弹性势能的外势能不具有伽利略变换的不变性

Li Xusheng

1922538071@qq.com

摘要：文章分析了关于外势能的弹性势能机械能守恒定律满足力学相对性原理，也具有单独的协变性，弹性势能不具有伽利略不变性，解决了关于这个问题的争论.

[Li Xusheng. **弹性势能的外势能不具有伽利略变换的不变性.** *Academ Arena* 2015;7(11):80-85]. (ISSN 1553-992X). http://www.sciencepub.net/academia. 9. doi:10.7537/marsaaj071115.09.

关键词：轻质弹簧；性质定理；伽利略不变性；力学相对性原理；机械能守恒
中图分类号：O 313.1 **文献标识码**：A

参考文献[1]-[12]都有这样一个题目：

一质量为 m 的小球与一劲度系数为 k 的轻质弹簧相连组成一体系，置于光滑水平桌面上，弹簧的另一端与固定墙面相连，小球做一维自由振动．试问在一沿此弹簧长度方向以速度 u 相对于作匀速运动的参考系里观察，此体系的机械能是否守恒，并说明理由．

本题是质点力学问题，由于力只能作用在有质量的物体之上，弹簧抽去其质量属性后（如果考虑弹簧具有微弱的质量，在地面系观察弹簧振子的运动也不是简谐振动，墙壁对于弹簧的作用力也不再始终等于弹簧对于振子的作用力.）只是作为施加弹力的工具（这是理想化模型，类似于导线抽取电阻、电感等属性后用电器的电压等于电源两端的电压一样）,墙壁对于系统的作用点就是小球，而不是轻质弹簧(换句话说，牛顿力学本身就是超距作用——忽略场的质量)．功的定义为力与质点位移，如果认为弹簧的端点为作用点，作用点的位移与质点的位移便不再相等，显然矛盾.

小球与弹簧组成弹簧振子体系，所以小球的机械能就是弹簧振子体系的机械能（因为弹簧质量为0，没有质量代表没有能量，验证了爱因斯坦的质能方程，与实验中的弹簧不一致.）；在这里的研究对象只有一个质点（不能认为是一个准多体动力模型），在弹簧振子中的势能是一种特殊形式的势能，由于不考虑弹簧的质量，因此可以类比场能（在经典力学里场不考虑质量，可以不用考虑场——轻质弹簧的能量，例如质点在重力场中运动我们只考虑质点的势能，没有考虑重力场的能量，在弹簧振子问题中是振子的弹性势能，不是弹簧的弹性势能.这和实验中的弹簧不一样，实验中的弹簧都有质量，也具有弹性势能,这是理解这个问题的关键点所在.).在某种意义上可以和重力场类比，只不过这里可以吸引和排斥，力的强度与位移成正比.我们研究重力场质点的运动时，我们并没有把地球对于重力场的作用力和重力场对于质点的作用力说成是两个力,类似地在单摆问题中我们并没有把悬挂点对于摆线的作用力和摆线对于摆锤的作用力看成是两个力，在这个问题中约束力和保守力是同一个力，笔者认为单摆的摆线（也认为质量为 0）可以认为是劲度系数充分大的弹簧.

由于本题假设地球质量为充分大，因此本题中没有内势能，只有外势能.牛顿力学建立之初，物理学还没有引入场的概念，不过今天来看，近似看做是一种场是最合适的表达，此时不用考虑场的质量.虽然这个场的强度是时间 t 的函数,但是它巧妙地分配动能和势能，机械能的总量不变（下面的证明验证了这一点）.弹簧固定在墙上，墙对弹簧的约束反力是被动力，依赖弹力而存在，不可单独考虑墙壁的作用力，弹力是稳定的周期力，振动的弹簧小球系统是一个稳定态系统，不能误认为是显含时间的力（朗道的书《力学》中说，在惯性参考系中自由运动的质点，由于时间和空间的均匀性和各向同性，表征它所用的拉格朗日函数不显含时间和广义坐标和速度的方向）.根据理论力学对于稳定系统，约束力不做功.如果弹簧振子在小车系是显含时间的力，动能定理的计算是按照等时积分还是随体积分，动能定理满足伽利略变换可是没有争议.

