/C$ 有很好的近似。从前面用平台 A 上的坐标 X_A-Z_A 所作的分析可知, 辐射束 R 和 R^1 被 Q 所吸收, 它相对于 A 的速度 (在这里是零) 仍然不变。因此, 现在用坐标系 X_B-Z_B , 物体 Q 的速度在辐射 R 和 R^1 被吸收以后也保持不变。

引入狭义相对论假设, 并把它应用于动量: 动量守恒定律对每个平台 (A 或 B) 都有效。尤其是, 相对于平台 B , 我们写出一个辐射被吸收前的表达式, 再写出一个辐射被吸收后的表达式, 然后令它们相等。由于 Q 的运动与 Z_B 轴平行, 我们须要考虑沿这个轴的 R 的动量分量和 R^1 的动量分量。 R 与 R^1 之和加上物体 Q 的质量 M , 得到吸收前的动量 $= 2[0.5 \times E/C \times V/C] + MV$ ①, 这里用 V/C 代替角 α 。在辐射被吸收之后。吸收后的动量 = (吸收后的质量) (吸收后的速度), 但是我们在平台 B 上看到物体 Q 的速度 V 一定保持不变, 因为平台 B 相对于平台 A 继续以相同的速度 V 运动, 不受空间中物体 Q 吸收辐射的干扰。所以, 如果动量守恒定律有效, 那么 $MV + EV/C^2 = (\text{辐射吸收后的质量}) \times V$ ①, 由于 E , V 和 C^2 都是正数, 我们不得不作出结论: 辐射吸收后的质量 M^1 , 比吸收前的质量大。明确表达为 $M + E/C^2 = M^1$ ①, 或 $E = (\Delta M) C^2$ ①, 即, 质量改变直接与能量吸收成正比例。如果选择适当的 M 和 E 的单位, 我们可省略 Δ , 得到质-能等当公式的熟悉形式: $E = mc^2$ ②

1946 年, Einstein 在纽约《技术杂志》上发表《质能相当性初探》一文。该文中, Einstein 根据麦克斯韦理论推导出: $m - m_0 = \Delta m = \Delta E/c^2$ 。由此可见, $\Delta E = \Delta mc^2$ 是麦克斯韦理论的结果, 它与真空光速不变原理无关。至于是否能将 $\Delta E = \Delta mc^2$ 改写成 $E = mc^2$, 只有优先引入真空光速不变原理才可以肯定。因为麦克斯韦理论著名结论是光速为恒定值。Einstein 在这里利用了辐射推导质能方程验证了后面关于引力质量与电磁质量等价性观点的正确性。

参考文献:

【1】Einstein 方在庆韩文博何维国译。《Einstein 晚年文集》海南出版社 2000 年 3 月第 1 版。

4、动能公式与质能方程的统一性

$$p = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} v = mv$$

在洛伦兹变换下,静止质量为 m_0 ,速度为 v 的物体,狭义相对论定义的动量 p 为:
(1—1)

式中 $m = m_0 / \sqrt{1-\beta^2}$, $\beta = v / c$ 。式(1—1)所定义的相对论动量于经典力学定义的形式完全一致,均为质量与速度的乘积。但相对论定义的质量与速度有关。相对论的能量 E 为: $E = mc^2$ (1—2)。 mc^2 是运动物体的总能量,当物体静止时 $v=0$,物体的能量为 $E_0=m_0c^2$ 称为静止能量;两者之差为物体的动能 E_k ,即

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \quad (1-3)$$

当 $\beta \ll 1$ 时,式(1—3)可展开为

$$E_k = m_0c^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \dots \right) - m_0c^2 \approx \frac{1}{2} m_0 v^2 = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m_0} \quad (1-4)$$
 即得经典力学中的动量—能量关系。

由式(1—1)和(1—2)可得: $E^2 - c^2 p^2 = E_0^2$ (1—5), 这就是狭义相对论的动量与能量关系。而动能

与动量的关系为: $E_k = E - E_0 = \sqrt{c^2 p^2 + m_0^2 c^4} - m_0 c^2$ (1—6)。这就是我们要验证的狭义相对论的动量与动能的关系。

