第三章

麦克斯韦旋度方程的错误根源

当伟大赫兹实验成功之后，当时科学界忙于无线电技术开发，在缺乏电波模型的情况下，无人深究麦克斯韦电波模型的正确与否，这属于情理之中的事情，所以保留至今。但现在涉及到三大纠纷问题，我们不得不重新研究它的正确性。也就是说，当爱因斯坦依据麦克斯韦旋度理论，把麦克斯韦的非对称空间推向极端时，才引起了我们的关注。

本章深究麦克斯韦两个旋度方程的来龙去脉，他为了平息楞茨与法拉第之间的因果关系之争，认为自由空间产生了感生电场并取旋度来计算，即，$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}$；然后把法拉第的静电“桶实验”推广到整个自由空间而认为以太在电动力的扭拉下形成位移电流，位移电流向自由空间的四面八方流逝，从而位移电流产生了磁场。他在电生磁方程的推导过程是，首先是运用斯托克斯公式，把安培环路定律进行旋度化改造而得到$\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}$；然后又运用格林定理，再把安培环路定律进行曲面化改造而得到$\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}_D$；最后运用泊松方程来合并上述两个公式而得到$\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}+\boldsymbol{J}_D$，其推导过程的桥梁就是电流在自由空间中连续。

第一，首先指出，地球两极构成的非均匀地磁场跟随地球一起运动，在自由空间并没有产生感应电场。磁铁跟随火车一起运动，在空间并没有产生感应电场。当磁铁运动而线圈静止时，自由空间也没有产生感应电场，正确的描述是，金属电子受洛仑兹磁力$\boldsymbol{F}=\ \ e\boldsymbol{V}_e\times\boldsymbol{B}$或广义洛仑兹磁力$\boldsymbol{F}=e(-\boldsymbol{v}_B)\times\boldsymbol{B}$的作用，于是金属电子将沿着导体漂移，即形成感生电流I。原因是力，结果是电流。也正因为金属电子的漂移才在导体上建立起了感生电动势$\mathrm{d}U=\frac{-I}{\sigma s}\mathrm{d}l$（欧姆定律）和感生电场$E=\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}L}$（电场的定义）。这里，所谓的感生电场$E$是金属电子漂移后形成的，只在导体内部才有，但在导体外部的自由空间没有感生电场。此外本章还指出了麦克斯韦旋度理论并不能完备地解释电磁感应，而广义洛仑兹磁力能够完备地解释所有的电磁感应现象。

第二，麦克斯韦使用斯托克斯公式对安培环路定律进行的旋度化改造$\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}$只适合于导体内部，不适合于导体外部的自由空间，安培环路定律的微分形式只在导体内部成立，因为导体内部的$H(r)=\frac{rI}{2\pi a^2}$满足斯托克斯公式的使用条件，而导体外部的$H(r)=\frac{I}{2\pi r}$不满足斯

托克斯公式的使用条件。因此在自由空间进行旋度化改造，无论从物理概念上讲或是从数学计算上讲，都是错误的。

第三，麦克斯韦把法拉第定律推广到以太空间里，但法拉第定律原本是导体线圈里感应出电场，不可以把导体与以太等效起来。更重要的是，法拉第定律之本性不是物理本质，物理本质仍然是弯曲的磁力线切割线圈，即，广义洛仑兹磁力才是物理本质。参见 1.2.3节。

第四，麦克斯韦运用格林定理在一个电容电路中，对导线的围线积分改造成包含电容之电场的曲面积分，从而认为电容中时变电场产生磁场。但是格林定理的使用条件是：被积函数在积分面和边界线具有一阶连续偏导数。满足该条件才可以改变积分路径。但导体外部的安培环路定律并不满足格林定理的使用条件，而且如果认为 $I_D = I$ ，这相当于电容短路，则与电荷积累了这个客观事实不符。因此这种曲面化改造无论从物理概念上讲或是从数学计算上，都是错误的。

第五，麦克斯韦为了把 J 和 J_D 写在同一个式子里，他对泊松方程求取时间导数之后，并把 $\frac{\partial\rho}{\partial t} = \varepsilon_0 \nabla \bullet \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$ 推向整个自由空间。但是根据现代金属电子理论，泊松方程在体电荷内部（或导体内部）是成立的，但在导体外部是不成立的，也就是说源点处的 $\frac{\partial\rho(o)}{\partial t}$ 不等于自由空间中的 $\varepsilon_0 \nabla \bullet \frac{\partial \boldsymbol{E}(r)}{\partial t}$。即使有人认为 $\varepsilon_0 \nabla \bullet \frac{\partial \boldsymbol{E}(r)}{\partial t}$ 是空间的场，而认为 $\frac{\partial\rho(o)}{\partial t}$ 是产生该场的源。但是由 $\nabla \bullet \boldsymbol{J}(o) = -\frac{\partial\rho(o)}{\partial t}$ 立即得到 $\nabla \bullet \boldsymbol{J}(o) = -\varepsilon\nabla \bullet \frac{\partial \boldsymbol{E}(r)}{\partial t}$ 或 $\boldsymbol{J}(o) = -\varepsilon\frac{\partial \boldsymbol{E}(r)}{\partial t}$，这意味着原点的 $\boldsymbol{J}(o)$ 产生了空间的 $-\varepsilon\frac{\partial \boldsymbol{E}(r)}{\partial t}$，却又与旋度方程组自相矛盾。因此说，麦克斯韦把有源内部的物理方程推广到自由空间是错误的，进行的公式合并化改造也是不成立的。

第六，麦克斯韦把电路上的电流连续定律 $\nabla \bullet \boldsymbol{J} = -\frac{\partial\rho}{\partial t}$ 进行空间化改造，而认为“电流向自由空间四面八方流逝，电流在自由空间中也连续”。麦克斯韦认为“电性既不是点也不是面或体，而是分布在整个空间的电位移，可见的介质和不可见的以太被电动力扭拉之后形成了电位移，电位移是位移电流的先兆，电是分布在整个自由空间的物理量，流入金属球 a中的电流并没有结束，而是继续流向四面八方”。现在看来他的这种推广结论显然是错误的，不仅物理概念错，而且计算也错，因为克希霍夫定律只适合于导体内部，不适合导体外部的自由空间。事实上电容极板上的电荷不可能跨越空间飞向另一极板，电瓶或电容都是储存了正负电荷这个实体，更不是电流流向四面八方。特别是电荷枪或粒子发生器将电子发射到麦克斯韦的金属球 a中，不仅电荷积累了，而且质量也增加了，因此说麦克斯韦的这种抽象化推广，在物理概念上是错误的。

第七，当我们审视他的推导过程时，也会发现，他一会儿把 $P(r)$ 点当作是源点，一会儿是把 $P(r)$ 点当作场点，场源不分，不仅忽视了数学定理的使用条件，而且造成了非对称空间。他为了得到旋度方程组而认为 $J(r)$、$\rho(r)$ 分布在整个以太空间,但是追踪者氦姆霍尔滋为了得

到波动方程却又认为$J(r)=0$、$\rho(r)=0$。换句话说，既然在自由空间$J(r)=0$、$\rho(r)=0$，那么麦克斯韦就无法推导出旋度方程来。现在，我们根据现代金属电子理论来审视，他的真空位移电流显然是错误的。正如40年后洛仑兹所指出的那样[2]："赫兹铲除原麦克斯韦方程组中的势是完全正确的，但还是不能解释荷电体的运动，麦克斯韦从不相信电荷实体，总是以他的电位移代替电荷体，人们也很难理解他指的电荷是什么，他从不问及电磁场是怎么产生的，在他的理论中，似乎电磁场来自无穷远处，一种不需要源的场"。所以才促使麦克斯韦错误的诞生了两个旋度方程，一种非对称方程和非对称空间。事实上，电荷体的运动才是一切电磁波的根源，场不会产生出场来。

第八，麦克斯韦旋度方程诞生于以太媒质，光速实验表明以太不存在，这就直接导致麦克斯韦旋度方程的论证失败。尽管光速$c_0=(\varepsilon_0\mu_0)^{-0.5}$，但($\varepsilon_0$，$\mu_0$)不是旋度场的传播媒质和真空位移电流，而且人们至今没有测量到电波在(ε_0，μ_0)中运动的拖曳现象。见第八章和9.1节。

第九，人们为了求解麦克斯韦的非对称方程组，可以说是费了九牛二虎之力。即，在场量的求解过程中，人们运用了格林定理、氦姆霍尔滋方程和洛仑兹条件以及位移电流连续定律，但是，我们可以验算这一整套场量计算过程存在严重破绽：1）运用格林定理来求解旋度方程难以自圆其说，2）非齐次氦姆霍尔滋方程却自我矛盾，3）他提出位移电流连续定律却不满足位移电流连续定律，4）运用洛仑兹条件却不满足洛仑兹条件。

总之，麦克斯韦两个旋度方程在自由空间是不成立的，不仅物理概念错而且数学计算错。我们可以这样总结麦克斯韦旋度场理论：考虑到他所运用的所有方程都是导体内部的方程，因此麦克斯韦旋度方程组只适合于导体内部电磁场的计算模型，即它给出了导体内部的电信号传输模型，由此推导出来的传播速度c_0实际上就是导体内部电信号相对于源的传输速度。但是，在物理本质不是场产生场，在导体外部的自由空间里，他的旋度方程组是不成立的，是彻底错误的。

本章还介绍了对麦克斯韦互生场的否定性实验方法。

在这里，我很想而且必须补充一句：如果没有麦克斯韦的错误推导，当今世界文明将推迟若干年，这是人类的"因错得福"。他毕竟是第一个预言电磁波存在性的物理学家，而且证明了导体内部信号传输速度c_0，其错误是难免的，因为科学道路是曲折的；当时人们不认识电的本质，更不认识电荷，直到麦克斯韦去世18年后汤姆孙才发现电子、去世40年后洛仑兹才创建金属电子理论和洛仑兹磁力。也就是说伟大麦克斯韦的错误是历史的必然。而伟大赫兹实验是人类的"因福得福"，因为赫兹第一个用实验证明了电波的产生。而洛仑兹等许多物理学家并不赞同麦克斯韦的位移电流及其把导体内部物理方程推广到自由空间的做法。

本章结论是：在自由空间里，麦克斯韦的互生场理论-磁生电与电生磁的两个旋度方程都是错误的；他基于导体内部而阐述的电信号传输机理和速度是可用的。

3.1 麦克斯韦的感生电场之错误

3.1.1 电动势方程的来源

1820年奥斯芯发现电流的磁效应，1824年安培发现两传导电流之间的相互作用，1832年法拉第发现磁铁与导体之间的感应，并认为是在导体中产生了感生电动势 dU，1834年楞茨却认为是在导体中产生了感生电流 I。由于感生电动势与感生电流体现在欧姆定律 $\sigma sdU = -Idl$ 方程的两端，哪一个是因？哪是一个果？这正如当时哲学界所争论的鸡蛋与母鸡的因果关系一样，谁也说不清楚。

1856年麦克斯韦在《论法拉第力线》一文中指出：当磁铁运动时，自由空间的磁状态发生改变，在自由空间产生了电动力 E（后来称 E 为电场），沿 E 的环线积分便是感生电动势 $\oint_l E dl = \mathcal{E}_v$；对 E 求取欧姆定律的微分形式，便是感生电流（密度）$J = \sigma E$。因此，他认为电磁感应的本质是在自由空间产生了 E，感应电动势和感应电流只是电动力 E 的表现形式。感生电动力强度是 $E = -\dfrac{\partial A}{\partial t}$（$A$ 称为磁紧张态，后来称 A 为矢量磁位），两边取旋度运算便有

$$\nabla \times E = -\frac{\partial \nabla \times A}{\partial t} = -\frac{\partial B}{\partial t} \tag{3-1}$$

这就是时变磁场产生旋涡电场的著名结论。这似乎平息了感生电流与感生电压之间谁是因、谁是果的争议；感生电流与感生电动势是表现形式，他的旋度电场似乎变成了本质。

但是，当我们全面总结电磁感应时，将会发现麦克斯韦旋度场理论存在致命的缺陷。在 1.1节中，我们已经回顾了科学发展史，但我觉得有必要再次回顾。因为大量实验与工程应用已经证明了广义洛仑兹力的普适性。现在的问题是，对于磁铁运动，到底是空间产生了旋度电场而使得线圈中有了电流呢？或者是运动的磁力线切割了金属电子而受广义洛仑兹磁力才形成了电流？两者的本质不同，只有一个是正确的。我们必须选择其一。假如洛仑兹力和 J·J 汤姆逊对电子的发现早于麦克斯韦旋度电场之诞生，我想，那么麦克斯韦就不会炮制出所谓的感生旋度电场了。遗憾的是麦克斯韦去世 18 年后，亥姆霍尔芝和赫芝去世 3 年后，J·J 汤姆逊才发现电子。问题在于，自从赫兹的电波实验成功之后，以氦姆霍尔滋为巨头的科学界蜂拥而上地推崇麦克斯韦旋度方程，并把主要精力放在电波的应用上，开创无线电技术新纪元，无人运用洛仑兹力去重新归纳电磁感应，寻找真谛。直到 20 世纪 80 年代，中国人才开始思索这个问题。

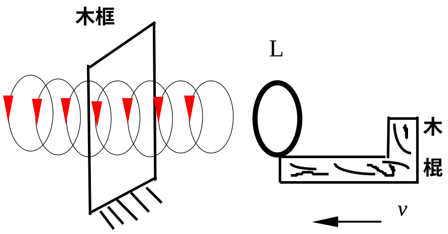
在物质结构全面揭示、金属电子理论全面形成和科学水平发展的今天，我们有条件重新认识电磁感应的本质。在第一章中我们全面论述了广义洛仑兹力 $F = qE + q(-V_B) \times B \oplus qV_q \times B$ 的普适性，并用此力全面解释了一切电磁感应现象和电气产品的作用原理。我们坚信，广义洛仑兹力是电磁感应的真理，任何诸如相对论电磁学、麦克斯韦旋度理论等其它理论都无能为之。

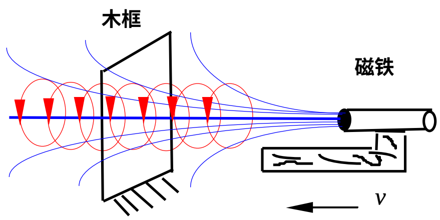
3.1.2 非匀磁力线运动并不产生漩涡电场

1.磁力线运动不产生电场。见图 3-1，木框对地是静止的。首先，假定某个空间（比如木框附近）存在旋涡电场 E（暂且不考虑 E 是怎么产生的），那么根据现代金属电子理论，当线

圈L以速度 v 运动至木框附近时，线圈L中应该有电流。因为电场 E 作用于线圈 L 中的金属电子而形成电流。

然后，我们再见图 3-2，木框对地是静止的，磁铁以速度 v 从右到左向着木框运动。如果根据麦克斯韦的总结：“磁铁以速度 v 向着木框运动，则木框附近的磁状态发生改变（从弱到强），按照他的 $E=-\frac{\partial A}{\partial t}$ 或 $\nabla\times E=-\frac{\partial B}{\partial t}$ 可知，将在木框附近产生旋涡电场 E”。在磁铁越过木框之前，涡电场 E 的方向不变，只是大小变。最后，我们把图 3-1与图 3-2联合起来考虑，就得到图 3-3，磁铁与线圈 L 一起以速度 v 向着木框运动。根据麦克斯韦的总结，磁铁从右向左运动，在木框附近产生了电场 E；又根据金属电子理论，当线圈 L 同时到达木框附近时，金属电子在涡电场的作用下必然形成电流。但是，实验结果表明，图 3-3中的线圈 L 根本无电流。这正说明，木框附近虽有时变磁场但并未产生电场。假如木框附近产生旋涡电场，即产生了旋涡位移电流，那么按照麦克斯韦理论，这旋涡位移电流又产生磁场，则由于感生磁场与原磁场方向相反、大小相等，那么根本测量不到运动磁铁的磁场—这与客观事实不符。