在物理中，稳态和静态还不同，例如重力场是静态场，在本题中的弹力场是稳态场.对于力场不随时间改变的稳定力场来说，等时路径积分与随体积分是相等的，所以势函数的定义就没有积分的等时间性要求，甚至也没有根据质点实际的动力学随体计算的要求，完全可以随轨迹以任何速度计算积分，结果都一样，并且为简单起见，势能的零点位置应该固定不变.

我们当初定义弹性系数的时候，利用一端受力，另一端虽然受力但是我们不予考虑，所以在本题中如果再单独计算墙对于弹簧做功就重复了，才出现了机械能不守恒的错误.如果考虑墙对于弹簧所做的功，显然可以测量出小车相对于墙的运动速度,这与力学相对性原理(不可能借助在惯性系中所做的力学

实验来确定该参考系做匀速直线运动的速度)是不符合的.

解法 1：（地球的质量视为充分大，从而稳定地保持为惯性系）

在地面参照系上观察时，小球的平衡位置为坐标原点，以水平向右的直线 ox 为 x 轴，建立直线坐标系如图 1 所示.

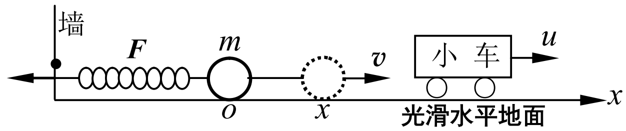

图 1　弹簧振动振子机械能守恒问题新解

当 $t\quad 0$ 时刻，将**小球**向右拉至最大振幅并放手，使之做简谐振动，则**小球**的位移为：
$x\quad A\cos(\omega t)$，其中 $\omega^2\quad k/m$，$k\quad m\omega^2$.
设**小球**的速度为 v，加速度为 a，受到的力为 f，动能为 $E_k(t)$，势能为 $E_p(t)$，机械能为 $E(t)$. 则有：

$$v\quad \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\qquad \omega A\sin(\omega t)，a\quad \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\qquad \omega^2 A\cos(\omega t)，f\quad ma\qquad m\omega^2 A\cos(\omega t)\qquad kx.$$

$$E_k(t)\quad \frac{1}{2}mv^2\quad \frac{1}{2}m[\quad \omega A\sin(\omega t)]^2\qquad \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t)\quad \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t). \qquad \text{--------（1）}$$

$$\mathrm{d}E_p(t)\qquad f\,\mathrm{d}x\quad kx\mathrm{d}x\quad \mathrm{d}\left(\frac{1}{2}kx^2\right)，E_p(t)\quad \frac{1}{2}kx^2\quad C.$$

将初始条件

$$t\quad 0 时，x\quad A，E_p(0)\quad \frac{1}{2}kA^2$$

代入上式得：

$$\frac{1}{2}kA^2\qquad E_p(0)\qquad \frac{1}{2}k\quad A^2\quad C，C\quad 0，$$

$$E_p(t)\quad \frac{1}{2}kx^2\quad C\quad \frac{1}{2}kx^2\quad 0\quad \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t). \qquad \text{----------------------------（2）}$$

$$E(t)\quad E_p(t)\quad E_k(t)\quad \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t)\quad \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t)\quad \frac{1}{2}kA^2\quad 常数. \qquad \text{------------------------（3）}$$

设**地面参照系**和沿此弹簧长度方向以速度 u 作匀速运动的参考系（设为**小车**，见图 1）刚开始相对运动时完全重合，开始相对运动后，当 $t\quad 0$ 时刻，将**小球**向右拉至最大振幅并放手，使之做简谐振动.

从上面的计算可以看出，在弹簧振子中弹性势能本质上是小球的势能，不是弹簧的弹性势能，很多人误认为是弹簧的弹性势能，也是造成这个问题讨论多年出现失误的原因，文献[17]坚持错误认为是弹簧的弹性势能，才设计出所谓的反证法的实例.实验中的弹簧具有势能是因为具有质量，与弹簧振子中的弹簧有着本质的区别. $E(t)\quad \frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}m\omega^2x^2$，如果这样表达弹性势能，就可以看出弹性势能属于小球，而不是属于弹簧.由于弹簧和小球连接在一起，物理量之间存在着联系，因此可以等效认为属于弹簧(因为弹簧忽略质量，经典力学中我们一般认为势能属于质点，不属于场).