狭义相对论保留了力的动量定义式: $F = dp/dt$ (d 是微分符号,动量 $p = mv = Ft$)。根据实验所描绘的曲线可以得到: $m = m_0 / (1 - v^2/c^2)^{1/2}$ (其中 m 为相对论质量, m_0 为静质量或固有质量), 则 $dp = mdv = m_0 / (1 - v^2/c^2)^{1/2} \times dv$, 所以, 在相对论中的功: $dW = Fds = dp \times ds/dt = v dp = dp \times p/m$ ----- (1), 根据微积分的知识: $dp^2 = 2p dp$ 代入(1), 得 $dW = dp^2 / 2m$ ----- (2), 因为 $m = m_0 / (1 - v^2/c^2)^{1/2}$, 两边平方得 $m^2 c^2 - m^2 v^2 = m_0^2 c^2$, 得: $m^2 c^2 - p^2 = m_0^2 c^2$ 即 $p^2 = m^2 c^2 - m_0^2 c^2$, 对两边微分得: $dp^2 = d(m^2 c^2 - m_0^2 c^2) = 2m c^2 dm$ ----- (3)

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} c^2 - m_0c^2$$

根据狭义相对论, 当 $v \ll c$ 时,

$$= m_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right) c^2 - m_0 c^2 = \frac{1}{2} m_0 v^2$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \dots \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}$$

又回到了牛顿力学的动能公式。

根据时空平权理论, 在相对 space-time 中, 两个物体的引力质量分别为 M 、 m , 它们之间的作用力为 F , 相对位移为 S , 则对于一个物体所作的功均为 FS (以另一个物体为参照物), 因此动能相等, 物体的动能可以用 $0.5mv^2$ 表示, 它们的动能之和为 mv^2 。静止物体在绝对空间里的动能为 mc^2 , 因为整个宇宙的正引力质量为无限大。

5、质能方程的验证

Bertozzi 在 1964 年用量热法测量电子的绝大部分动能转化成的铅盘的热能, 并由此确定电子的动能的实验——证明了相对论的动能公式。

新华社洛杉矶 2007 年 12 月 22 日电 美国国家标准技术研究所和麻省理工学院的物理学家说, 他们通过迄今最直接、最精确的实验证明了 Einstein 狭义相对论中著名的质能公式。质能公式 ($E = MC^2$) 指出, 物质的总能量相当于其质量乘以光速的平方。它表明能量和质量可以互相转换, 而光速是恒定不变的常数。这一公式是 Einstein 1905 年发表狭义相对论时提出的, 被认为是狭义相对论的基础, 也奠定了新的时空观。此前,

其他物理学家曾用多个间接实验证明了质能公式的正确性。但科学家认为，这些实验存在一定前提条件，可能引起对质能公式广泛适用性的质疑。美国科学家在 22 日出版的《自然》杂志上发表论文说，他们所采用的方法已能直接支持质能公式。这一实验的原理是：按照质能公式，当一个原子核捕获新的中子时，它的质量就会变成原先原子核和中子质量之和、再减去这一过程消耗的中子结合能，中子结合能包括放射出的伽马射线能量以及原子核碰撞后的反冲。因此，只要分别测出原子核被中子轰击前后质量的变化以及轰击期间发出的能量，然后进行比较，就可以验证质能公式是否准确。科学家选用了硅和硫原子来进行实验。国家标准技术研究所的科学家依据伽马射线在晶格中的散射角来测量其波长，波长就决定了伽马射线的能量。而麻省理工学院的科学家则用电磁阱“固定”住捕获中子前后的原子，并精确测定其质量。他们的测量结果表明，质量和光速的平方的乘积 (MC^2) 与能量 (E) 的差异，大约为千万分之四，足以表明质能公式的正确性。科学家在论文中称，这是“迄今为止对质能公式最精确的直接验证”，比此前的证明精度高了 55 倍。