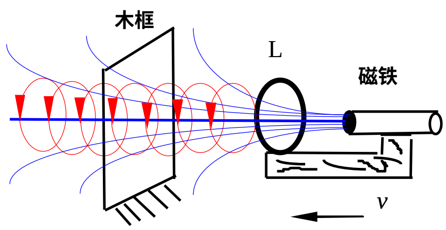
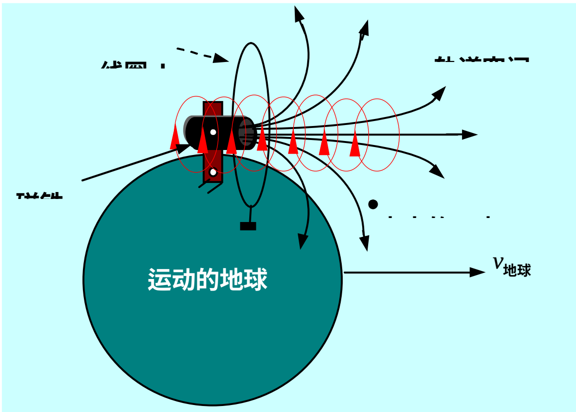
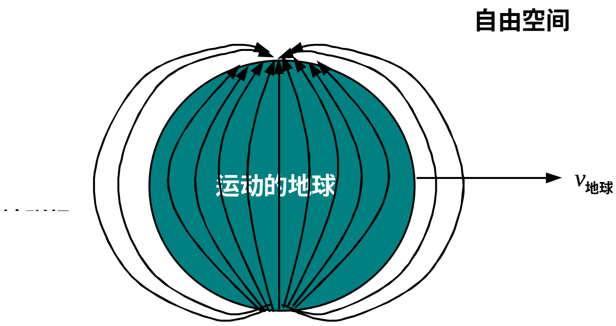


图 3-3　线圈与磁铁一起向木框运动

2 运动的磁力线并不产生电场。麦克斯韦的旋度电场理论$\nabla\times E(P)=-\frac{\partial \boldsymbol{B}(P)}{\partial t}$指的是：当空间$P$点的磁场强度发生改变时$\frac{\partial \boldsymbol{B}(P)}{\partial t}$，则在此空间$P$点上产生了旋涡电场$E(P)$。那么我们就看看图 3-4，地球在自由空间中运动，设地球表面有一磁铁并跟随地球一起运动，则地球轨道空间里的磁场是变化的。按照麦克斯韦的旋度理论，地球轨道所在空间的磁场之改变，那么在轨道所在空间内将产生电场，线圈在电场力的作用下有电流。果真如此吗？回答是否定的！





我们可以用一线圈去测试麦克斯韦的感生场，线圈L紧贴着磁铁，即线圈L与磁铁在轨道空间中与地球一起运动，测量轨道中的感生场，显然测不着。因为，尽管轨道所在空间的磁场改变了，但并未产生电场。也许有人会说，图中线圈L与磁铁没有相对运动，也就没有切割磁力线，所以没有感应电流。这就对了，这正说明洛仑兹磁力的真理性。而不是所谓的感生电场。

一列车高速运动，磁铁与线圈都放在茶几上，茶几所在空间的磁场是时变的，但线圈并无感应电流，因为线圈与磁力线之间并无“切割事件”发生。这说明电磁感应的本质是洛仑

兹磁力，却不是麦克斯韦的旋度理论。

3. 地极磁力线运动也没产生感生电场

其实呀，大家稍加想一想，便可明白麦克斯韦对电磁感应的总结是多么的错。如图 3-5 所示，地球以相当高的速度在自由空间中运动，南北地极所构成的非均匀磁场在自由空间中高速运动 ($v \geq 3\times10^4\ m/s$)，如果按照麦克斯韦的理论，那么地球轨道上特别是地表面有大量的旋涡电场。真的有吗？没有！您测不着，我更测不着。我坚定的认为：麦克斯韦的感生电场莫须有，麦克斯韦对电磁感应的总结是错的。

4. 磁生电的其它破绽

参见 2.5节，如果把麦克斯韦的$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$用于电子感应加速器的话，将得出$B=\frac{1}{2}B$之荒谬结论。参见 1.2节，由于$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}=0$，感生场无能解释磁力线切割电子而使电子偏移的电磁感应现象。参见 1.3节，感生场无法解释均匀磁力线切割导体的电磁感应现象。参见 1.4节，感生场无法解释均匀磁场转动而切割电子的电磁感应想象。参见 1.6节感生场无法解释电波反射机理和接收信号的形成原理等等，等等，以及第二章和第五章之结论，我们完全有理由认定麦克斯韦旋度理论是错误的，唯有广义洛仑兹力才能全面解释一切电子感应现象。

3.1.3 重大是非问题

那么，在电磁感应中，究竟是在空间产生了电场？或是金属电子受洛仑兹磁力？真理只能有一个！

换句话说，在电磁感应中，按照楞茨观点，其物理本质是感生电流；按照法拉第观点，其物理本质是感生电动势；后来，麦克斯韦认为其物理本质是感生电场；再后来，根据广义洛仑兹磁力的普适性，我们认为其物理本质是：当电子与磁力线相互切割时，电子受磁力而偏移。这几位物理学家各抒己见，虽然计算结果大同小异，但各自观点的物理本质是不同的。到底哪一个是本质？哪一个是现象？那一个是谬论？值得深思并给予回答！

爱因斯坦总结麦克斯韦旋度理论，在他的狭义相对论首文中叙述到：“谈论绝对空间是没有意义的，按照麦克斯韦电动力学，当磁铁运动时，空间产生了漩涡电场，于是线圈中有了电流；而当线圈运动时在空间没有产生感应电场，可是线圈中仍然有电流，可见空间本不该对称”。这样一来，麦克斯韦的磁生电方程$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$给狭义相对论提供了非对称空间的依据。如果麦克斯韦的感生电场莫须有，那么相对论的这个证据就该剔除。或者说，相对论的这一论据无效。这是一个重大是非问题，我们不得不重新审视麦克斯韦的互生场理论。

3.1.4 感生电场的否定性实验

1. 旁证实验。起初想到的方法如图 3-6所示，仔细想来，此法不妥，不能鉴别真伪。因为磁力线总是横向辐射的，缝歇处放置的线圈总是要切割磁力线的，受洛仑兹磁力而产生感应电流。尽管铁心中的磁力线是沿着铁心方向，但那是横向辐射磁力线矢量合成的结果，仍然是横向辐射传播的。如果屏蔽不好，则辐射的磁力线也将切割感应圈上的金属电子。

另一种旁证实验，如图 3-7所示，这是运动磁力线切割金属电子的情况。只要证明广义洛仑兹磁力 $F = e(-V_B)\times B$ 成立，那么一切电磁感应的本质都是洛仑兹磁力所为。因为 $F = e(V_e)\times B$ 是公认的，加上 $F = e(-V_B)\times B$ 成立，那么广义洛仑兹磁力能完备的解释所有的电磁感应。这样一来，那么麦克斯韦的 $\nabla\times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$ 就是莫须有的东西。也就是说，只要证明了广义洛仑兹磁力的普适性，也就否定了麦克斯韦的互生场。

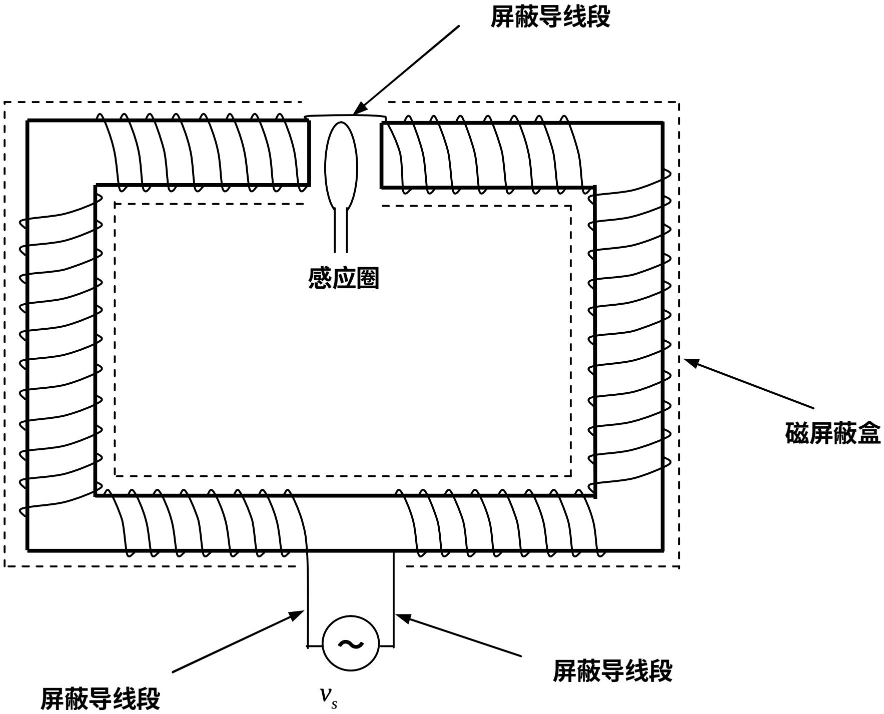
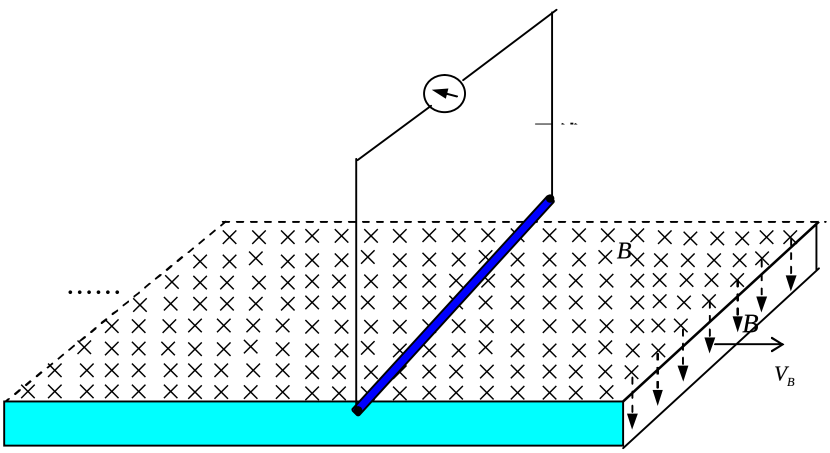


图 3-6　此实验方法不妥



注意，图中在所讨论的空间和时间内$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}=0$，如果测得了感生电流，则说明磁力线切割金属电子也是洛仑兹磁力，即证明了$F=e(-V_B)\times B$成立，因此当磁铁靠近、或者离开线圈时，由于磁力线是弯曲的，运动中必然切割金属电子而产生了感应电流，并非在空间产生了感生电场。再加上前面的图3-3、图3-4、图3-5之论述，完全可以证明广义洛仑兹磁力的普适性，其实第一章已经证明了广义洛仑兹磁力的普适性，从而也就证明麦克斯韦的感生电场是错误的。

[提醒：产生图3-7所示的均匀静磁场的方法是，两块铁砖作为铁心，铁砖上面绕线圈(注意绕向)，线圈上施加直流电源并让铁砖向右运动，而测量用的导线电路静止。]我坚信，此实验一定将证明广义洛仑兹磁力的普适性。详见1.2节。

综上所述，麦克斯韦旋度理论对电磁感应的描述是错误的，不成立的。正确的描述是，金属电子受洛仑兹磁力$F=eV_e\times B$或者$F=e(-v_B)\times B$的作用，于是金属电子将沿着导体漂移，即形成感生电流I。原因是力，结果是电流。也正因为金属电子的漂移才在导体上建立起了感生电动势$\mathrm{d}U=\frac{-I}{\sigma s}\mathrm{d}l$（欧姆定律）和感生电场$E=\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}L}$(电场的定义)。这里，所谓的感生电场$E$，只在导体内部才有，但在导体外部的自由空间没有感生电场。

值得一提的是，麦克斯韦的电生磁旋度方程更是错误的(3.2节)，不仅计算上严重错而且物理概念上严重错。至于现代无线电应用问题，由麦克斯韦旋度理论所得出的结论与工程实践并不相符，因为$E\times H$是距离r的高阶多项式，而且是“负能量”，显然不是接收了$E\times H$。同样地，接收天线也不是接收了由旋度理论传播的E_θ，因为其E_θ使得信号强度违背距离平方成反比律，这与工程实践不符(详见第二章)。收发电波成功并不意味着麦克斯旋度理论(互生场理论)一定就正确。因为时变电流本身就产生时变磁场，时变电荷本身就产生时变电场。这正如赫芝用电感电容振荡电路所作的推理一样(见第4章)：时变磁场是电感中的时变电流产生的，时变电场是电容中的时变电荷产生的；电感和电容逐步张开之后就是偶极子天线——对着自由空间辐射的天线。而且其辐射电场强度与距离平方成反比，相应的接收电场强度与距离平方成反比，所接收的时变场作用于接收天线上的金属电子而形成的信号强度与距离平方也成反比，只有这样，才与工程事实践相符，才与客观真理相符。

2. 时变磁场产生电场的直接否定性实验

这里将进行两个对比性实验，一是基于麦克斯韦的“变磁场产生电场”之实验，二是基于广义洛仑兹磁力的电磁感应试验，如图3-8和3-9所示，测量运动磁铁的磁场强度，比较高斯计测量的结果，就可以分辨是非。图3-8中导体线圈代表金属电子，图3-9中围线代表自由空间。此外还涉及到法拉第定律的物理本质之错误。

(1)对于图3-8而言，按照广义洛仑兹磁力，当磁铁运动时，运动的磁力线B切割了金属电子，于是金属电子受广义洛仑兹磁力$F=e(-v_B)\times B$的作用而产生感应电流，此导体线圈电流产生新的磁场B_L'，其方向与磁铁的原磁场B的方向相反，抵消之后那么高斯计上测出的场强将减弱许多。参见第一章的广义洛仑兹磁力。

(2)对于图3-9而言，按照麦克斯韦互生场理论，当磁铁运动时在自由空间(围线)产生了

漩涡状位移电流，而这位移电流又产生新的磁场 $B_M^{'}$，其新磁场方向与磁铁的原磁场方向相反，抵消之后那么高斯计上测出的场强也将减弱许多。

现在我们就来比较这两个实验的测量结果，如果图 3-8和图 3-9两个实验得到相同的结果，则说明广义洛仑兹磁力与麦克斯韦互生场难以鉴别；如果测得图 3-8 中的合磁场 $B_{合}=B-B_L^{'}$ 较小，而图 3-9中的合磁场 $B_{合}=B-B_M^{'}=B$，则说明时变磁场没有产生时变电场，从而直接否定麦克斯韦的变磁场产生电场的结论。图 3-8中的 i_c 是导体线圈上的传导电流。图 3-9 中的 i_D 是麦克斯韦的空间位移电流 $\varepsilon_0\frac{\partial E}{\partial t}$。这两个图实际上是鉴别反电动势的物理本质问题。法拉第、楞慈和洛仑兹都认为电磁感应发生在导体中，而麦克斯韦互生场理论

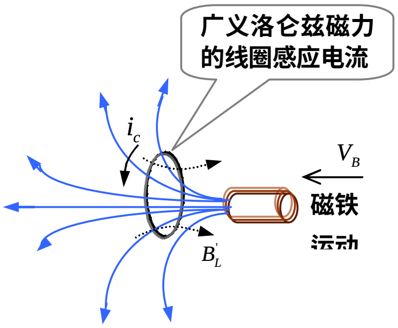


图 3-8 弯曲的运动磁力线切割金属电子在广义洛仑兹磁力作用下而形成感应电流 i_c，i_c 产生反向的磁场 $B_L^{'}$

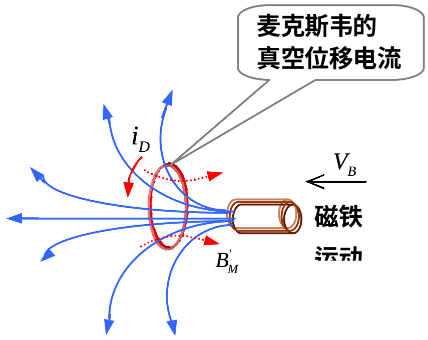


图 3-9 时变磁场产生时变电场，即产生了时变位移电流 i_D，i_D 又产生反向的麦克斯韦磁场 $B_M^{'}$

认为电磁感应发生在自由空间 (当时称以太空间)。假如按照麦克斯韦互生场理论：变化的磁场产生变化的电场 (位移电流),变化的电场又产生变化的磁场,那么图 3-9中就该有新的 $B_M^{'}$。我可以预见性得到实验结论：只有图 3-8的洛仑兹的 $B_L^{'}$，没有图 3-9的麦克斯韦的 $B_M^{'}$。可见麦克斯韦的互生场理论是不成立的。金属电子与磁力线的切割才是电磁感应的物理本质。