直觉判断：

因为小球在最大位移处以匀速度量值 u 相对于小车沿 x 轴负向运动，我们规定此时地面系和小车系的势能相等，所以在小车参照系上观察（即以小车参照系为静止系）时，弹簧振子体系（或小球）的机械能比在地面参照系上观察时，增加 $\frac{1}{2}m(\quad u)^2\quad \frac{1}{2}mu^2$，所以在小车参照系上观察时，弹簧振子体系（或小球）的机械能为：$E_1(t)\quad E(t)$

$\frac{1}{2}mu^2 \quad \frac{1}{2}kA^2 \quad \frac{1}{2}mu^2$ 常数.

所以，在小车参照系上观察时，弹簧振子体系（或小球）的机械能守恒，守恒值为 $\frac{1}{2}kA^2 \quad \frac{1}{2}mu^2$,这里采用特殊点判断，下面给出一般证明.

数学推导:

设在小车参照系上观察时，小球的位移、速度、加速度、受到的力、动能、势能、机械能分别为 x_1，v_1，a_1，f_1，$E_{1k}(t)$，$E_{1p}(t)$，$E_1(t)$. 则有:

$x_1 \quad x \quad ut \quad A\cos(\omega t) \quad ut$ ，

$v_1 \quad \frac{dx_1}{dt} \quad \omega A\sin(\omega t) \quad u$ ，

$a_1 \quad \frac{dv_1}{dt} \quad \omega^2 A\cos(\omega t) \quad a$，

$f_1 \quad ma_1 \quad ma \quad m\omega^2 A\cos(\omega t) \quad kx$. （说明: $f_1 \neq kx_1$，胡克定律不具有伽利略变换的不变性，胡克定律不是牛顿定律的推论，不代表经典力学不满足力学相对性原理，文献[17]错误地认为胡克定律具有伽利略变换的不变性，从而得出错误地结论.）.

$$E_{1k}(t) \quad \frac{1}{2}mv_1^2 \quad \frac{1}{2}m[\quad \omega A\sin(\omega t) \quad u]^2 \quad \frac{1}{2}m[\omega^2A^2\sin^2(\omega t) \quad 2\omega uA\sin(\omega t) \quad u^2]$$
$$\frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t) \quad m\omega uA\sin(\omega t) \quad \frac{1}{2}mu^2. \text{ --------------------（4）}$$

根据势能的定义可知 $dE_{1p}(t) \quad f_1dx_1 \quad kxd(x \quad ut) \quad kxdx \quad kuA\cos(\omega t)dt \quad d\left[\frac{1}{2}kx^2 - m\omega uA\sin(\omega t)\right]$,

$E_{1p}(t) \quad \frac{1}{2}kx^2 \quad m\omega uA\sin(\omega t) \quad C$.

将初始条件 $t \quad 0$ 时 $x_1 \quad x \quad A$，$E_{1p}(0) \quad E_p(0) \quad \frac{1}{2}kA^2$,

代入上式得: $\frac{1}{2}kA^2 \quad E_{1p}(0) \quad \frac{1}{2}kA^2 \quad m\omega uA\sin(\omega \quad 0) \quad C$，$C \quad 0$，$E_{1p}(t) \quad \frac{1}{2}kx^2 \quad m\omega uA\sin(\omega t) \quad C$

$\frac{1}{2}kx^2 \quad m\omega uA\sin(\omega t) \quad 0 \quad \frac{1}{2}kx^2 \quad m\omega uA\sin(\omega t) \quad \frac{1}{2}kA^2\cos^2\omega t \quad m\omega uA\sin(\omega t)$. -----（5），

因此势能是时间 t 的一元函数.

$$E_1(t) \quad E_{1p}(t) \quad E_{1k}(t) \quad \frac{1}{2}kx^2 \quad m\omega uA\sin(\omega t) \quad \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t) \quad m\omega uA\sin(\omega t) \quad \frac{1}{2}mu^2$$
$$\frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t) \quad \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t) \quad \frac{1}{2}mu^2 \quad \frac{1}{2}kA^2 \quad \frac{1}{2}mu^2 \text{ 常数. -------------（6）}$$

所以，在小车参照系上观察时，弹簧振子体系（或小球）的机械能仍然守恒，守恒值为 $\frac{1}{2}kA^2 \quad \frac{1}{2}mu^2$. [12]

当 u=0 时两个坐标系重合，守恒值相等，符合玻尔的对应原理.