6、质能方程的发现意义

质能方程是由一位意大利人 Delinto De Pretto 首先发现，于 1903 年，发表在一份叫 Atte 的意大利杂志上。1905 年相对论问世前，汤姆孙、考夫曼等早已在质速关系和质能关系的实验与理论研究上作了大量有成效的工作。奥地利物理学家哈孙隆耳 1904 年通过实验证实了质量增大与辐射能量成正比，并导出了著名的关系 $E = m C^2$ 。罗瑟道：“质能相当定律 ($E = mc^2$) 不是意味着，质量有时能够转化成能量，也不是说能量转化为质量，而是说，一种变化伴随着另一种相应的变化，惯性质量与能量彼此成比例。”这里，罗瑟直接把“能量惯性定律”改称为“质能相当定律”。【1】著名的 W.Heisenberg 对此是这样评论的。“时常有人说，原爆炸的巨大能量是由于质量直接转化为能量，并且只有根据相对论人们才能预计这些能量。然而这是一种误解。原子核中可利用的巨大能量早在 Becquerel, Curie 以及 Rutherford 的放射性衰变实验中就已知晓。…。铀裂变据的能源主要是原子核分裂而成两部分间的静电斥力。原子爆炸的能量直接出自这个来源，而不是由质量转换为能量而得到的，静止质量有限的基本粒子数在爆炸时并未减少”。

1907 年 4 月，A.Einstein 写下了关于狭义相对论和质能关系的论文：<<关于相对性原理所要求的能量惯性问题>>和<<关于相对性原理由此得出的结论>>，进一步揭示了“同惯性有关的质量 m 相当于其量的 $m \times c^2$ ”，“对于孤立的物理体系，质量守恒定律只有在其能量保持不变的情况下是正确的...”。在历史上两条相互独立的自然规律：能量守恒和质量守恒，由相对论统一起来了。相对论诞生是物理学上的革命性的进步，其导出的质能关系是现代核能理论的基础，同时它蕴涵的哲学思想改变了人们对时空观的认识。

中国科学院院士何祚庥说：“狭义相对论深化了牛顿所奠定的牛顿力学，深化了牛顿所提出的时空观，从而影响到当代物理学的各个领域。人们公允地认为这是物理学领域里的大突破，亦即由宏观低速运动领域进入到宏观高速领域的突破。这一突破的重要后果之一，是 Einstein 首先发现了质量能量等价的公式 $E = mc^2$ ，并为人类利用原子能指出了方向。”

Einstein 认为只要用 $E = mc^2$ 公式就可以算出质量或能量的变化，烟感器就是根据这个公式设计出来的。镅 241 是一种带有放射性的金属，在每一个烟感器中，都有非常微量的镅 241。镅 241 释放出带电的微小粒子束，任何烟雾一旦出现，就会改变微小粒子带电的状态，引发能量变化，启动报警器。

1938 年，美国核物理学家贝特发表了有关氢通过碳——氮——氧循环而聚变的论文。这篇论文给加州理工学院凯洛格实验室的核物理学家以极大的刺激，因为他们一直在从事这一课题的研究。年轻的福勒从 1933 年起就在这里研究碳——氮——氧循环中的第一个反应，进行碳核捕获一个氢核形成氮同位素核氮 7 的实验，还测量了碳核和氮核受质子轰击的作用截面。他们的实验研究定量地给出核反应中释放的能量，提供了检验碳——氮——氧循环可行性的实验依据。在碳——氮——氧循环中首先由碳核和一个质子碰撞，质子打入碳核使之变为氮的同位素 N(7, 13)，它是放射性的，很快放出正电子和中微子形成碳的同位素 C(6, 13)，它和质子反应生成氮核。新的氮核和质子相碰撞形成氧同位素 O(8, 15)，O(8, 15)也是放射性的，它放出一个正电子和一个中微子后衰变成氮的同位素 N(7, 15)；最后，N(7, 15)和一个质子碰撞形成碳核和氮核。这一系列的反应都是放热反应，因此，只要有足够多的质子，就可以成为稳定的能源。碳——氮——氧循环的结果是 4 个质子合成一个氮核，同时产生 2 个正电子、2 个中微子和 3 个光子，释放出 25.03 兆电子伏特的能量。参与反应的碳元素在核反应前后没有发生任何变化，而氮、氧同位素只是在中间过程中产生又消失。他们认为，只有在 1500 万开以上的高温条件下，碳——氮——氧循环核反应才能有效地进行。因此，只有在比太阳质量大很多的恒星上，这种核反应才成为提供能源的主要途径，实现由氢到氮的聚变。