（3）对法拉第定律的纠正是一名叫做“ CenzhiTeng”的作者通过网上传过来的，我认为他的实验结论是正确的，所以对法拉第定律的否定请参见 1.2.3节。这里不再赘述。

3.2 麦克斯韦的感生磁场之错误

3.2.1 磁动势方程的来源

麦克斯韦于 1862年首先是运用斯托克斯公式，把安培环流定律进行旋度化改造而得到 $\nabla\times H=J$；然后又运用格林定理，他把安培环流定律进行曲面化改造而得到 $\nabla\times H=J_D$；再运用泊松方程来合并上述两个公式而得到 $\nabla\times H=J+J_D$，其推导过程的桥梁就是电流空间化改造，整个磁动势方程的获得，取决于以下几个改造。麦克斯韦的论述过程如下：

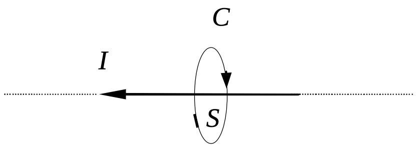


图 3-10 安培环流定律

1、旋度化改造．见图 3-10，C 是围线积分路径，I 是传导电流 (密度为 J)，他首先运用斯托克斯公式把安培环路定律的线积分 $\oint_C Hdl = I$ 变成面积分，有 $\oint_C Hdl = \iint_S \nabla\times Hds$ ，于是

$$\iint_S \nabla\times \boldsymbol{H}ds = I \qquad (3\text{-}2)$$

式中 C 是 S 平面的边界线。再考虑到 $\iint_S Jds = I$ ，于是有 $\iint_S \nabla\times Hds = \iint_S Jds$ ，然后把此式 S 面上的二重积分算符去掉，便有

$$\nabla\times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} \qquad (3\text{-}3)$$

即磁场的旋度等于电流密度。看起来，以上推导是一件顺理成章的事情，哪个年代的读者，难以发现他的推导有什么问题。

2、曲面化改造．进一步，麦克斯韦又根据格林定理：只要边界线 C 不变，任选两曲面 S_1 和 S_2 ，其积分结果不变，即

蜗$_{S1}$汛 $HdS =$ 蜗$_{C}$ $Hdl =$?$_{S2}$汛 HdS (3-4)

于是他把这一式子用在电容电路中，请见图 3-11，a、b 两点开路 (图中细线是被屏蔽了的导线)，S_1 是平面，S_2 是曲面，C 是 S_1 和 S_2 的公共边界线。注意：被屏蔽的导线 (细线)对外不辐射磁场，因此积分时不可考虑被屏蔽导线的作用。麦克斯韦指出：根据式 (3-4)，左边 S_1 面上的积分等于传导电流 I ，右边曲面 S_2 面上的积分等于什么样呢？即

I 苎 蜗$_{S1}$? HdS 蜗$_{S2}$汛 HdS ? ? (3-5)

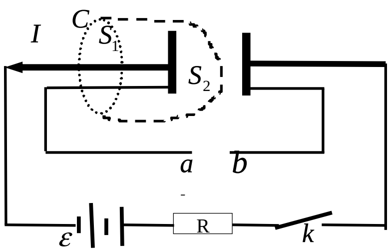


图 3-11 麦克斯韦理论的曲面化改造

于是他认为：如果不在右端补充电流，那么安培定律有“矛盾”。于是他认为右端是他设想的位移电流 I_D ，即

$$I = \iint_{S1} \nabla\times \boldsymbol{H} dS = \iint_{S2} \nabla\times \boldsymbol{H} dS = I_D \qquad (3\text{-}6)$$

麦克斯韦说“只有这样,安培定律的矛盾才可消除”。将 $I_D = \iint_{S2} J_D \mathrm{d}S$ 代入式 (3-6)右端，得到 $\iint_{S2} \nabla\times \boldsymbol{H} \mathrm{d}S = \iint_{S2} J_D \mathrm{d}S$ ，最后去掉 S_2 面上的二重积分算符，便有

$$\nabla\times \boldsymbol{H} = J_D \qquad (3\text{-}7)$$

这就是麦克斯韦的“位移电流或即时变电场也产生了磁场”的结论。上述推导似乎顺理成章，哪个年代的读者，难以发现他的推导有什么问题。

3. 合并公式化改造．式 (3-3)与式 (3-7)是两个独立的公式，前辈为了把两个式子合并在一起，即麦克斯韦要把 J_D 和 J 写在同一式子中，于是他根据泊松方程而论述到：

安培定律 $\oint_c \boldsymbol{H}\mathrm{d}l = I$ 旋度化之后已经得到了 $\nabla\times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J}$ ，再把此式两边取散度运算便有

$$\nabla\cdot\nabla\times \boldsymbol{H} = \nabla\cdot \boldsymbol{J} \qquad (3\text{-}8)$$

由数学运算规则得知上式左边的 $\nabla\cdot\nabla\times \boldsymbol{H} = 0$ ，而由克希霍夫定律得知上式右边的 $\nabla\cdot \boldsymbol{J} = -\frac{\partial\rho}{\partial t} \neq 0$ ，可见方程式 (3-8)不平衡，于是他认为解决此问题的途径是在式 (3-8)中添加一项 $\frac{\partial\rho}{\partial t}$ ，从而式 (3-8)便成为平衡式子了——

$$0 \Leftarrow \nabla\cdot\nabla\times \boldsymbol{H} = \nabla\cdot \boldsymbol{J} + \frac{\partial\rho}{\partial t} \Rightarrow 0 \qquad (3\text{-}9)$$

进一步，麦克斯韦再把高斯定律的泊松方程 $\nabla\cdot \boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ 推广到时变场中，即有

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = \varepsilon_0 \nabla\cdot \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \qquad (3\text{-}10)$$

于是将上式代入 (3-9)式，就得到：

$$\begin{aligned}\nabla\cdot\nabla\times \boldsymbol{H} &= \nabla\cdot \boldsymbol{J} + \varepsilon_0 \nabla\cdot \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \\ &= \nabla\cdot\left(\boldsymbol{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}\right)\end{aligned} \qquad (3\text{-}11)$$

这里的散度是对场点进行的。去掉散度算符 $\nabla\cdot$ 后，便是 $\nabla\times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$ ，或即

$$\nabla\times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \qquad (3\text{-}12)$$

这就是麦克斯韦的磁动势方程。看起来上述推导合理，好像是顺理成章的事情。哪个年代的读者，难以发现他的推导有什么问题。

4. 电流空间化改造

麦克斯韦为了得到式 (3-6)的依据,他是有思想的，即，电流进行空间化改造。早在 1840 年法拉第做了静电感应实验，麻绳系着一电量为Q的带电体，并放入金属桶内，结果发现，金

属桶外壁的电量也为Q，见图 3-12。然后，他用多个较大的金属桶套在外层，测量结果是：最外层桶的带电量仍为Q，见图 3-13。这是著名的桶实验。这在当时，由于未发现电子，人们不认识电荷，更不认识电流的本质是什么，因此，1862年麦克斯韦根据桶实验而论述道：电性既不是点也不是面或体，而是分布在整个空间的电位移，可见的介质和不可见的以太被电动力扭拉之后形成了电位移，电位移是位移电流的先兆，总结法拉第的桶实验得知，所谓电，它

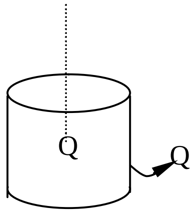


图 3-12　单桶实验

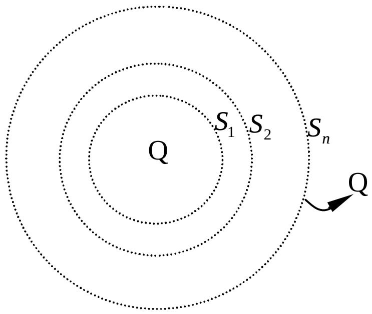
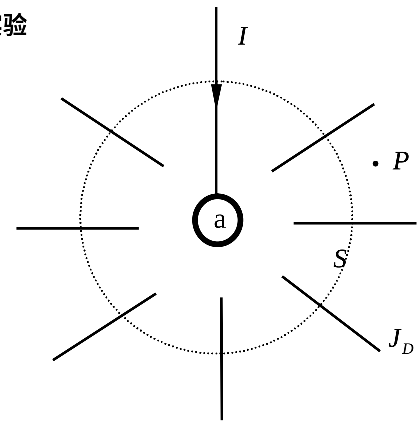


图 3-13　多桶实验



是分布在整个自由空间的物理量（见图 3-14），流入金属球a中的电流并没有结束，而是继续流向四面八方，球a中的电量即没增加也没减少，因电荷守恒而使得S面上的电流连续。所以他认为在整个自由空间里电流是连续的，即

$$\nabla \cdot \boldsymbol{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{3-13}$$

以上是麦克斯韦磁动势方程的来历。这在当时，由于未发现电子，人们不认识电荷，更不认识电流的本质是什么。直到麦克斯韦去世 18年后汤姆孙才发现电子，在哪个年代里，人们难以发现麦克斯韦的论证过程有什么不妥，更无法找出它的破绽。所以沿用至今。

但是，21世纪的现代人不得不重新研究他的正确性，尽管人们没有真正使用其旋度理论，但当旋度理论涉及到“三大纠纷”问题时，我们不得不重新研究它的的正确性。因此本章要指出的是：麦克斯韦对安培环流定律进行的旋度化改造是错的、进行的曲面化改造也是错的、合并公式化改造和空间电流连续化改造都是错误的。

3.2.2 麦克斯韦的旋度化改造是错误的

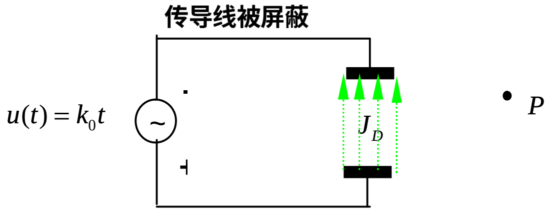
暂且不说麦克斯韦的理论根基及其物理概念是多么的错，单就他的旋度化改造而言，在

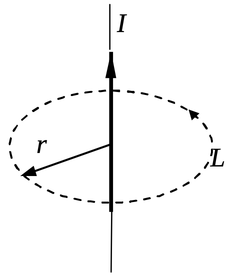
数学计算上也是错的。

1、可以检验，无论 J 是时变的或是恒定的，均有 $\nabla\times H \neq J$。当且仅当载流体为无限长时，在载流体内部才有 $\nabla\times \boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}$，而在载流体外部却是 $\nabla\times \boldsymbol{H}=0$。例如：

设长为 $2l$ 的位移电流 I_D，在图 3-15 中电容板间的距离是 $2l$，因 $\boldsymbol{E}(t)=k_0 t\cdot \boldsymbol{e}_z$，则 $\boldsymbol{I}_D=\varepsilon_0 k_0\cdot \boldsymbol{e}_z$（$\boldsymbol{e}_z$ 表示单位矢量），由安培定律得到

$$\boldsymbol{H}(P)=\frac{I_D}{4\pi\rho}\left[\frac{z+l}{\sqrt{\rho^2+(z+l)^2}}-\frac{z-l}{\sqrt{\rho^2+(z-l)^2}}\right]\boldsymbol{e}_\varphi \tag{3-14}$$





式中 P 是自由空间某一点，$\boldsymbol{e}_\varphi$ 是柱坐标上的单位矢量。按照麦克斯韦电磁场理论，此 I_D 将产生磁场，那么在柱坐标中计算，就是：

$$\nabla\times\boldsymbol{H}(P)=\frac{I_D}{4\pi}\left\{\frac{\rho}{\left[\rho^2+(z+l)^2\right]^{\frac{3}{2}}}-\frac{\rho}{\left[\rho^2+(z-l)^2\right]^{\frac{3}{2}}}\right\}\boldsymbol{e}_\rho$$

$$-\frac{I_D}{4\pi}\left\{\frac{z+l}{\left[\rho^2+(z+l)^2\right]^{\frac{3}{2}}}-\frac{z-l}{\left[\rho^2+(z-l)^2\right]^{\frac{3}{2}}}\right\}\boldsymbol{e}_z \tag{3-15}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{H}\neq\boldsymbol{J}_D \tag{3-16}$$

这是旋度的结果。它既不等于零也不等于 J_D。结合图 3-15 并参见式 (3-16)，不难发现：即使有人认为位移电流产生磁场，但至少说旋度方程在计算上也是错误的。注意：$\boldsymbol{E}(t)=k_0 t\cdot\boldsymbol{e}_z$ 是时变的，照麦克斯韦的说法，时变电场产生旋涡磁场，但是式 (3-16) 却出现了问题。

由此可见，对于磁动势旋度方程，单就在计算上也存在问题。错误根源在于他忽视了斯托克斯公式的使用条件："被积函数在积分面 S 足够靠近的点应具有连续的偏导数"。然而事实上，在载流体外部的磁场 H 并不满足此条件，因此说旋度化改造是错的。

2、即使载流体无限长，也不能进行旋度化改造。

例如：设有无限长的载流体，如图 3-16 所示。按照安培环路定律，有 $H_\varphi=\dfrac{I}{2\pi r}$，此处 r 是柱面坐标上的半径。也即：

$$\oint_L \boldsymbol{H}_\varphi \mathrm{d}l = I \tag{3-17}$$

但是，如果按照麦克斯韦的旋度化改造，则有：

$$\nabla \times \boldsymbol{H}_\varphi = 0 \tag{3-18}$$

比较式 (3-17)和式 (3-18)，显而易见，把安培环流定律进行旋度化改造是错误的。错误根源在于麦克斯韦忽视了斯托克斯公式的使用条件 ：“被积函数在积分面 S 足够靠近的点应具有连续的偏导数”。然而事实上，在载流体外部的磁场 H 并不满足此条件，因此说旋度化改造是错的。

3. 麦克斯韦错误的理解了安培环路定律。参见图 3-17，安培环路定律的含义是：主要是强调磁力线是一个封闭的环线，对于封闭的磁力线，沿着任意闭合回路 L 的线积分在数值上等于

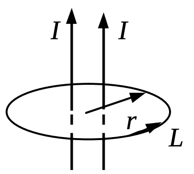


图 3-17　安培环路

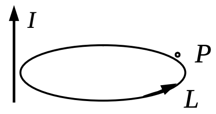


图 3-18　安培环路

L 所包围的电流和。即

$$\oint_L \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \sum_L I \tag{3-19}$$

麦克斯韦为了得到式 (3-3)式，他把积分算符去掉是错误的。因为，除了单条无限长载流体以外，我们不可以把积分符号去掉来计算场强，见图 3-17，如果去掉积分算符就变成

$$H = \frac{2I}{2\pi r} \tag{3-20}$$

显然 (3-20)式是错误的，因为二电流并不在圆环中心。

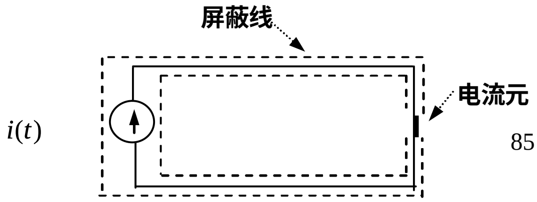
再例如，见图 3-18，由于磁力线是闭合的环线，按照毕-萨定律对L环线上的磁场求线积分有 $\oint_L \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = 0$，但是，反过来，我们不可以把积分符号去掉而认为 L 环线上的磁场等于零。看来麦克斯韦在理解安培环路定律上出了差错，居然把积分符号去掉以便得到他的旋度方程。