解法 2：在地面系观察时，以小球的**平衡位置**为坐标原点 o，以弹簧长度方向且向右的直线 ox 为 x 轴，建立直线坐标系即一维坐标系如图 1 所示.

在地面系观察时，在**弹簧振子体系**中，因为**振子**或**小球**仅受到保守力**弹力** f 的作用，不受任何外力和非保守内力的作用，所以据机械能守恒定律知：**小球**即**弹簧振子体系的机械能**守恒.

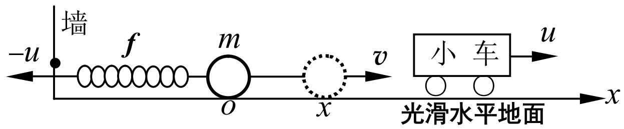

图 1 弹簧振动振子机械能守恒问题新解

在地面系，设小球的位移、速度、加速度、所受到的力、动能、势能、机械能分别为 x，v，a，f，$E_k(t)$，$E_p(t)$，$E(t)$；在小车系，小球的位移、速度、加速度、所受到的力、动能、势能、机械能分别为 x_1，v_1，a_1，f_1，$E_{1k}(t)$，$E_{1p}(t)$，$E_1(t)$. 则据伽利略变换有：

$$x_1 \quad x \quad ut，v_1 \quad v \quad u，a_1 \quad a \quad 0 \quad a，f_1 \quad ma_1 \quad ma \quad f.$$

$$E_{1k}(t) \quad \frac{1}{2}mv_1^2 \quad \frac{1}{2}m（v \quad u）^2 \quad \frac{1}{2}mv^2 \quad mvu \quad \frac{1}{2}mu^2 \quad E_k(t) \quad mu.v \quad C.$$

$$\mathrm{d}E_{1k}(t) \quad \mathrm{d}E_k(t) \quad um\mathrm{d}v \quad \mathrm{d}C \quad \mathrm{d}E_k(t) \quad um\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t \quad 0 \quad \mathrm{d}E_k(t) \quad uf\mathrm{d}t.$$

$$\mathrm{d}E_{1p}(t) \quad f_1\mathrm{d}x_1 \quad f\mathrm{d}(x \quad ut) \quad f\mathrm{d}x \quad uf\mathrm{d}t \quad \mathrm{d}E_p(t) \quad uf\mathrm{d}t.$$

$$\mathrm{d}E_{1k}(t) \quad \mathrm{d}E_{1p}(t) \quad \mathrm{d}E_k(t) \quad uf\mathrm{d}t \quad \mathrm{d}E_p(t) \quad uf\mathrm{d}t \quad \mathrm{d}E_k(t) \quad \mathrm{d}E_p(t),$$

$$\mathrm{d}[E_{1k}(t) \quad E_{1p}(t)] \quad \mathrm{d}[E_k(t) \quad \mathrm{d}E_p(t)] \;,$$

$$\mathrm{d}E_1(t) \quad \mathrm{d}E(t) \quad 0.$$

所以，在小车系观察时，小球即弹簧振子体系的机械能守恒.

有人认为我们的计算忽略了墙壁的作用，这是一种误解.下面利用反证法说明考虑墙壁的作用力，劲度系数依然按照 k 计算的错误——假设墙壁的作用力单独改变振子的机械能，与振子的作用力一样，根据对称性原理，必然改变弹簧的形变，那么弹簧的形变就不再是伽利略变换的不变量，以弹簧的伸长为例，如果考虑墙壁的作用，当振子运动到最大位移处，振子对于弹簧的拉力 F=kA.对于小车系，测量的力也是 F=kA，墙壁的拉力是 F_1=-kA，如果此时劲度系数依然按照 k 计算，此时弹簧的形变为 2A,这样弹簧的形变就不是伽利略变换不变量，显然是错误的.墙壁对于弹簧的作用力和弹簧对于振子的作用力是同一个力，考虑振子的势能就不能考虑保守力——墙壁对于振子的作用力做功了.