要使牛顿质量定义(物质的量)具有生命力，必须要用到爱因斯坦的重要发现——静质能方程($E_0 = m_0 c^2$)。当它作为一个公设引入后，我们就能够进一步给予“物质的量”以明确定义，即“物质的量”可以用能量的多少来度量，从而建立起牛顿惯性质量与“物质的量”的联系。在基本粒子物理学中，基本粒子的质量是用能量表

示的，电子质量是 0.51MeV (兆电子伏特)，质子的质量是 938.3 MeV。除了质子以外，所有的重子都是不稳定的。中子质量是 939.6 MeV；寿命大约是 15 分钟。其它重子的寿命都短于一微秒。所谓能量标度提高，是指通过提高加速器的能量来制造出比质子大得多的超短寿命的“基本粒子”。

能量是可加的守恒的量，但静质量不是。这意味着当我们可以确认一系统是封闭的，该系统的静质量和动量才会守恒。相对论性质量本质上就是能量，因此能量守恒定律就是相对论性质量守恒定律。

一个光子本身没有静质量。一个具有静质量的粒子可以衰变成光子，然而这个由光子组成的系统却具有静质量，因此一个系统的静质量并不等于组成它的粒子的静质量的和。无论在衰变前后，这个封闭的系统的静质量都是守恒的。

一个系统如果保持相同的静质量，它必须是封闭的，以致没有能量（可能是热或辐射）可以逃离该系统。外力可以改变该系统的动量和能量，但该系统的动量和能量的改变可以维持静质量不变。当某些反应将组成该系统的某些粒子的静质量转换成光能或热能，只要这些光能或热能无法从该系统逃离，该系统的静质量便不会改变。只有在这些能量被释放到该系统周围的环境，该系统才会失去静质量。

8、相对论能量-动量方程

E 和 p 的相对论表示式可以转写成基础的“相对论能量-动量方程”： $E^2 - (pc)^2 = (mc^2)^2$ ，注意到此方程里的 m 表示静质量。这条方程对无(静)质量的光子而言也适用： $E^2 - (pc)^2 = 0$ ， $E^2 = (pc)^2$ ， $E = pc$ ， $p = E/c$ ，因此一个光子的动量是其能量的函数，而非与其速度成正比，真空中的光速是常数。考虑一个静止的物体，上面第一条方程中的动量 p 为零，我们得到： $E^2 = (mc^2)^2$ ，可以简化为 $E = mc^2$ ，显示出这项知名的关系式仅在物体静止时适用，并给出“静止能量”的观念。如果物体在运动，我们得到： $E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2$

从这里，我们可以看到物体总能 E 和它的静能量以及动量相依；一旦动量随速度 v 增加而增加，总能量也会发生一样的事。这里的 E 实际上等同于相对论性能量方程，而能量方程和相对论性质量方程只差了一个因子 c^2 。因此“相对论性质量本质上等于总能量”——但是量值与单位有些差别。当采用 $c=1$ 的单位(称作自然单位系统)时，能量-动量方程即简化为： $E^2 - p^2 = m^2$ ，一旦 $v=0$ ，其简化到 $E^2 = m^2$ 或 $E = m$ 。