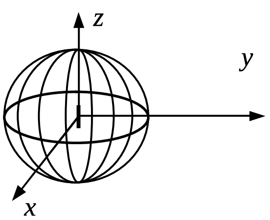
4. 见图 3-19，考虑 $i(t) = kt$ 的直流电流元 Idl 产生的磁场，它是时变的但又是线性的。根据毕奥-萨伐尔-拉谱拉斯定律，在球面坐标上有

$$\boldsymbol{B}(t) = \frac{\mu_0 \cdot (kt) \cdot dl \sin\theta}{4\pi r^2} \tag{3-21}$$

如果要把此磁场进行旋度化改造，则有

$$\nabla \times \boldsymbol{B}(t) = \frac{\mu_0 (kt) dl \cos\theta}{2\pi r^3} \boldsymbol{e}_r + \frac{\mu_0 (kt) dl}{4\pi r^3} \boldsymbol{e}_\theta \neq \mu(\boldsymbol{J} + \boldsymbol{J}_D) \tag{3-22}$$





难道您能借此机会说“磁场$B(t)$的源是$\frac{\mu_0(kt)dl\cos\theta}{2\pi r^3}\boldsymbol{e}_r+\frac{\mu_0(kt)dl}{4\pi r^3}\boldsymbol{e}_\theta$吗？显然不是！一切要想利用不为零的旋度值来试图阐述‘互生场’，我认为都是错的。其错误根源在于他忽视了斯托克斯公式的使用条件：“被积函数在积分面S足够靠近的点应具有连续的偏导数”。然而事实上，在载流体外部的磁场B并不满足此条件，因此说旋度化改造是错的。

5. 再参见麦克斯韦的（3-17）和（3-18）式，安培环路定律不可以旋度化改造，因为当且仅当在传导电流体内部计算磁场时才有$\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}$，这里的$H$属于传导体内部之磁场。但在外部，则$\nabla\times\boldsymbol{H}\neq\boldsymbol{J}$，因此说麦克斯韦的旋度化改造是错的。

归纳起来麦克斯韦的旋度化改造的错误根源有四条：①片面而错误的理解了安培环路定律的物理内涵，居然把积分符号去掉以便得到他的旋度方程。②即使载流体无限长，也不能随意改变积分线的路径，因为安培定律中磁场不满足“与积分路径无关的条件”，可以演算，如果对安培环路定律选取四边形积分路径，结果是错的；③他未注意到斯托克斯公式的使用条件“被积函数应具有连续的一阶偏导数”，但安培定律中的磁场不满足这一条件，因此不能使用斯托克斯公式；所以他错了。我们可以这样讲，麦克斯韦的那种数学推导上是不严格的，而且是不成立的。

在这里，至少说，他的结论在计算上是不成立的。错误的根源在于：安培环路定律并不满足斯托克斯公式的使用条件，强行使用该公式必然导致错误结论。总之麦克斯韦使用斯托克斯公式对安培环路定律进行的旋度化改造$\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}$只适合于导体内部，不适合于导体外部的自由空间，安培环路定律的微分形式只在导体内部成立，虽然导体内部的$H(r)=\frac{rI}{2\pi a^2}$满足斯托克斯公式的使用条件，但导体外部的$H(r)=\frac{I}{2\pi r}$不满足斯托克斯公式的使用条件。因此在自由空间进行旋度化改造是错误的，也是不成立的。

3.2.3 麦克斯韦的曲面化改造是错误的

1. 他的数学出现了问题。麦克斯韦运用格林定理进行曲面化改造，构造了一个凸面，实际上是改变了积分路径。对于安培环流定律，积分路径能否改变呢？显然不能！例如：

设有一根无限长载流体，如图3-20所示。如果取积分路径L（沿着大圆环，从P点回到P点），则有

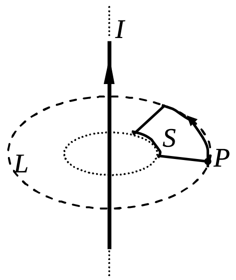
$$\oint_L \boldsymbol{H}_\varphi \mathrm{d}l = I \tag{3-23}$$

这是按毕-萨定律运算之后的安培环流定律之本意。

但是，如果取积分路径S面的边界（沿着扇形的边界，从P点回到P点），则有

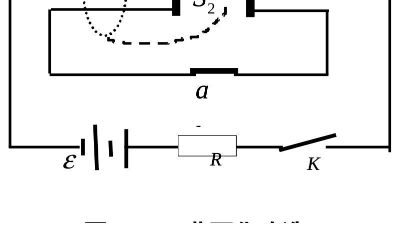
$$\oint_S \boldsymbol{H}_\varphi \mathrm{d}l = 0 \tag{3-24}$$

这也是安培环路定律的本意。



比较以上两式，前者为I，后者为零。不难发现了问题：同样是从P点回到P点，同样是安培环流定律的本意，为什么前者为I而后者为零呢？因为积分路径被改变了。在矢量积分中，积分路径的改变，必须要满足格林定理的使用条件，否则就是错误的。格林定理的使用条件是：被积函数在积分面和边界线具有一阶连续偏导，但安培环路定律的磁场并不满足此条件。换句话说，参见式（3-5）或者参见式（3-24），当积分路径改变之后，积分结果本来就是错的，再在这个错误的计算结果上去强行添加一项以便“方程平衡”，这属于错上加错。或者说，我们不能强行添加$\oint_S H_\varphi \mathrm{d}l = I_D$来满足“两个方程平衡”。或者说，当积分路径被改变之后，（3-24）式或者（3-5）式右端积分结果本来就等于零，没有理由强行添加莫须有的附加电流。

2、麦克斯韦的想象过于奇妙。在图3-11中麦克斯韦讲：“右边曲面S_2面上的积分等于什么呢？”。现在我倒要反问麦克斯韦，在图3-21中，右边曲面S_2面上您麦克斯韦想补充什么呢？对照图3-11和图3-21，其差别仅仅是a、b两点被短路。事实上，图3-21中电容极板之间即曲面S_2上除了空气流动之外，什么也没有！只有S_1面上才有电流通过（注意：图中细线被屏蔽，



不辐射任何场。因此S_1面只有流出的电流I）。由上可见，麦克斯韦的推理逻辑有问题。其

实，安培环流定律并无矛盾，问题在于：麦克斯韦可能未领会环流定律的物理意义——沿着闭合磁力线的路径进行积分，其积分值等于环中电流值。这是物理概念上的界定，并非数学游戏。至少我们可以这样讲，麦克斯韦的思维方式是一种想当然的思维方式。按照毕-萨定律和安培环路定路，积分路径本不该改变，他错误的改变之后，想当然地引进他那个所谓的位移电流。如果按照麦克斯韦的说法，在图 3-11中他认为 $I_D = I$ ，这相当于电容短路，则与电荷积累了这个客观事实不符。当然这是历史造成的错误概念。因为那时人们不认识电荷，更不认识电流。

总之，麦克斯韦进行的曲面化改造是错的，错误根源就是，他尚未注意到格林定理的使用条件，随意改变积分路径而带来了错误结论；麦克斯韦运用格林定理在一个电容电路中，对导线的围线积分改造成包含电容之电场的曲面边界线积分，从而认为电容中时变电场产生磁场。但是格林定理的使用条件是：被积函数在积分面和边界线具有一阶连续偏导数。但导体外部的安培环路定律并不满足格林定理的使用条件，而且如果认为 $I_D = I$ ，这相当于电容短路，则与电荷积累了这个客观事实不符。因此这种曲面化改造是错误的，也是不成立的。这种强行使用格林定理，必然带来错误的附加值，而人为地抵消这个附加值，属于错上加错。

3.2.4 麦克斯韦进行公式合并化改造是错误的

对于 (3-8)式，左边为零是因为麦克斯韦强行对安培定律进行旋度化改造之后再取散度运算，其旋度的散度等于零，是数学运算规则。而右边不为零，是物理方程的本来属性。左边的旋度化本身就被麦克斯韦弄错了，他又在右边错误的添加一项，这显然是错上加错。

请参见麦克斯韦的 (3-9)～ (3-11)式。为了让读者辨别真伪，我们用 (r_{in}) 表示源点内部所在位置，用 (r_P) 表示自由空间场点 P 处所在位置，即 r_P 是源点到场点的距离。显然，在满足集中参数条件下的电路上电流连续定律是

$$\nabla\cdot \boldsymbol{J}(r_{in}) = -\frac{\partial \rho(r_{in})}{\partial t} \tag{3-25}$$

再把泊松方程 $\nabla\cdot \boldsymbol{E}(r_{in}) = \rho(r_{in})/\varepsilon_0$ 推广到时变场中（麦克斯韦的做法），有

$$\frac{\partial \rho(r_{in})}{\partial t} = \varepsilon_0 \nabla\cdot \frac{\partial \boldsymbol{E}(r_{in})}{\partial t} \tag{3-26}$$

于是将上式代入麦克斯韦的 (3-11)式，就是：

$$\begin{aligned}\nabla\cdot\nabla\times \boldsymbol{H}(r_P) &= \nabla\cdot \boldsymbol{J}(r_{in}) + \varepsilon_0 \nabla\cdot \frac{\partial \boldsymbol{E}(r_{in})}{\partial t} \\ &= \nabla\cdot\left(\boldsymbol{J}(r_{in}) + \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}(r_{in})}{\partial t}\right)\end{aligned} \tag{3-27}$$

问题的根结是，麦克斯韦在书写过程中不标注 r_{in} 和 r_P 所在位置的不同。于是麦克斯韦在他的 (3-9)～ (3-11)式中把体电荷内部的 $\frac{\partial \rho(r_{in})}{\partial t} = \varepsilon_0 \nabla\cdot \frac{\partial \boldsymbol{E}(r_{in})}{\partial t}$ 当作了体电荷外部的

$\frac{\partial \rho(r_P)}{\partial t} = \varepsilon_0 \nabla g \frac{\partial \boldsymbol{E}(r_P)}{\partial t}$来使用，从而错误的认为“自由空间$P$点处的时变电场$E(r_p)$同$J(r_{in})$一样也产生了磁场。这是他混淆场与源位置关系的结果。或许现在人们理解成：原点的$J(r_{in})$和场点的$E(r_p)$都产生了磁场。假如有人这样认为的话，我们照此办理，必然得到笑话。请看下面的推导：

因为

$$\nabla \bullet \boldsymbol{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{3-28}$$

而

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \varepsilon \nabla g \frac{\partial \boldsymbol{E}(r_P)}{\partial t} \tag{3-29}$$

把 (3-29)式带入 (3-28)式，得到

$$\nabla g \boldsymbol{J} = -\varepsilon \nabla g \frac{\partial \boldsymbol{E}(r_P)}{\partial t} \tag{3-30}$$

按照麦克斯韦那样去掉散度算符，立即得到

$$\boldsymbol{J} = -\varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}(r_P)}{\partial t} \tag{3-31}$$

即电流密度等于电场变化率的负值，或者说电流密度在自由空间产生了时负的时变电场。很显然 (3-31)式是荒谬的，因为J在坐标原点，而E在自由空间的场点P处，如果 (3-31)无错，那么就可以直接由J求解E好了，根本就不需要麦克斯韦旋度方程了。为什么出现这种荒谬呢？因为：第一， (3-25)式只在传导体内部成立，而在自由空间它是不成立的；第二， (3-3)式左边本身就是错误的，因为安培环路定律不可以进行旋度化改造，强行旋度化改造必然使得其散度等于零 (因为旋度的散度等于零这属于数学运算规则)；第三， (3-28)式右边本身就该不为零，而$-\frac{\partial \rho}{\partial t}$是麦克斯韦强行添加进去的；第四，泊松方程是导体内部或电荷内部的方程，不可以推广到自由空间。因此说麦克斯韦的公式合并化改造是错误的。其结论显然也是错误的。总之，麦克斯韦对泊松方程求取时间导数$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \varepsilon_0 \nabla \bullet \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$，并把它推向整个自由空间是错误的，因为根据现代金属电子理论，泊松方程在体电荷内部 (或导体内部)是成立的，但在导体外部是不成立的，也就是说源点处的$\frac{\partial \rho(o)}{\partial t}$不等于自由空间中的$\varepsilon_0 \nabla \bullet \frac{\partial \boldsymbol{E}(r)}{\partial t}$。即使有人认为$\varepsilon_0 \nabla \bullet \frac{\partial \boldsymbol{E}(r)}{\partial t}$是空间的场，而认为$\frac{\partial \rho(o)}{\partial t}$是产生该场的源，但是运用$\nabla \bullet \boldsymbol{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$立即得到$\nabla g \boldsymbol{J}(o) = -\varepsilon \nabla g \frac{\partial \boldsymbol{E}(r)}{\partial t}$或$\boldsymbol{J}(o) = -\varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}(r)}{\partial t}$，这与他自己的旋度方程矛盾。因此说，麦克斯韦把有源内部的物理方程推广到自由空间是错误的，也是不成立的。

3.2.5 电流空间化改造是错误的

我们再来看他的电流空间化改造是否正确。

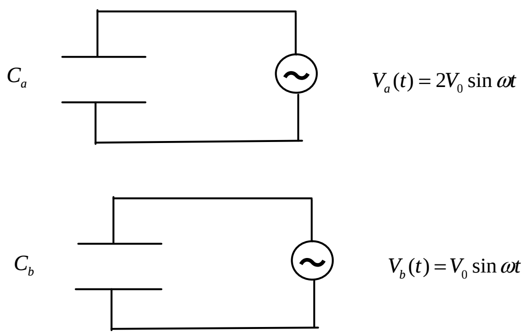
先考察这样一个实验，设有两个电路 a **和** b **，两平板的各自面积是：** $S_a = S$ **，** $S_b = 2S$ **以及平板间距离** $d_a = d_b = d$ **，其差别是提供的电压源幅度不同，如图 3-22所示。电容** $C_a = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$**，而电容** $C_b = \varepsilon_0 \frac{2S}{d}$ **，传导电流的稳态相应是：**

$$i_a = C_a \frac{\mathrm{d}U_{sa}}{\mathrm{d}t} = 2\varepsilon_0 \omega \frac{S}{d} \cos \omega t \tag{3-32}$$

$$i_b = C_b \frac{\mathrm{d}U_{sb}}{\mathrm{d}t} = 2\varepsilon_0 \omega \frac{S}{d} \cos \omega t \tag{3-33}$$

可见，两电路的传导电流相等，如果按照麦克斯韦的电流连续定律，既然两个传导电流相等， $i_a = i_b$ **那么两个位移电流也相等，即**

$$i_{Da} = i_{Db} \tag{3-34}$$



这样一来，两个位移电流辐射的电磁场功率也相等 (传导电流辐射的功率当然也相等)，即

$$P_{a\text{辐射}} = P_{b\text{辐射}} \tag{3-35}$$

再根据麦克斯韦关于空间电流连续定律所说的“ 传导电流继续向空间 (两极板间的空间)流动，球 a中 (电流板上)的电量既没增加也没减少 (即没有电能储存)”， 据此，两电路消耗电源的总功率应该相等的才是，但是。

但是，我们可以检验，各自电源提供的功率并不相等 (电流相等而电压源不等)，分别是 $P_{a\text{源}} = i_a(t) \cdot V_a(t) = 4\varepsilon_0 \omega V_0 \frac{S}{d} \sin \omega t \cos \omega t$ **和** $P_{b\text{源}} = i_b(t) \cdot V_b(t) = 2\varepsilon_0 \omega V_0 \frac{S}{d} \sin \omega t \cos \omega t$ **。即**

$$P_{a\text{源}} > P_{b\text{源}} \tag{3-36}$$

从 (3-39)式与 (3-40)不难看出，在麦克斯韦电流连续定律指导下得到“ 两个电路辐射的电磁场功率相等 ”，然而“ 两个电压源提供的功率却不相等 ”，功率差跑到哪儿去了？