从上述推导可以看出两点：当 $u\neq0$，只有 $\omega t \quad n\pi$，$n\in\mathrm{N}$ 时才有：$E_p(t) \quad E_{p1}(t)$；当 u=0 时，二者显然相等，这也符合玻尔的对应原理.

在分析这个问题时不能在地面系用外势能机械能守恒定律（把地球质量认为充分大），在小车系用内势能机械能守恒定律（把地球质量视为有限值），考虑地球受到的惯性力，前后不自洽.

因为力具有伽利略变换的不变性，在两个不同的惯性系中质点受到的合力是不变的，所以如果在一个惯性系中机械能守恒，在另一个惯性系中机械能也一定守恒.因为只有非保守力做功，才使机械能发生变化.[13]

经典弹性势能公式的局限性分析

$E_{p1}(t)$

$\frac{1}{2}kA^2\cos^2\omega t \quad m\omega uA\sin(\omega t)= \frac{1}{2}kx^2 \quad m\omega uA\sin(\omega t)= \frac{1}{2}m\omega^2x^2 \quad m\omega uA\sin(\omega t)$应该是惯性系中弹簧振子弹性势能的一般公式（参考系相对于地面变速运动也可以得出一个势能公式，但是此时测量的机械能不再守恒，不是本文的研究范围，在此从略），没有否定经典的弹性势能公式，原来的公式只是一个特例——观察者在弹簧弹力方向上没有位移或者说分速度为 0（相对于固定点静止或者垂直于弹力方向上匀速运动），不能认为弹性势能对于所有的观察者都相同，需要根据“物体的势能增加量等于物体克服保守力做的功”重新计算(重力势能和万有引力引力势能也存在类似问题，不必记忆公式)，当观察者在力的方向上分速度不相等时，计算保守力做的功不相等，因此势能差也应该不相等，这说明弹性势能和重力势能一样具有相对性，这是经典力学在公理化的过程中向前迈进的一小步.文献[17]错误地认为经典的弹性势能公式适用于所有的情况，忘记了它是根据势能定义得出——舍弃了本源，设计了所谓的多种证法.

周衍柏《理论力学教程》（1979 年第一版，人民教育出版社）第 47 页“由于物体间相对位置发生

变化所具有的能量，通常叫做势能.”这里势能应该是指内势能，具有伽利略变换的不变性，在外势能中如果二者质量差别极大，例如本题中的地球和弹簧振子，此时可以把质量较大的物体的质量视为充分大，可以认为是质量较小物体的外势能（此时的系统误差远远小于由于地球质量测量误差造成的误差小得多，由于证明比较简单，本文从略），外势能不具有伽利略变换的不变性，但是机械能守恒定律具有伽利略变换的不变性.对于势能属于系统应该全面理解，特殊情况下认为外势能存在(这是一种数学处理方法)，量变引起了质变.

$E_p=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}m\omega^2x^2$ 是根据“势能的定义——物体的势能增加量等于物体克服保守力做的功”推导出来的，如果后者错误，前者显然错误，当二者发生矛盾的，只能考虑前者有错误（在数学中当“定理”与公理矛盾时我们只能“定理”）.经典的弹簧弹性势能公式 $E_p=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}m\omega^2x^2$ 不是定义式，也是在特定条件下推导出来（观察者在弹力方向上的分速度为 0)，并非对于所有的观察者都成立，300 年来人们一直把二者当成充要条件，也就是说关于弹性势能的外势能差不具有伽利略变换的不变性，人们由于没有认识到这一点才提出了各种各样的解释，这是机械能守恒定律与力学相对性原理关系争论的根源所在,不完全归纳法得出的结论不一定是普遍的真理.

如果我们这样认识经典力学，去除了一些错误的认识，经典力学便显得更加和谐.如果考虑到这一点，原来各家杂志上对于这个问题的争议便全部迎刃而解，请读者自行分析，本文从略.