参考文献：

- 【1】 W·G·V 罗瑟著《相对论导论》241 页。

第四章引力场中的惯性质量与引力质量的数量关系

物理学上关于质量的概念很多，有静止质量、惯性质量、引力质量、电磁质量，这些概念都是为了解释各自领域的现象而引入的。

惯性质量是通过动力学测量的 $F=ma$ ，引力质量是通过静力学测量的 $F=GMm/R^2$ 。所谓惯性质量和引力质量最初是由牛顿在自然哲学的数学原理的文章中引入的，其中惯性质量的真正含义是：当物体在相互作用时，反映物体运动状态改变难易程度的一个物理量；引力质量则是反映物体产生引力场大小的一个物理量；任何物体都具有吸引其他物体的性质，引力属性是物体这种性质的量度。选定两质点 A 和 B，先后测量它们各自与质点 C 的引力 $F(AC)$ 和 $F(BC)$ 。实验发现，只要距离 AC 和 BC 相等，则不论这距离的大小如何，也不论质点 C 是什么物体，力 $F(AC)$ 和 $F(BC)$ 的比值 $F(AC)/F(BC)$ 是一个常数。该结果表明， $F(AC)/F(BC)$ 之值仅由质点 A 和 B 本身的性质决定，这个性质体现为引力属性。物理学中规定 A、B 两质点引力属性之比等于力 $F(AC)$ 与 $F(BC)$ 之比。若用 S_a 及 S_b 分别表示 A、B 两质点的引力属性，则 $S_a/S_b = F(AC)/F(BC)$ ，选取其中一质点的引力属性作为引力属性的单位后，另一质点的引力属性可通过实验由上式确定。

牛顿关于惯性质量和引力质量的定义，其物理意义非常明晰，但关于质量是物体中所含物质的多少的定义其物理意义则有些含混不清。我们可以定义标准惯性质量，以求得某物体的惯性质量。同时我们就定义了力的度量，但却并不能由此也求得引力质量，因为在 G 的测量过程中会使用到引力质量，在没有定义引力质量的度量之前，G 并不能确立其值，同时 M 实际上也是引力质量。所以我们只能再定义标准引力质量，以求得该物体的引力质量。

经典物理学，即力学和电磁学的最重要特征，就是决定论的本性，其意是在时空内用微分方程描述现象，只要在任何一个时空内给定了条件，那么微分方程就完备地和唯一地决定了在任何时空内的一个系统的态。

经典物理学的这种决定论特征在人的天然思维中有它的形而上学起源，而在力学中有它的科学起源。现在经典动力学可以说在天体力学中有它的基础，太阳系的行星运动能够经受重复的观察并且已经发现可以用运动方程高精度地加以描述。牛顿方程和以拉格朗日与哈密顿形式表述的牛顿方程，代表了最明确形式的经典决定论。在经典物理学中，采用引力质量来确定物体的量，然后再采用惯性质量的模式来建立物质的运动变化规律，但是这两种物体的质量定量的模式在属性上都是相同的，都是采用作用力的方法进行定量。不论是引力场给予物体的作用力得到质量的特点。只要作用力的属性是相同的，那么物体的质量属性就是相同的，因此两种质量属性是相同的，没有区别。牛顿自己意识到这种质量的等同性是由某种他的理论不能够解释的原因引起的，他认为这一结果是一种简单的巧合。德国物理学家赫兹曾说到：“要阐明力学的真正的基础内容，而不会不时感到为难，不会一再激起歉意，不想尽快跨过原理部分而向他们讲述一些应用例子，那是极端困难的一件事。”