也许有的同志讲，电容极板上本应有电荷储存，电容 a **较大，储存了更大的电荷。不错！问题的根节就在于此 ---既然“ 极板上有电荷储存了，电容** a **较大，储存了更大的电荷 ”，那**

么电流在空间就不连续了，这也进一步说明了麦克斯韦的空间电流连续定律是错的。简单的讲，如果 $I_D = I$ ，这相当于电容短路，与电荷积累了这个客观事实不符。

总之，麦克斯韦把电路上的电流连续定律 $\nabla \bullet \boldsymbol{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$ 进行空间化改造，而认为“电流向自由空间四面八方流逝”，电流在自由空间中也连续。这种“推向自由空间”不仅物理概念错，而且计算也错，因为克稀霍夫定律只适合于导体内部，不适合导体外部的自由空间。一个明显事实就是在电容电路中，如果 $I_D = I$ 相当于电容短路，则与电荷积累了这个客观事实不符，事实上电瓶或电容都是储存了正负电荷这个实体却不是储存电位移，更不是电流流向四面八方。

归根到底，这一切错误都属于麦克斯韦当时的物理概念有错：

第一、麦克斯韦不认识电的本质。对于法拉第的桶实验，根据现代金属电子理论，最外层上的Q是静电感应的缘故，并非电流直接流到桶上。换言之，在图3-12中，自由空间的S面上并没有Q的流动，只有电力线穿过自由空间，但电力线不是电流。由于历史客观原因，那时没有发现电子，麦克斯韦对电的物理概念、电荷的本质、电流的本质的认识不清楚。事实上，电荷是实体，电流是电荷的流动，在球 a 中不仅电量积累了，而且质量也增加了。例如：电荷枪或离子发射器，将正电荷射入球 a 中，球 a 中的电量增加了、质量增加了，并非他所说的“传导电流继续流向四面八方而形成位移电流”。事实上在麦克斯韦的图3-12的 S 面上，电流并不连续。所以说，麦克斯韦的理论根基错了。这是当时科学水平低下造成的。

第二、麦克斯韦颠三倒四的混淆场与源的物理位置。

1)大家知道，用安培环路定律来计算载流体内部的磁场时，有 $\nabla \times \boldsymbol{H}(r_{in}) = \boldsymbol{J}(r_{in})$ ，这里的 r_{in} 表示载流体内部的某个半径。对于安培环路定律，可以计算出外部的磁场是 $\nabla \times \boldsymbol{H}(r_P) \neq \boldsymbol{J}(r_{in})$ 。可是麦克斯韦为了改造安培环路定律而得到(3-3)～(3-6)式，把载流体内部的 $\nabla \times \boldsymbol{H}(r_{in}) = \boldsymbol{J}(r_{in})$ 当作载流体外部的 $\nabla \times \boldsymbol{H}(r_P) = \boldsymbol{J}(r_P)$ ，我们总不能说‘载流体电流密度分布在整个自由空间吧’。显然，麦克斯韦混淆了场与源的位置关系。

2)让我们再看一看由麦克斯韦旋度理论推导出来的波动方程(引自文[4]p239)：

在自由空间由于 $J = 0$、$\rho=0$ ，所以麦克斯韦方程组中的(3-27)变成：

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \tag{3-37}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\mu \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} \tag{3-38}$$

再把(3-38)式在取旋度有

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{E} = \nabla \nabla g \boldsymbol{E} - \nabla^2 \boldsymbol{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \boldsymbol{H} \tag{3-39}$$

把(3-37)式代入(3-39)式，并考虑到自由空间中 $\rho=0$ ，由(3-26)式可知 $\nabla g \boldsymbol{E} = 0$ ，就得到波动方程

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial^2 t} = 0 \tag{3-40}$$

同理可得到

$$\nabla^2 \boldsymbol{H} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \boldsymbol{H}}{\partial^2 t} = 0 \tag{3-41}$$

这就是麦克斯韦的波动方程(也称为齐次氦姆霍尔滋方程)之来历。请注意：麦克斯韦为了得到他的旋度方程组，他把体电荷密度ρ分布在整个自由空间；但是后来者为了得到他的波动方程，却又说自由空间由于$J=0$、$\rho=0$。换句话说，既然自由空间由于$J=0$、$\rho=0$，那么麦克斯韦的旋度方程组就推不出来，这是其一。其二，麦克斯韦为了得到他的旋度方程组，在(3-2)～(3-3)式中他把载流体内部(源点)的$\nabla\times\boldsymbol{H}(r_{in})=\boldsymbol{J}(r_{in})$当作自由空间的$\nabla\times\boldsymbol{H}(r_P)=\boldsymbol{J}(r_P)$来运算；但是，后来者为了得到他的波动方程，却又恢复了自由空间的$\boldsymbol{J}(r_P)=0$。其三，麦克斯韦为了得到他的旋度方程组，在(3-10)～(3-11)式中他把体电荷内部的$\frac{\partial\rho(r_{in})}{\partial t}=\varepsilon_0\nabla g\frac{\partial \boldsymbol{E}(r_{in})}{\partial t}$当作了体电荷外部的$\frac{\partial\rho(r_P)}{\partial t}=\varepsilon_0\nabla g\frac{\partial \boldsymbol{E}(r_P)}{\partial t}$来运算，从而得到(3-12)式的“自由空间$P$点处的时变电场$E(r_P)$也产生了磁场$H(r_P)$；但是，后来者为了得到他的波动方程，却又恢复体电荷外部的$\rho=0$(自由空间)。

反过来说，既然$J=0$、$\rho=0$，那么在麦克斯韦的推导过程中的(3-3)式和(3-12)式都为零，必然推不出麦克斯韦旋度方程组来。这就是说，电磁场理论前后矛盾重重。

大概，空间被人为地扭曲，就是从麦克斯韦方程组开始的吧。

第三、以太不存在导致麦克斯韦旋度方程失败。麦克斯韦把以太媒质与导体等效起来论述电位移，并认为传导电流变成以太位移电流，从而传导电流向自由空间流逝，产生时变磁场，而时变磁场又产生时变电场，于是波能量密度$\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}$在以太媒质中震荡传播。但是，大量光速实验已经证明以太不存在，这就证明了麦克斯韦的旋度方程不成立。也许有的人士认为：电波速度$c_0=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$则表明电波在$(\varepsilon_0,\ \mu_0)$媒质中振荡传播。但是，请注意，如果电波在$(\varepsilon_0,\ \mu_0)$中振荡传播，那么由于地球是运动的，必然使得传播速度将被媒质$(\varepsilon_0,\ \mu_0)$拖曳。即在东边测量电波的速度不等于在西边测量的电波速度。然而雷达侦察机证明，电波的辐射速度没有被媒质$(\varepsilon_0,\ \mu_0)$拖曳，特别是雷达波束跟随雷达天线的转动而转动，像一块刚性波束一样，一点也没有拖曳现象。再见第八章。本书认为电波不是在媒质$(\varepsilon_0,\ \mu_0)$中传播，而是直接辐射的。

第四、历史造成麦克斯韦的物理概念错。对于法拉第的桶实验，参见图12～13，根据现代金属电子理论，最外层上的Q是静电感应的缘故，并非电流直接流到桶上。换言之，在图3-13中，自由空间的S面上并没有电荷流动，只有电力线穿过。由于历史客观原因，那时没有发现电子，麦克斯韦对电的物理概念、电荷的本质、电流的本质的认识不清楚。事实上，电荷是实体，电流是电荷的流动，在球a中不仅电量积累了，而且质量也增加了。例如：电荷枪或

离子发射器，将正电荷射入球a中，球a中的电量增加了、质量也增加了，并非他所说的“传导电流继续流向四面八方而形成位移电流”。事实上在麦克斯韦的图3-13的S面上，电流并不连续，即电流连续定律是导体内部的定律，不可以推广到自由空间。所以说，麦克斯韦的理论根基错了。这是当时科学水平低下造成的。

麦克斯韦改造安培环路定律用了一个电容电路作为例证，参见图3-22。假如电流在自由空间连续，即$I_D = I$，这相当于电容被短路了，那么电容极板上就无电荷积累。显然这与客观事实不符。大家都知道电瓶，电瓶充电是填充了真实的电荷，既不是“充满电位移”也不是“电量向自由空间的四面八方流逝”。现代人可能怀疑麦克斯韦是否如此论述过，的确麦克斯韦是如此论述的，因为：第一，如果他不这样论述，他就推不出旋度方程来；第二，最关键还是当时人们不认识电的本质，更不认识电流的本质。所以麦克斯韦在物理概念上从一开始到结束都是错误的。

总之，在物理概念上，麦克斯韦认为“电性既不是点也不是面或体，而是分布在整个空间的电位移，可见的介质和不可见的以太被电动力扭拉之后形成了电位移，电位移是位移电流的先兆，电是分布在整个自由空间的物理量，流入金属球a中的电流并没有结束，而是继续流向四面八方”。当我们审视他的推导过程时，也会发现，他一会儿把$P(r)$点当作是源点，一会儿是把$P(r)$点当作场点，场源不分，不仅忽视了数学定理的使用条件，而且造成了非对称空间。他为了得到旋度方程组而认为J、ρ分布在整个以太空间，但是为了得到波动方程却又认为$J = 0$、$\rho = 0$。现在，我们根据现代金属电子理论来审视，他的位移电流显然是错误的。正如洛仑兹所指出的那样：麦克斯韦从不相信电荷实体，总是以他的电位移代替电荷体，人们也很难理解他指的电荷是什么，也从不问及电磁场是怎么产生的，在他的理论中，似乎电磁场来自无穷远处，一种不需要源的场。所以才促使麦克斯韦错误的诞生了两个旋度方程，一种非对称方程和非对称空间。事实上，电荷体的运动才是一切电磁波的根源，场不会产生出场来。

3.2.6 感生磁场否定性实验

这个实验容易证明时变电场不产生磁场，见图3-23。极板电容放置在真空管中，电容两端通过导线连接时变电压源或时变电流源，绝大部分导线被屏蔽，其中a处留有小口以便测量磁感应电流。测量方法是：感应线圈L分别套入a处真空管上和b处导线上，我可以肯定的说“a处线圈L没有有感应电流、b处线圈L有感应电流”。这可通过L中是否有交流信号来鉴证。因为导体上时变电流产生时变磁场向自由空间辐射，其速度是c_0，时变磁场切割了静止的L线。如果对b处的传导电流测着感应信号S_a，对a处的位移电流也测着了感应信号S_b，且$S_a = S_b$，那么这就直接证实了麦克斯韦的位移电流；考虑到介质玻璃存在分子电流，如果$S_a = S_b$，那么就从实验上直接否定了麦克斯韦旋度方程。

电容量$C = \dfrac{\varepsilon_0 s}{d} = \dfrac{8.8542\times10^{-12} s}{d} = \dfrac{8.8542\times10^{-12}\times0.01}{0.01}$，距离单位是米，面积单位是米^2。那

么施加电压源$v_s = v_m \sin(\omega t)$**，则稳态相应是**

$$i = \frac{v_s}{1/\omega c} = v_m \sin(\omega t)\cdot(\omega c)$$

$$= 10000\sin(\omega t)\cdot\left(2\pi\times 3\times 10^4 \frac{8.8542\times 10^{-12}\times 0.01}{0.01}\right)$$

$$= 1.65\times 10^{-2}\cdot\sin(\omega t)(\text{安培})$$

其中 $f = 30kHz$ **，** $v_m = 10000$**伏。这是一个直接否定性实验方案，如图 3-23所示。**

图 3-23是实验原理图。不过，据技术市场调查可知，高斯计的测量技术水平是$30kHz$ **以下，精度**0.1**高斯（1高斯 =80安 /米），所以要想用高斯计测量出图中磁场来，其电压源需增加 10倍时，方可以鉴别。遗憾的是，它将耗资 400万元¥，两次申报基金项目也未获基金资助，我个人没有如此巨大经费支持。所以寄希望于发达国家的物理学家去完成该实验。**

另一种测量方法是运用广义洛仑兹磁力，不直接测量磁场而是测量交变信号。该实验十分重要，如果在a**处的线圈**L**两端没有时变信号，而在**b**处的线圈**L**两端有时变信号（或者** $s_a = s_b$**），将证明两点：第一，时变电场没有产生磁场；第二，**b**处的时变磁场是独立辐射的横波，线圈 L上的金属电子受广义洛仑兹磁力**$F = q(-\boldsymbol{c}_0)\times \boldsymbol{B}$**的作用下形成了信号电流。我很想做这个实验，但无实验经费。只好还是寄希望于发达国家的物理学家去完成该实验。**

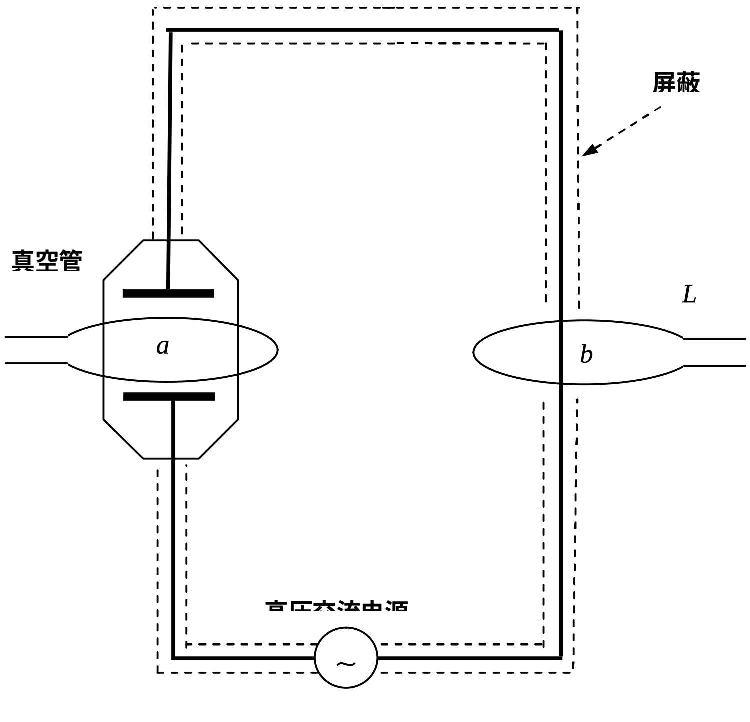


图 3-11　感生磁场否定性实验

其实呀，既然高斯计可以测量时变电流产生的时变磁场强度，这正说明时变磁场是独立

辐射到自由空间的，同时也说明磁场的辐射不需要麦克斯韦的互生场做“桥梁”。

值得一提的是，收发电波成功并不意味着麦克斯旋度理论(互生场理论)一定就正确。因为时变电流本身就辐射时变磁场，时变电荷本身就辐射时变电场。这正如赫芝用电感电容振荡电路所作的推理一样(见第四章)：时变磁场是电感中的时变电流产生的，时变电场是电容中的时变电荷产生的；电感和电容张开之后就是偶极子天线——对着自由空间辐射的天线。而且其辐射场强与距离平方成反比，相应的接收到的场强与距离平方成反比，所接收的时变场作用于接收天线上的金属电子而形成的信号强度与距离平方也成反比，只有这样，才与工程事实践相符，而麦克斯韦理论违背距离平方反比率。

3.3 旋度方程在求解过程中存在明显破绽

通过前面各节的分析，我们对麦克斯韦旋度理论在总体上有这样的看法：第一，对于他的磁生电旋度方程，可认为他是对电磁感应的一种假设模型，对这种电磁感应的旋度模型只能用电磁感应现象去否定它。第二，对于他的电生磁方程，可以看出他是东添加一项、西添加一项，取了散度运算再去掉散度算符，最后得到了一个非对称方程组。可是后来者为了求解他的非对称方程组，可以说是费了九牛二虎之力。即，在场量的求解过程中，人们运用了格林定理、氦姆霍尔滋方程和洛仑兹条件以及电流连续定律。结果怎样呢？不仅是求解出来的辐射场与客观事实不符，而且就整个求解过程却不能自圆其说。本节就来指出这个问题。