如果坚持 $E_p=\frac{1}{2}kx^2$ 适用于所有情况，由于弹簧的形变是伽利略变换不变量，因此参考文献[1]-[13] [17] [18]中的部分文章坚持认为弹性势能差对于不同的观察者不变，才出现了机械能不守恒的错误结论，为了解释这个问题人们提出了机械能守恒定律可以不满足力学相对性原理或者满足力学相对性原理，但不具有单独协变性的错误的理论，在功能原理中直接去掉外势能的概念，认为引入外势能们没有必要.

胡克定律 F=kx，在这里是实数与矢量（向量）的积，x 是弹簧的形变，是一维矢量，弹性势能应该是 $dE_p=kx\cdot dx_1$,在这里是数量积（标量积），当观察者在弹力方向上的分速度为 0 时，$x=x_1$，便得出了 $E_p=\frac{1}{2}kx^2$；当观察者在弹力方向上的分速度不为为 0 时不是始终相等的，胡克定律不具有伽利略变换的不变性，但由于胡克定律不是牛顿定律的推论，不影响牛顿力学体系的基础，如果此时利用 $dE_{p1}=kx_1\cdot dx_1$ 计算弹性势能就错了，这样计算力就不是伽利略变换的不变量了.正如爱因斯坦所讲的:“从原始的文献中追踪理论的形成过程，往往会对于事物的本质产生更加深刻的认识.”

如果认为弹性势能对于所有的匀速运动的观察者都不变，那么得出的机械能显然是速度 v 的函数，与伽利略当年的大船实验显然是不相符的.理解这个问题必须深刻理解力学相对性原理的本质，不能不自觉地把运动系中的观察者又转移到地面系,不突破这个问题很难理解机械能守恒定律与力学相对性原理的关系，得出机械能守恒定律不满足力学相对性原理的或者机械能守恒定律在伽利略变换中不具有单独协变性的错误.[14] [15]　文献[16] [19] [20]的解法与答案与本文相同.

主要结论——通过本文得出了关于弹性势能的机械能守恒定律不但满足力学相对性原理，而且具有单独的协变性，对于内势能势能差是伽利略变换的不变量，对于外势能势能差不是伽利略变换不变量，经典力学没有明确指明，才导致了这场争论，使人们发生了误解,这不是经典力学的错误.经典的外势能的弹性势能公式仅适用于观察者在弹力所在直线上的分速度为 0 时的情形，弹性势能不仅与弹簧的形变有关，也与观察者有关（能量是做功的能力，不同的观察者测量者可以不同），这是一个观察效应，类似于狭义相对论效应.

几点说明：

1、有人认为——“墙壁（含地球）的质量视为充分大”，所以这个外界它是一个大能库！它的速度发生无限小变化，就能提供或者吸收有限的能量.

笔者认为——在地面系看来，机械守恒定律成立，说明此时是把地球当做严格的惯性系，不考虑地球的加速度，地球的质量为充分大，在小车系看来也应当没有外力使其发生的位移，只有小车相对于地球运动产生的位移，因此不考虑地球与该系统的能量交换，在这个问题中把地球当做能量库是错误的.如果承认在小车系机械能不守恒，必然存在半个周期系统的能量减少，可是地球质量视为充分大，外力不可能对其做功.在这个问题中既然没有耗散力，能量消失的途径为何？

2、有人认为：由于墙壁和地球对弹簧振子系统而言是外界，弹簧振子系统的机械能增加来源于墙壁对它做功；弹簧振子系统的机械能减少，是通过弹簧对墙壁做功转给了墙壁和地球系统.能量守恒定律对封闭系统成立，弹簧振子系统不是封闭系统，存在与其相互作用的外界（墙壁和地球），所以一般说来谈不上能量守恒.只在地球上看，墙壁虽然对

弹簧有作用力，但是不做功，根据机械能守恒定律，弹簧振子系统才机械能守恒.诺特定律说，时间平移对称性保证封闭系统能量守恒，但是弹簧振子系统并不是封闭系（有墙壁的作用），所以不适用.在地球上看，弹簧振子系统虽然不封闭，不能直接应用诺特定理，但是墙壁不做功，所以根据机械能守恒定律，弹簧振子系统机械能守恒.而在小车上看，不仅不封闭，而且墙壁还做（正负）功，所以诺特定律和机械能守恒定律都不适用.