任何在伽利略变换的绝对时空中修改牛顿定律的理论(例如引入有限光速 c 修改质量间的相互作用力)必然不自洽。因为物理量(速度、加速度和力)中的时间是绝对同时的，可物理量之间的关系又与有限光速 c 相关联成为非绝对同时的。即物理量的定义与物理量之间关系处在不同的时空中从而存在逻辑矛盾。引入有限光速 c 修改库仑定律则更是不自洽，因为库仑定律是 Maxwell 方程中的一个部分，修改了库仑定律则不能再从 Maxwell 方程求解出电磁波的速度为 c ，引入含光速 $c=1/\sqrt{\epsilon\mu}$ 的项来进行修改就失去了前提根据。相对论归根到底是由电磁学产生的，原名叫“动体的电动力学”不叫“相对论”。电动力学中自然地含有限光速 $c=1/\sqrt{\epsilon\mu}$ ，再画蛇添足地外加一个光速 c 的相关项到方程中必然出错。库仑定律的电动力学检验精度已经达到了 10^{-16} ，远高于牛顿引力定律的检验精度 10^{-8} ，只允许在 10^{-16} 以下修改库仑定律， 10^{-8} 以下修改牛顿引力定律。若是对牛顿引力加上质量不变前提下的 v/c 项的修正，必产生附加的加速度破坏原先的牛顿引力加速度与行星运动离心加速度的平衡，附加的加速度的连续作用于行星，几万年到几十万年就会使行星落入太阳或逸出太阳系之外。用质量不变的 v/c 项修正牛顿引力后则最基本的太阳系运动的规律都解释不了。陈绍光分别从广义相对论和量子场论导出的类 Casimir 力公式 f_c 也含有 v/c 项，但它是基于速度不变因质量变化 $(\delta m/\delta t)$ 的速度牵连力 $v(\delta m/\delta t)$ ， f_c 不直接产生加速度，质量变化时引力质量与惯性质量同步变化，不会破坏原先的引力加速度与行星运动离心加速度的平衡。

爱因斯坦在他的《狭义与广义相对论浅说》中讲到：“如果正如我们从经验中所发现的那样，加速度是与物体的本性和状态无关的，而且在同一个引力场强度下，加速度总是一样的，那么引力质量与惯性质量之比对于一切物体而言也必然是一样的，适当地选取单位。我们就可以使这个比等于一，因此，我们就可以得出下述定律：物体的引力质量等于其惯性质量(见《狭义与广义相对论浅说》[美]爱因斯坦著 杨润殷译 北京大学出版社 P51)”。

牛顿做了单摆实验，结果是惯性质量/引力质量= $1+O(10^{-3})$ 。“证明引力质量与惯性质量成正比”的“狄克实验”：“不同质料的物体 A 和 B，引力质量相等，若引力质量与惯性质量不成正比，则两者惯性力不等，于是扭秤受合力矩作用”。在中国科学院理论物理所主持下，华中科技大学和中国科学院物理所合作，在华中科技大学引力实验中心进行了一个实验进一步验证了这个问题。该项目属于中国科学院力学所国家微重力实验室主持的科技部攀 A 预选项目的一个子课题：对宏观物体的自转与地球引力场之间可能存在的相互作用在理论和实验两个方面进行了研究；实验装置是两个 10 米高的真空管，其中顶端各悬挂一个陀螺(一个高速转动，另一个不转)，实验中证明它们(几乎)同时自由下落，用激光干涉的技术观测两个陀螺相对位置在下落过程中的可能变化；测量结果显示：在 10^{-7} 的精度内没有观测到等效原理的破坏。19 世纪末，Eotvos 用扭摆重新作了测定，结果是惯性质量/引力质量= $1+O(10^{-9})$ ，厄缶将两个不同质料、质量相等的球悬系在扭秤的两臂上使扭秤平衡，并指向东西。物体受地心引力和地球自转的惯性离心力作用。若物体的引力质量与惯性质量不等，引力和惯性离心力之和将产生转矩，此转矩可被悬丝的扭力矩所平衡。将整个实验装置转 180° ，使两球的位置互换，转矩取向相反，而扭力矩不变，则应观察到扭秤偏转一个角度。1922 年爱德维斯提高到 3×10^{-9} ，1964 年 R.H. Dicke 在 10^{-11} 精度量级上证实了惯性质量=引力质量。1971 年，勃莱根许和佩诺又将实验的精确度提高到 10^{-12} 数量级。所有这些实验，统统均证实了惯性质量和引力质量相等。

$$\frac{Mm}{M}$$

从上面的推导可以看出，在引力场中引力质量 m 并不严格等于惯性质量 $m + \frac{M}{M}$ ，惯性质量： $\frac{M}{M}$
 $= m + \frac{M}{M}$ ，非常接近 1，这也是物理学实验中观察不出差别的原因。

5/4/2017