3.3.1 旋度理论求解场量的完整过程

1)麦克斯韦的空间电流连续定律[2，3，4]**麦克斯韦写道：电性既不是点也不是面或体，而是分布在整个空间的电位移，可见的介质和不可见的以太被电动力扭拉之后形成了电位移，电位移是位移电流的先兆，法拉第的桶实验得知，所谓电，它是分布在整个自由空间的物理量(参见麦克斯韦的历史图 3-12，3-13和 3-14)，流入金属球**a**中的传导电流并没有结束，而是继续流向四面八方流走，球**a**中的电量即没增加也没减少，因电量守恒而使得自由空间** S **面上的电流连续，即两者在自由空间上满足克稀霍夫**(KCL)**定律和泊松方程：**

$$\boldsymbol{J}+\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}=0 \tag{3-42}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D}=\rho \tag{3-43}$$

式(3-42)**是他的空间电流连续定律，式**(3-43)**是他把高斯定律推广到整个自由空间的结果。这就是麦克斯韦把电路上的克稀霍夫定律和泊松方程推广到整个自由空间的著名结论。**

2) 非齐次氦姆霍尔滋方程[4]**氦姆霍尔滋写道：对麦克斯韦旋度方程**

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{3-44}$$

的两边对场点 P 再求取旋度运算，得到

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\times\boldsymbol{B}) \tag{3-45}$$

再用麦克斯韦的旋度方程

$$\nabla\times\boldsymbol{B}=\mu\boldsymbol{J}+\mu\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t} \tag{3-46}$$

代入后，得到

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{E}=-\mu\frac{\partial}{\partial t}\left(J+\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}\right) \tag{3-47}$$

考虑到 $\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{E}=\nabla\nabla g\boldsymbol{E}-\nabla^2\boldsymbol{E}$ **，所以（3-47）成为**

$$\nabla^2\boldsymbol{E}+k^2\boldsymbol{E}=j\omega\mu\boldsymbol{J}+\nabla\nabla g\boldsymbol{E} \tag{3-48}$$

式中 $k^2=\mu\varepsilon\omega^2$ **，** $j\omega J=\partial J/\partial t$**。将空间电流连续定律**(3-42)**式代入上式**(3-48)**，得到下式**

$$\nabla^2\boldsymbol{E}+k^2\boldsymbol{E}=j\omega\mu\boldsymbol{J}-\frac{1}{j\omega\varepsilon}\nabla\nabla g\boldsymbol{J} \tag{3-49}$$

同样地，对

$$\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}+\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t} \tag{3-50}$$

的两边对场点 P 求取旋度，有

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{H}=\nabla\times\boldsymbol{J}+\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\times\boldsymbol{D}) \tag{3-51}$$

再用方程 $\varepsilon\nabla\times\boldsymbol{E}=-\varepsilon\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}$ **代入后，得到**

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{H}=\nabla\times\boldsymbol{J}+\varepsilon\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\times\boldsymbol{E}) \tag{3-52}$$

考虑到 $\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{H}=\nabla\nabla g\boldsymbol{H}-\nabla^2\boldsymbol{H}=-\nabla^2\boldsymbol{H}$ **(因为 H 是无散场)，所以（3-52）成为**

$$\nabla^2\boldsymbol{H}+k^2\boldsymbol{H}=-\nabla\times\boldsymbol{J} \tag{3-53}$$

这里式(3-49)**和式**(3-53)**称为非齐次氦姆霍尔滋方程，重写于下**

$$\begin{cases}\nabla^2\boldsymbol{E}+k^2\boldsymbol{E}=j\omega\mu\boldsymbol{J}-\frac{1}{j\omega\varepsilon}\nabla\nabla g\boldsymbol{J}\\ \nabla^2\boldsymbol{H}+k^2\boldsymbol{H}=-\nabla\times\boldsymbol{J}\end{cases} \tag{3-54}$$

由于电流密度是一个相当复杂的形式出现在方程中，这给求解带来相当大的困难，所以电磁场理论家借助于洛仑兹条件，使求解场的方程大为简化[4]p247～249**。这样一来，非齐次氦姆霍尔滋方程就成为一种过度方程。**

3）洛仑兹条件[4]**后来的电磁理论学家利用洛仑兹条件，把麦克斯韦旋度方程、氦姆霍尔滋方程关联，构成一个理论体系。他们是如下论述的。**

回顾一下静态场情形，在引入了标量位和矢量位之后，其求解变得简单多了。在时变场中，也可以通过同样的途径。因为 B 的散度恒为零，故可以取 $B=\nabla\times A$ ，又因麦克斯韦的旋

度方程

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-j\omega\boldsymbol{B} \tag{3-55}$$

于是:

$$\nabla\times(\boldsymbol{E}+j\omega\boldsymbol{A})=0 \tag{3-56}$$

上式括号中的矢量是无旋的，因而可以用一个标量函数的梯度代替它，即令

$$\boldsymbol{E}+j\omega\boldsymbol{A}=-\nabla\phi \tag{3-57}$$

或

$$\boldsymbol{E}=-j\omega\boldsymbol{A}-\nabla\phi \tag{3-58}$$

考虑到麦克斯韦的另一旋度方程

$$\begin{aligned}\nabla\times\boldsymbol{H}&=\frac{1}{\mu}\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{A}\\&=j\omega\varepsilon\boldsymbol{E}+\boldsymbol{J}\\&=j\omega\varepsilon(-\nabla\phi-j\omega\boldsymbol{A})+\boldsymbol{J}\end{aligned} \tag{3-59}$$

以及数学公式$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{A}=\nabla\nabla\cdot\boldsymbol{A}-\nabla^2\boldsymbol{A}$，　于是得到

$$\nabla\nabla\cdot\boldsymbol{A}-\nabla^2\boldsymbol{A}=-j\omega\mu\varepsilon\nabla\phi+k^2\boldsymbol{A}+\mu\boldsymbol{J} \tag{3-60}$$

将洛仑兹条件式

$$\begin{cases}\nabla\cdot\boldsymbol{A}=-j\omega\mu\varepsilon\phi\\ \nabla\nabla\cdot\boldsymbol{A}=-j\omega\mu\varepsilon\nabla\phi\end{cases} \tag{3-61}$$

代入(3-60)式，得到

$$\nabla^2\boldsymbol{A}+k^2\boldsymbol{A}=-\mu\boldsymbol{J} \tag{3-62}$$

进一步将式(3-58)中的$\boldsymbol{E}$代入$\nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho$中，并应用洛仑兹条件，得到$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\nabla\cdot(-j\omega\boldsymbol{A}-\nabla\phi)=-\nabla^2\phi-k^2\phi=\rho/\varepsilon$，　即

$$\nabla^2\phi+k^2\phi=-\frac{\rho}{\varepsilon} \tag{3-63}$$

这是应用了洛仑兹条件之后，简化求解方程的结果，重写于下：

$$\begin{cases}\nabla^2\boldsymbol{A}+k^2\boldsymbol{A}=-\mu\boldsymbol{J}\\ \nabla^2\phi+k^2\phi=-\dfrac{\rho}{\varepsilon}\end{cases} \tag{3-64}$$

这可称为位函数的非齐次波动方程、或称作位函数的非齐次氦姆霍尔滋方程。在给定的J和ϕ情况下，求解此式便可得到A和ϕ，然后代入式(3-58）和$\boldsymbol{B}=\nabla\times\boldsymbol{A}$中，就可得到电场$\boldsymbol{E}$和磁场$\boldsymbol{B}$。在实际计算中可以不求$\phi$的解，因为只要求出$A$的解，然后应用洛仑兹条件$\nabla\cdot\boldsymbol{A}=-j\omega\mu\varepsilon\phi$，即可得到$\phi$的解。这取决于(空间)电流连续定律，给定了$J$也就给定了$\rho$，洛仑兹条件正是反映了(空间)电流连续定律[1]。证明如下，对式（3-62）取散度，有

$$\nabla\cdot\nabla^2\boldsymbol{A}+\nabla\cdot k^2\boldsymbol{A}=\nabla\cdot(-\mu\boldsymbol{J}) \tag{3-65}$$

$$\nabla^2(\nabla\cdot\boldsymbol{A})+k^2\boldsymbol{A}=-\mu\nabla\cdot\boldsymbol{J} \tag{3-66}$$

代入洛仑兹条件，有

$$-j\omega\mu\varepsilon\nabla^2\phi+k^2(-j\omega\mu\varepsilon\phi)=-\mu\nabla g\boldsymbol{J} \tag{3-67}$$

$$j\omega\varepsilon(\nabla^2\phi+k^2\phi)=\nabla g\boldsymbol{J} \tag{3-68}$$

再代入式(3-63)，得到自由空间的电流连续定律：

$$-j\omega\rho=\nabla g\boldsymbol{J} \tag{3-69}$$

这样一来，位函数的非齐次氦姆霍尔滋方程(3-64)、洛仑兹条件式(3-61)与空间电流连续定律式(3-69)这三者紧紧地联系在一起了，一环扣一环，谁也离不开谁。连接纽扣的关键环节正是麦克斯韦的两个旋度方程(3-50)和(3-55)两式。这是目前电磁场理论书籍所论述的[4]。

4) 场量计算.尽管方程(3-64)比方程(3-48)要简单得多，但要求解式(3-64)，必须应用格林定理。至少说，目前尚无它法。格林定理是：

$$\oint_s(\psi\nabla\xi-\varphi\nabla\xi)\cdot ds=\iiint_\tau(\psi\nabla^2\xi-\xi\nabla^2\psi)\cdot d\tau \tag{3-70}$$

现在让我们来着手求解(3-64)式。假定在整个空间内体电荷密度 ρ 的分布状态是已知的，且在无限远处 $\rho=0$。欲求空间某一点 P 的 $\phi=\phi_P$ ，可以从格林定理出发，在(3-70)中令 $\psi=\phi$ ，$\xi=\dfrac{e^{-jmr}}{r}$(注: 这里的 ξ 是引入的任意辅助函数)，此处 m 为一任意常数，r 是由 P 点引出的距离。代入格林定理后得到[4]

$$\begin{aligned}&\oint_s\left[\phi\nabla\left(\frac{e^{-jmr}}{r}\right)-\left(\frac{e^{-jmr}}{r}\right)\nabla\phi\right]\cdot ds\\=\ &\iiint_\tau\left[\phi\nabla^2\left(\frac{e^{-jmr}}{r}\right)-\left(\frac{e^{-jmr}}{r}\right)\nabla^2\phi\right]\cdot d\tau\end{aligned} \tag{3-71}$$

为了求 P 点的 ϕ_P，由于 e^{-jmr}/r 在 P 点不连续，我们取封闭面 S 为以 P 点为圆心、r_0 为半径的小球面 S_o 加上在无限远处的表面 S_∞ .这时，在 S_o 与 S_∞ 间的体积就是(3-59)式右边体积分的范围。之所以这样选取封闭面 S ，是因为我们预见到在 S_∞ 上的面积分为零，而在 S_o 面上 ϕ 的分布是当 $r_o\to 0$ 时变为 ϕ_P，这正是我们所需要的解答。

在式(3-71)中， 以

$$\nabla\left(\frac{e^{-jmr}}{r}\right)=-\frac{\vec{r}}{r^3}e^{-jmr}(jmr+1) \tag{3-72}$$

$$\nabla^2\left(\frac{e^{-jmr}}{r}\right)=-m^2\frac{e^{-jmr}}{r} \tag{3-73}$$

代入，可得:

$$\oint_s e^{-jmr}\left[\frac{\phi\vec{r}}{r^3}+\frac{jm\phi\vec{r}}{r^2}+\frac{\nabla\phi}{r}\right]ds=\iiint_\tau\frac{e^{-jmr}}{r}[m^2\phi+\nabla^2\phi]d\tau \tag{3-74}$$

此式左边的面积分只需要在小球面 S_o 上进行。由于 $d\vec{S}$ 的指向是由球表面指向球心，而 r 是由球心指向球表面， 因此 $\vec{r}d\vec{s}=-rds$ ，从而式(3-74)左边 $Left$ 可写成：

$$Left = -e^{-jmr_0}\left[\frac{1}{r_0^2}\oiint_{s_0}\phi ds + \frac{jm}{r_0}\int_{s_0}\phi ds + \frac{1}{r_0}\oint_{s_0}\frac{\partial\phi}{\partial r}\mathrm{d}s\right] \tag{3-75}$$

如果我们以$\bar{\phi}$**表示小球面上**ϕ**的平均值，即**$\bar{\phi}=\frac{1}{4\pi r_0^2}\oiint_{S_0}\phi\mathrm{d}s$ **。又令**$\frac{\partial\bar{\phi}}{\partial r}=\frac{1}{4\pi r_0^2}\oiint_{s_0}\frac{\partial\phi}{\partial r}\mathrm{d}s$ **，那么式**(3-75)**就改写成：**

$$Left = -e^{-jmr_0}\left[\frac{4\pi r_0^2\bar{\phi}}{r_0^2}+\frac{jm4\pi r_0^2\bar{\phi}}{r_0}+\frac{4\pi r_0^2}{r_0}\frac{\partial\bar{\phi}}{\partial r}\right] \tag{3-76}$$

当 $r_o \to 0$ **时，** $e^{-jmr_0}\to 1$ **，且**$\bar{\phi}\to\phi_P$.**所以** $Left \to -4\pi\phi_P$ **，于是**(3-74)**式改写成**:

$$-4\pi\phi_P = \iiint_\tau \frac{e^{-jmr}}{r}(m^2\phi+\nabla^2\phi)\mathrm{d}\tau \tag{3-77}$$

现在求上式右边的体积分。将式(3-63)**中的**$\nabla^2\phi$ **代入上式，则式**(3-77)**的右边** $Right$ **的体积分是**:

$$Right = \iiint_\tau \frac{e^{-jkr}}{r}\left(m^2\phi-\frac{\rho}{\varepsilon}-k^2\phi\right)\mathrm{d}\tau \tag{3-78}$$

当 $m^2=k^2$ **时， 则（**3-78**）式就成为**

$$Right = \iiint_\tau \frac{e^{-jkr}}{r}\left(-\frac{\rho}{\varepsilon}\right)\mathrm{d}\tau \tag{3-79}$$

于是，式(3-77)**可写成**:

$$-4\pi\phi_P = \iiint_\tau \frac{e^{-jkr}}{r}\left(-\frac{\rho}{\varepsilon}\right)\mathrm{d}\tau \tag{3-80}$$

因 ϕ_P **就是场点的** ϕ **，由此可得**

$$\phi=\phi_P=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\iiint_\tau\frac{\rho e^{-jkr}}{r}\mathrm{d}\tau \tag{3-81}$$

如果我们把 $k=\frac{\omega}{v}$ **代入，并重新时间因子** $e^{j\omega t}$ **，则得**

$$\phi=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\iiint_\tau\frac{\rho e^{j\omega\left(t-\frac{r}{v}\right)}}{r}\mathrm{d}\tau \tag{3-82}$$

这就是方程（3-64**）**[**即所谓的位函数波动方程、非齐次位函数氦姆霍尔滋方程**] **之特解。**

对于矢量磁位 A **，它可分解为三个标分量，因此其解具有相同的形式，即**

$$\boldsymbol{A}=\frac{\mu}{4\pi}\iiint_\tau\frac{\boldsymbol{J}\cdot e^{j\omega\left(t-\frac{r}{v}\right)}}{r}\mathrm{d}\tau \tag{3-83}$$

例如偶极子天线，其辐射场的求解过程是，先求出 $\boldsymbol{A}$ **，再计算出** $\boldsymbol{B}$ **和** $\boldsymbol{E}$ **。已知**

$$\begin{aligned} I\mathrm{d}l\cdot\boldsymbol{a}_z &= \frac{I}{S}S\mathrm{d}l\cdot\boldsymbol{a}_z \\ &= \boldsymbol{J}\mathrm{d}\tau \end{aligned} \tag{3-84}$$

式中 S **为电流元的截面积，**$\boldsymbol{a}_z$ **是单位矢量，于是矢量磁位可写成**

$$A = \frac{\mu I \cdot e^{j\omega\left(t-\frac{r}{v}\right)} dl}{4\pi r} a_z \tag{3-85}$$