解答：如果把地球、弹簧、小球看做一个系统得出的结论也一样，此时必须以系统的质心为参照系，地球不再是严格的惯性系.因为本题把地球的质量视为充分大(因为以地球为参照系时也是把地球的质量视为充分大得出的结论，否则机械能守恒定律也不成立，这也是有人按照两体问题解决的原因，地球质量近似看做充分大，可以不用考虑惯性力的问题.)，只有外势能，没有内势能，只需考虑弹簧振子的能量即可，弹簧振子的能量经过计算也是守恒的.如果弹簧连接两个质量相当的物体，此时必须按照内势能计算，此时势能具有伽利略变换的不变性，也满足力学相对性原理.[21]

参考文献：

1. 高炳坤.力学中一个令人费解的问题[J].大学物理. 1995（5）： 20～24.
2. 李光惠，高炳坤.对“力学中一个令人费解的问题”的补充.1996（10）：44～45.
3. 赵凯华，罗蔚茵. 新概念物理教程 力学[M]. 北京：高等教育出版社，2000：124.
4. 高炳坤. 能量追踪[J]. 大学物理，2001（3）：15～16.
5. 高炳坤.一个保守力做的功等于势能的减少吗[J]. 大学物理，2001（5）： 19～20.
6. 高炳坤. 从 4 个参照系看弹射过程. 大学物理，2010（7）.
7. 蔡伯濂. 关于讲授功和能的几个问题，工科物理教学，1981（1），7-13.
8. 王立、张成华.机械能守恒定律具有伽利略变换不变性. 吉林师范大学学报（自然科学版），2004.3.
9. 李兴毅，陈健，赵佩章，赵文桐. 伽利略变换的物理意义. 河南师范大学学报(自然科学版)，2002.2.
10. 裴永伟，籍延坤，吴振声.物理规律的协变性与可变性.沈阳大学学报，2005，（17）4,100～104
11. 李兴毅，陈建，赵佩章，赵文桐.伽利略变换的物理意义. 河南师范大学学报（自然科学版），2002，（30）1:39～4.
12. 郑永令，力学（2004 年 1 月第 2 次印刷）：194 页.
13. 漆安慎，杜婵英.普通物理学教程.力学(包景东修订). 2014 年第三版：139.
14. 朱如曾. 相对性原理及其对自然界定律的协变性要求. 大学物理，2000 年，19（2）：15～19
15. 朱如曾.相对性原理对普遍定律和非普遍定律参考系变换性质的不同要求-----关于协变性疑难的进一步讨论. 大学物理.2002 年，21（3）：19～23.
16. 冯伟.机械能守恒定律与参照系——对力学中一个问题的讨论. 承德民族师专学报, 1986(4)
17. 朱如曾.弹簧振子相对于运动惯性系的机械能不守恒——关于‘对一道中学生物理竞赛试题答案的商榷’的商榷.物理通报，2015（4）：100～103.
18. 孟昭辉，运用机械能守恒定律解题的参照系问题——对“一道中学生物理竞赛试题答案的商権”一文的不同意见.物理教师，2015（2）：94.
19. 李学生，师教民. 对一道中学生物理竞赛试题答案的商榷. 物理通报，2014（9）：119～120.
20. 刘一贯.关于机械能守恒定律的协变性.华南师范大学学报（自然科学版），1985（1）：155～157.
21. 史玉昌. 势能和机械能守恒定律.大学物理，1988（7）：16-17.

External potential of elastic potential does not satisfy invariability of Galileo transformation

Abstract: The article analyzed mechanical energy conservation of elastic potential of external potential satisfying mechanical relativity fundamental and possessing independent covariant idiosyncracy as well. Elastic potential does not satisfy Galileo invariability, which clarified argument about the issue.

Key words: light spring, qualitative theorem, Galileo invariability, mechanical relativity fundamental, mechanical energy conservation.

11/8/2015