略去 $e^{j\omega t}$ **并以** $k = \frac{\omega}{v}$ **代入，可得**

$$A = \frac{\mu}{4\pi r} Idle^{-jkr} . a_z \tag{3-86}$$

矢量磁位 A **只有** z **方向上的分量，可用** A_z **表示。那么转化到球坐标系中就是** $A_r = A_z con\theta$ **，** $A_\theta = A_z \sin\theta$ **，** $A_\varphi = 0$ **。于是**

$$\begin{aligned} A = &\frac{\mu}{4\pi r} Idle^{-jkr} \cos\theta \cdot e_r \\ &- \frac{\mu}{4\pi r} Idle^{-jkr} \sin\theta \cdot e_\theta \end{aligned} \tag{3-87}$$

这里 e_r **和** e_θ **是球坐标中的单位矢量。再根据** $B = \nabla \times A$ **和** $\varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} = \nabla \times H$ **便可求得球坐标系上的时变磁场和时变电场：**

$$H_\varphi = \frac{Idle^{j\omega t}}{4\pi r^2}(jkr + 1)\sin\theta \tag{3-88}$$

$$\begin{cases} E_r = \dfrac{-jIdle^{j\omega t - jkr}}{2\pi\varepsilon_0 \omega r^2}(jk + \dfrac{1}{r})\cos\theta \\ E_\theta = \dfrac{-jIdle^{j\omega t - jkr}}{4\pi\varepsilon_0 \omega r}(-k^2 + \dfrac{jk}{r} + \dfrac{1}{r^2})\sin\theta \end{cases} \tag{3-89}$$

以上就是书中称“麦克斯韦的空间电流连续方程、氦姆霍尔滋方程（波动方程）、洛仑兹条件、麦克斯韦旋度方程，他们紧紧耦合在一起”的结果，也是大家使用的电磁场理论体系[4]。

前面我们在第2.1节中已经指出了式（3-88）和式（3-89）存在破绽，下面主要是针对麦克斯韦的空间电流连续方程、氦姆霍尔滋方程（位函数波动方程）和洛仑兹条件之间的关系，指出它们的问题所在，一种不能自圆其说的问题。也就是说，为了求解麦克斯韦空间电流连续的旋度方程组，人们运用了格林定理、氦姆霍尔滋方程和洛仑兹条件，但是，可以验算这一套计算过程却不能自圆其说，这就是空间电流连续和非对称的旋度理论造成的不能自圆其说之结果。

3.3.2 运用格林定理来求解旋度方程难以自圆其说

伟大赫兹实验成功之后，氦姆霍尔滋崇拜麦克斯韦的预言，从而想方设法求解麦克斯韦方程组，在旋度场的求解过程中，他做了很大努力，称得上“费尽心思”，让人们很难看出旋度场的求解有什么破绽。

现在，为了让人们看出旋度场求解中的破绽，不妨仿照上述求解方法。仿照如下：

尽管方程(3-64)比方程(3-48)要简单得多，但要求解式(3-64)，必须应用格林定理。至少说，目前尚无它法。格林定理是：

$$\oiint_s(\psi\nabla\xi-\varphi\nabla\xi)\cdot\mathrm{d}s=\iiint_\tau(\psi\nabla^2\xi-\xi\nabla^2\psi)\cdot\mathrm{d}\tau \tag{3-70)'$$

现在让我们来着手求解(3-64)**式。假定在整个空间内体电荷密度** ρ **的分布状态是已知的，且在无限远处** $\rho=0$ **。欲求空间某一点** P **的** $\phi=\phi_P$ **，可以从格林定理出发，在**(3-70)'**中令** $\psi=\phi$ **，** $\xi=\frac{e^{-r}}{r}$(**注：这里的** ξ **是引入的任意辅助函数**)**，** r **是由** P **点引出的距离。代入格林定理后得到**

$$\oiint_s\left[\phi\nabla\left(\frac{e^{-r}}{r}\right)-\left(\frac{e^{-r}}{r}\right)\nabla\phi\right]\mathrm{d}s$$
$$=\iiint_\tau\left[\phi\nabla^2\left(\frac{e^{-r}}{r}\right)-\left(\frac{e^{-r}}{r}\right)\nabla^2\phi\right]\mathrm{d}\tau \tag{3-71)'$$

为了求 P **点的** ϕ_P **，由于** e^{-r}/r **在** P **点不连续，我们取封闭面** S **为以** P **点为圆心、加上在无限远处的表面** S_∞ .**这时，在** S_o **与** S_∞ **间的体积就是**(3-71)'**式右边体积分的范围**.**之所以这样选取封闭面** S **，是因为我们预见到在** S_∞ **上的面积分为零，而在** S_o **面上** ϕ **的分布是当** $r_o\to 0$ **时变为** ϕ_P **，这正是我们所需要的解答。**

在式(3-71)'**中，以**

$$\nabla\left(\frac{e^{-r}}{r}\right)=-\frac{\vec{r}}{r^3}e^{-r}(r+1) \tag{3-72)'$$

$$\nabla^2\left(\frac{e^{-r}}{r}\right)=\frac{e^{-r}}{r} \tag{3-73)'$$

代入，可得:

$$\oiint_s e^{-r}\left[\frac{\phi\vec{r}}{r^3}+\frac{\phi\vec{r}}{r^2}+\frac{\nabla\phi}{r}\right]\mathrm{d}s$$
$$=\iiint_\tau\frac{e^{-r}}{r}[-\phi+\nabla^2\phi]\mathrm{d}\tau \tag{3-74)'$$

此式左边的面积分只需要在小球面 S_o **上进行**.**由于** $d\vec{S}$ **的指向是由球表面指向球心，而** r **是由球心指向球表面，因此** $\vec{r}d\vec{s}=-rds$ **，从而式**(3-74)' **左边** $Left$ **可写成**:

$$Left=-e^{-r_0}\left[\frac{1}{r_0^2}\oiint_{s_0}\phi ds+\frac{1}{r_0}\int_{s_0}\phi\mathrm{d}s+\frac{1}{r_0}\oint_{s_0}\frac{\partial\phi}{\partial r}\mathrm{d}s\right] \tag{3-75)'$$

如果我们以 $\bar{\phi}$ **表示小球面上** ϕ **的平均值，即** $\bar{\phi}=\frac{1}{4\pi r_0^2}\oiint_{s_0}\phi\mathrm{d}s$ **。又令** $\frac{\overline{\partial\phi}}{\partial r}=\frac{1}{4\pi r_0^2}\oiint_{s_0}\frac{\partial\phi}{\partial r}\mathrm{d}s$ **，那么式**(3-75)'**就改写成：**

$$Left=-e^{-r_0}\left[\frac{4\pi r_0^2\bar{\phi}}{r_0^2}+\frac{4\pi r_0^2\bar{\phi}}{r_0}+\frac{4\pi r_0^2}{r_0}\frac{\overline{\partial\phi}}{\partial r}\right] \tag{3-76)'$$

当 $r_o\to 0$ **时，** $e^{-r_0}\to 1$ **，且** $\bar{\phi}\to\phi_P$.**所以** $Left\to-4\pi\phi_P$ **，于是**(3-74)'**式改写成**:

$$-4\pi\phi_P=\iiint_\tau \frac{e^{-r}}{r}(-\phi+\nabla^2\phi)\mathrm{d}\tau \tag{3-77)'}$$

现在求上式右边的体积分。将式(3-63)**中的**$\nabla^2\phi$ **代入上式，那么式**(3-73)'**或即**(3-77)'**的右边的体积分就是：**

$$Right=\iiint_\tau \frac{e^{-r}}{r}\left(-\phi+(-k^2\phi-\frac{\rho}{\varepsilon})\right)\mathrm{d}\tau \tag{3-78)'}$$

由于这里没有任意参数m**，则**(3-78)'**式仍然是**

$$Right=\iiint_\tau \frac{e^{-r}}{r}\left(-\phi+(-k^2\phi-\frac{\rho}{\varepsilon})\right)\mathrm{d}\tau \tag{3-79)'}$$

则式(3-77)'**可写成**:

$$-4\pi\phi_P=\iiint_\tau \frac{e^{-r}}{r}\left(-\phi+(-k^2\phi-\frac{\rho}{\varepsilon})\right)\mathrm{d}\tau \tag{3-80)'}$$

因ϕ_P**就是场点的**ϕ**，由此可得**

$$\phi=\phi_P=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\iiint_\tau\left(\varepsilon(1+k^2)\phi+\frac{\rho e^{-jkr}}{r}\right)\mathrm{d}\tau \tag{3-81)'}$$

如果我们把$k=\frac{\omega}{v}$**代入，并重新时间因子**$e^{j\omega t}$**，则得**

$$\phi=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\iiint_\tau\frac{\rho e^{j\omega\left(t-\frac{r}{v}\right)}}{r}\mathrm{d}\tau+\frac{1}{4\pi}\iiint_\tau\left(1+\frac{\omega^2}{v^2}\right)\phi\mathrm{d}\tau \tag{3-82)'}$$

这就是方程（3-64**）**[**即所谓的位函数波动方程、非齐次位函数氦姆霍尔滋方程**] **之特解。对于矢量磁位**A**，它可分解为三个标分量，因此其解具有相同的形式，即**

$$\boldsymbol{A}=\frac{\mu}{4\pi}\iiint_\tau\frac{\boldsymbol{J}e^{j\omega\left(t-\frac{r}{v}\right)}}{r}\mathrm{d}\tau+\frac{1}{4\pi}\iiint_\tau\left(1+\frac{\omega^2}{v^2}\right)\boldsymbol{A}\mathrm{d}\tau \tag{3-83)'}$$

显而易见，方程(3-83)'**不同于方程**(3-83)**，问题何在？我们仔细分析如下：**

1）电磁场理论[4]**在场量求解过程中，使用了辅助函数**$\xi=\frac{e^{-jmr}}{r}$**且**$m^2=k^2$ **这一拼凑手法，从而使得式**(3-78)**中的正负两项抵消，这属于拼凑手法，没有推理逻辑和物理概念。作为一种理论，或一种运用格林定理的求解过程，所引入的辅助函数应当具有任意性，即任设一辅助函数均应有同样的解，才经得起推敲。否则，这个理论或过程只是一种拼凑手法。**

也许有人反问我，“为什么要引入辅助函数$\xi=\frac{e^{-r}}{r}$**呢”，但反过来我倒要想反驳反问：为什么电磁场理论要引入刚好凑巧的**$\xi=\frac{e^{-jmr}}{r}$**且**$m^2=k^2$ **呢？**

也许有的同志认为，$\xi=\frac{e^{-jmr}}{r}$**就是位函数。但是，别忘了位函数是**ϕ**，却不是**ξ **。**

总的来讲：场量的求解过程是存在缺陷的，尽管东拼西凑却不圆满。

2）退一步讲，即使拼凑出了位函数 ϕ 之解，但也是不严格的。因为格林定理的使用条件，要求被积函数连续可导，然而所引入的辅助函数 $\xi = \frac{e^{-jmr}}{r}$ 和 $m^2 = k^2$ 并不满足格林定理的条件。尽管对式（3-62）的计算使用了积分中值定理，但被积函数是三阶奇异点，而 ds 只有两阶零点。因此所设的辅助函数 $\xi = \frac{e^{-jmr}}{r}$ 和 $m^2 = k^2$ ，不满足格林定理的应用条件。

3.3.3 利用洛仑兹条件却不能自圆其说

在当今旋度磁场理论中，利用洛仑兹条件来满足它的虚伪。然而事实上洛仑兹条件却又未得到满足。我们仍然以电流元辐射场为例，既然，"给定了 J ，也就给定了 ρ ， J 和 ρ 以电流连续方程耦合在一起，并以 $\nabla\cdot\boldsymbol{J} = -j\omega\rho$ 表现出来[4]。那么，由此求出的 ϕ 能否满足洛仑兹条件呢？推导如下(注意:散度是对场点进行的，积分是对源点进行的)：

对式(3-83)求散度，得

$$\nabla\cdot\boldsymbol{A} = \nabla\cdot\iiint_\tau \frac{\mu e^{j\omega t} e^{-jkr}}{4\pi r}\mathrm{d}\tau \tag{3-90}$$

由于积分是对源点进行的， 而散度($\nabla\cdot$)是对场点进行的， 所以散度算符 $\nabla\cdot$ 可移入积分内部(参见文[4]p99)， 并注意 $\boldsymbol{J} = \boldsymbol{J}(0)$ 只分布在原点，对场点求散度时有 $\nabla\cdot\boldsymbol{J}(P)=0$，从而

$$\begin{aligned}\nabla\cdot\boldsymbol{A} &= \iiint_\tau \nabla\cdot\left(\frac{\mu e^{j\omega t} e^{-jkr}}{4\pi r}\right)\mathrm{d}\tau \\ &= \frac{\mu e^{j\omega t}}{4\pi}\iiint_\tau\left[\frac{e^{-jkr}}{r}(\nabla\cdot\boldsymbol{J}) + \boldsymbol{J}\cdot\nabla\left(\frac{e^{-jkr}}{r}\right)\right]\mathrm{d}\tau \\ &= \frac{\mu e^{j\omega t}}{4\pi}\iiint_\tau\left[\frac{e^{-jkr}}{r}\cdot 0 - \frac{(jkr+1)e^{-jkr}}{r^2}(\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{r})\right]\mathrm{d}\tau \\ &= -\frac{\mu e^{j\omega t}}{4\pi}\iiint_\tau \frac{(jkr+1)\cos\theta\cdot e^{-jkr}}{r^2}\boldsymbol{J}\cdot\mathrm{d}\tau\end{aligned} \tag{3-91}$$

注意到 J 只分布在源点，参见式(3-86)，积分是对源点(原点)进行的，则式(3-91)就成为

$$\nabla\cdot\boldsymbol{A} = -\frac{\mu Idle^{j\omega t}\cdot e^{-jkr}}{4\pi r^2}(jkr+1)\cos\theta \tag{3-92}$$

比较洛仑兹条件的(3-61)式，显而易见，洛仑兹条件并没有得到满足。

为了检验式(3-92)在计算上的无误，可直接对式（3-87）求取散度值，也将得到同样的 (3-92)式，即，洛仑兹条件并未满足。当今基于麦克斯韦的电磁场理论声称紧扣洛仑兹条件，却未满足洛仑兹条件，难道没有严重问题吗？！显然是不能自圆其说。

3.3.4 非齐次氦姆霍尔滋方程存在明显破绽

麦克斯韦方程 $\nabla\times\boldsymbol{E} = -\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}$ 的本意是：空间 P 点的时变磁场在该 P 点产生电场；而麦克

斯韦旋度方程 $\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}+\dfrac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}$ 的本意是：源点 (o) 处的传导电流与场点 (r) 处的位移电流均在空间 P 处产生磁场。为了看出非齐次氦姆霍尔滋方程的破绽，我们仿照他的推导方法，并用 (r) 表示自由空间某点 P 、用 (o) 表示源点。模仿如下：

对麦克斯韦旋度方程

$$\nabla\times\boldsymbol{E}(r)=-\frac{\partial\boldsymbol{B}(r)}{\partial t} \tag{3-44)'}$$

的两边对场点 P 求取旋度， 得到

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{E}(r)=-\frac{\partial}{\partial t}[\nabla\times\boldsymbol{B}(r)] \tag{3-45)'}$$

这里的运算是对场点进行的。再用麦克斯韦的旋度方程

$$\nabla\times\boldsymbol{B}(r)=\mu\boldsymbol{J}(0)+\mu\frac{\partial\boldsymbol{D}(r)}{\partial t} \tag{3-46)'}$$

代入后，得到

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{E}(r)=-\mu\frac{\partial}{\partial t}\left(\boldsymbol{J}(0)+\frac{\partial\boldsymbol{D}(r)}{\partial t}\right) \tag{3-47)'}$$

用符号 $\nabla^2\boldsymbol{E}(r)$ 代替 $\nabla\nabla g\boldsymbol{E}(r)-\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{E}(r)$ ，所以式(3-47)’ 成为

$$\nabla^2\boldsymbol{E}+k^2\boldsymbol{E}(r)=j\omega\mu\boldsymbol{J}(0)+\nabla\nabla g\boldsymbol{E}(r) \tag{3-48)'}$$

式中 $k^2=\mu\varepsilon\omega^2$ ， $j\omega\boldsymbol{J}(0)=\partial\boldsymbol{J}(0)/\partial t$ 。将空间电流连续定律 (3-42)以及(3-43)两式代入上式(3-48)’中，得到下式

$$\nabla^2\boldsymbol{E}(r)+k^2\boldsymbol{E}(r)=j\omega\mu\boldsymbol{J}(0)-\frac{1}{j\omega\varepsilon}\nabla\nabla g\boldsymbol{J}(0) \tag{3-49)'}$$

注意到 $\boldsymbol{J}(0)$ 只分布在源点 (o) 处， 而 ∇g 是对场点 P 处进行的，因此 $\nabla g\boldsymbol{J}(0)=0$ (因为散度是对场点 P 进行的)于是式(3-49)’ 应该是

$$\nabla^2\boldsymbol{E}(r)+k^2\boldsymbol{E}(r)=j\omega\mu\boldsymbol{J}(0) \tag{3-49)''}$$

千万注意，不要混淆场点与源点。

同样地， 对麦克斯韦旋度方程

$$\nabla\times\boldsymbol{H}(r)=\boldsymbol{J}(0)+\frac{\partial\boldsymbol{D}(r)}{\partial t} \tag{3-50)'}$$

的两边对场点 P 求取旋度，有

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{H}(r)=\nabla\times\boldsymbol{J}(0)+\frac{\partial}{\partial t}[\nabla\times\boldsymbol{D}(r)] \tag{3-51)'}$$

再用麦克斯韦的旋度方程 $\varepsilon\nabla\times\boldsymbol{E}(r)=-\varepsilon\dfrac{\partial\boldsymbol{B}(r)}{\partial t}$ 代入后，得到

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{H}(r)=\nabla\times\boldsymbol{J}(0)+\varepsilon\frac{\partial}{\partial t}[\nabla\times\boldsymbol{E}(r)] \tag{3-52)'}$$

注意到$J(0)$**只分布在源点，　而算符**“$\nabla\times$”**是对场点**P**处进行的微分运算，故**$\nabla\times J(0)=0$**，于是上式就该是**:

$$\nabla\times\nabla\times \boldsymbol{H}(r)=\varepsilon\frac{\partial}{\partial t}[\nabla\times \boldsymbol{E}(r)] \tag{3-52)”}$$

考虑到$\nabla\times\nabla\times \boldsymbol{H}(r)=\nabla\nabla g\boldsymbol{H}(r)-\nabla^2\boldsymbol{H}(r)=-\nabla^2\boldsymbol{H}(r)$**，这里因为**$H$**是无散场，故**$\nabla g\boldsymbol{H}(r)=0$**，所以**(3-52)”**成为**

$$\nabla^2\boldsymbol{H}(r)+k^2\boldsymbol{H}(r)=0 \tag{3-53)’}$$

这里式(3-49)”**和式**(3-53)’**称为本章的非齐次氦姆霍尔滋方程。省写标记**r**之后，重写于下**:

$$\begin{cases}\nabla^2\boldsymbol{E}+k^2\boldsymbol{E}=j\omega\mu\boldsymbol{J}\\ \nabla^2\boldsymbol{H}+k^2\boldsymbol{H}=0\end{cases} \tag{3-53)’’}$$

反复斟酌此式的推导过程，没有推导错误。那么，为什么此式(3-53)’’**与方程**(3-53)**不同呢？究其原因在于氦姆霍尔滋在推导的数学运算过程中与麦克斯韦一样，在数学运算中没有注意到算符是对场点进行的，从而使得算符**∇g**和**$\nabla\times$**出现错乱，混淆了场点与源点这两个不同的概念。因此我们说，非齐次氦姆霍尔滋方程是不成立的，或者说非齐次氦姆霍尔滋方程出现了矛盾问题。**

3.3.5 电流连续定律也未得到满足

人们为了得到(3-88)**和**(3-89)**式的辐射场，首先运用了电流连续定律。反过来我们要问，这样求解的场量与最初的假设电流连续是否吻合呢？请参见**(3-89)**式和**(3-42)**式。显然，对**(3-89)**式求时间导数之后，不满足**(3-42)**式，即**$J+\varepsilon\frac{\partial E}{\partial t}\neq 0$**，因此说麦克斯韦的空间电流连续定律也未得到满足。**

归纳起来讲，旋度理论在场量求解中存在严重破绽：1）**运用洛仑兹条件却不满足洛仑兹条件，**2）**提出空间电流连续定律却不满足电流连续，**3）**非齐次氦姆霍尔滋方程难以自圆其说，**4）**违背格林定理而求解的旋度场存在破绽。**

总之，人们为了求解麦克斯韦的非对称方程组，可以说是费了九牛二虎之力。即，在场量的求解过程中，人们运用了格林定理、氦姆霍尔滋方程和洛仑兹条件以及电流连续定律，但是，我们可以验算这一整套常量计算过程却不能自圆其说，这就是非对称的旋度理论造成不能自圆其说之必然结果。

3.4　对麦克斯韦旋度场理论的总结

早在 1832 **年法拉第发现磁铁与导体之间的感应，并认为是在导体中产生了感生电动势**dU**。法拉第在静电测量方面和电镀领域作出了显著贡献。**

1834 **年楞茨却认为是在导体中产生了感生电流**I**。由于感生电动势与感生电流体现在欧**

姆定律 $\sigma sdU = -Idl$ 方程的两端，哪一个是因？哪是一个果？这正如当时哲学界所争论的鸡蛋与小鸡的因果关系一样，谁也说不清楚。

1840 年法拉第做了静电感应实验，麻绳系着一电量为 Q 的带电体，并放入金属桶内，结果发现，金属桶外壁的电量也为 Q，然后，他用多个较大的金属桶套在外层，测量结果是：最外层桶的带电量仍为 Q，这是著名的桶实验。这在当时，似乎认为电是分布在整个空间的。1856 年麦克斯韦在《论法拉第力线》一文中指出：当磁铁运动时，自由空间的磁状态发生改变，在自由空间产生了电动力 E（后来称 E 为电场），沿 E 的环线积分便是感生电动势 $\oint_l Edl = e$；对 E 求取欧姆定律的微分形式，便是感生电流(密度) $J = \sigma E$。因此，他认为感应中的本质是在以太空间产生了 E，感应电动势和感应电流只是电动力 E 的表现形式。这样似乎平息了楞慈定律与法拉第定律之间“原因”与“结果”的哲学争议。

当伟大赫兹实验成功之后，当时科学界忙于无线电技术开发，在缺乏电波模型的情况下，无人深究麦克斯韦电波模型的正确与否，这属于情理之中的事情，所以保留至今。但现在涉及到三大纠纷问题，我们不得不重新研究它的正确性。也就是说，当爱因斯坦依据麦克斯韦旋度场理论，把麦克斯韦的非对称空间推向极端时，才引起了人们的关注。

本章深究麦克斯韦两个旋度方程的来龙去脉，他为了平息楞茨与法拉第之间的因果关系之争，认为自由空间产生了感生电场并取旋度来计算，即，$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$；然后把法拉第的静电“桶实验”推广到整个自由空间而认为以太在电动力的扭拉下形成位移电流，位移电流向自由空间的四面八方流逝，从而位移电流产生了磁场。他在电生磁方程的推导过程是，首先是运用斯托克斯公式，把安培环路定律进行旋度化改造而得到 $\nabla \times H = J$；然后又运用格林定理，再把安培环路定律进行曲面化改造而得到 $\nabla \times H = J_D$；最后运用泊松方程来合并上述两个公式而得到 $\nabla \times H = J + J_D$，其推导过程的桥梁就是电流在自由空间中连续。

我们不难看出，麦克斯韦旋度场理论是一半数学问题，一半物理问题。麦克斯韦使用数学公式，却不关注公式的使用条件，使用物理方程，却不关注物理概念，只管把方程代进去实施旋度运算。也如洛仑兹所指出的那样：“赫兹铲除麦克斯韦方程中的势是正确的，但是……麦克斯韦从不相信电荷实体，总是以他的电位移代替电荷体，人们也很难理解他指的电荷是什么，他也从不问及电磁场是怎么产生的，在他的理论中，似乎电磁场来自无穷远处，一种不需要源的场；……电荷的运动才是产生一切电磁场的根源”。麦克斯韦的想象力很丰富，他认为电既不是点也不是面或体，而是以太在电动力扭拉下形成的电位移，于是传导电流等于位移电流向以太空间传播，从而他第一个预言到电磁波的存在，促使了赫兹实验早日进行。但他给出来的物理概念和数学模型错了，这在当时科学的历史局限下，在没有诞生金属电子理论的认知环境下和以太风流行的环境下，麦克斯韦先辈的错误是难免的。而且，如果没有麦克斯韦先辈对电波的预言及波速的限制，我们这个世界文明将推迟几十年，因此说，麦克斯韦先辈为人类进步而贡献的功劳是首位的，他的理论错误是科学历史局限性和科学研究曲折性的必然。

总之，麦克斯韦两个旋度方程在自由空间是不成立的，不仅物理概念错而且数学计算错。我们可以这样总结麦克斯韦旋度场理论：考虑到他所运用的所有方程都是导体内部的方程，因此麦克斯韦旋度方程组只适合于导体内部电磁场的计算模型，即它给出了导体内部的电信号传输模型，由此推导出来的传播速度c_0实际上就是导体内部电信号相对于源的传输速度。但是，在物理本质不是场产生场，在导体外部的自由空间里，他的旋度方程组是不成立的，是彻底错误的。

本章还介绍了感生电场的否定性实验方法和感生磁场的否定性实验方法。

在这里，我很想而且必须补充一句：如果没有麦克斯韦的错误推导，当今世界文明将推迟若干年，这是人类的“因错得福”。他毕竟是第一个预言电磁波存在性的物理学家，而且证明了导体内部信号传输速度c_0，其错误是难免的，因为科学道路是曲折的；当时人们不认识电的本质，更不认识电荷，直到麦克斯韦去世18年后汤姆孙才发现电子。也就是说伟大麦克斯韦的错误是历史的必然。而伟大赫兹实验是人类的“因福得福”，因为赫兹主要包括洛仑兹等许多物理学家并不赞同麦克斯韦的位移电流及其把导体内部物理方程推广到自由空间的观点。

仔细研究麦克斯韦旋度场理论的来龙去脉，将会发现麦克斯韦的奇迹，那就是，它揭示了导体内部电信号的的传播机理。遥远的有线电话线，信号是如何传播的？导体内电信号的传播速度为什么等于常数$c_0(=3\times10^8 ms^{-1})$？可以说麦克斯韦旋度场理论揭示了导体内电信号的传播机理和传播速度问题。

因此，可以这样总结麦克斯韦旋度场理论：麦克斯韦方程组只适合于导体内部，揭示了导体内部的电磁场变化规律，即揭示了导体内部的电信号传播机理，但在导体外部的自由空间，他的旋度方程组是错的。

全面深入而仔细的研究麦克斯韦旋度场理论的来龙去脉，将会发现，他用到的所有方程都是来自导体内部或有源内部的方程，既然如此，那么由此推导出来的传播速度c_0实际上就是导体内部电信号相对于辐射源的相对速度。由于良导体内的μ、ε与真空中的μ_0、ε_0相同，所以$c_0=\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}=3\times10^8 m\cdot s^{-1}$。

当麦克斯韦旋度场理论被否定之后，广大读者将将思考电波从何而来的问题？关于这个问题，我们在第二章全面论述了天线辐射的电波、天线接收的电波、电波的传输及雷达波束的形成都不是麦克斯韦旋度场理论所为，而是独立矢量场的几何光学法、斯耐尔定理、惠更斯原理、菲涅耳原理、洛仑兹磁力、契比雪夫多项式等实现原理；在第四章从伟大赫兹实验逻辑中得益，从LC振荡电路开始，逐步展开成半波振子天线，半波振子天线上的电流振荡，形成了时变电流和时变电荷，其电场波是振子上时变电荷产生的，其磁场波是振子上时变电流产生，电场与磁场发生交换是通过半波振子上电流的流动得以实现的。也就是说，时变电场和磁场是金属电子的时变运动产生的，场不能产生场。磁控管辐射的电场波和磁场波则更是电子运动所为，在洛仑兹电力和洛仑兹磁力的作用下有$m\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=eE_z-ev_xB_y$，从而

$v_x = \frac{E_z}{B_y}(1-\cos\omega t)$；第五章论证了电波本性非能量属性，而是虚功率，也即，否定了麦克斯韦的波能流 $E\times H$ 传播，并论述了电波作为波动性，辐射矢量场守恒，而光波作为粒子性，仍按普朗克量子计算。也就是说，本书全面否定了自由空间中的麦克斯韦旋度场理论。

总的来讲，他使用数学公式，却不关注公式的使用条件，使用物理方程，却不关注物理概念，只管把方程代进去实施旋度运算。也如洛仑兹所指出的那样：麦克斯韦从不相信电荷实体，总是以他的电位移代替电荷体，人们也很难理解他指的电荷是什么，他也从不问及电磁场是怎么产生的，在他的理论中，似乎电磁场来自无穷远处，一种不需要源的场，(事实上)电荷的运动才是产生一切电磁场的根源。场不会产生场。他第一个预言到电磁波存在性，为人类作出了巨大贡献，但他类比出来的电磁波之物理概念和数学模型错了，这在当时物理学研究的历史局限下，在没有发现电子和以太风盛行的环境下，错误是难免的。

本章对麦克斯韦旋度方程指出 8 大致命问题，那是无法解决的致命问题。因为麦克斯韦的两个非对称旋度方程组是彻底错误的。仔细想来，麦克斯韦是一半数学问题，一半物理问题。他使用数学公式，却不关注公式的使用条件，使用物理方程，却不关注物理概念，只管把方程代进去实施旋度运算。也如洛仑兹所指出的那样："麦克斯韦从不相信电荷实体，总是以他的电位移代替电荷体，人们也很难理解他指的电荷是什么，他也从不问及电磁场是怎么产生的，在他的理论中，似乎电磁场来自无穷远处，一种不需要源的场，(事实上)电荷的运动才是产生一切电磁场的根源"。场不会产生场。麦克斯韦的想象力很丰富，从流体运动类比到分子运动、从机械波类比到电磁波。他第一个预言到电磁波存在性，为人类作出了巨大贡献，但他类比出来的电磁波之物理概念和数学模型错了，这在当时物理学研究的历史局限下，在没有发现电子和以太风盛行的环境下，麦克斯韦的错误是难免的。

我必须强调，如果没有麦克斯韦先辈的预言和波速的计算，我们这个世界文明将推迟几十年，因此说，麦克斯韦先辈为人类进步而贡献的功劳是第一位的，他的理论错误是第二位的，这是人类的因错得福。

这里，或许有的人士因 $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ 而把 (ε_0, μ_0) 定义为互生电磁场的传播媒质(以太)。但是，提醒注意的是 (ε_0, μ_0) 不是物质也不是媒质，它与引力常数、普朗克常数一样，仅仅是常数。宇宙大爆炸时，引力场也是变化的，时变引力场的传递速度可能还是极限速度 c_0，但 (ε_0, μ_0) 却不是传递引力场的媒质，时变引力场也不是孪生电磁场。因此说，不可以把 (ε_0, μ_0) 定义为以太。

麦克斯韦理论是我吃饭的工具，也是我端铁饭碗的平台，是我的学术老祖宗，理应遵循。但是他的理论带来非对称空间，给爱因斯坦的极端错误提供了论据，所以我不得不深思，关键问题是他的理论确实错了，我不得不实事求是，坚持科学真理。

本章结论是：在自由空间里，麦克斯韦的互生场理论— 磁生电与电生磁的两个旋度方程，无论是物理概念上或是数学计算上都错了。他的互生场理论体系是彻头彻尾的错。