机械能守恒定律与力学相对性原理关系剖析

李学生 (Li Xuesheng)

1922538071@qq.com

Abstract: 本文通过上面的分析得出，在不引入惯性力的前提下，牛顿定律、功能原理(动能定理)、机械能守恒定律仅适用于绝对时空观下的低速惯性系，对于非惯性系不成立，只能利用惯性系检验力学相对性原理.由于机械能属于系统，以物体为参照系机械能守恒定律不成立，以地球为参照系机械能守恒定律只能说是近似成立，这样才符合对称性原理和对应原理，以地球为参照系机械能守恒定律不是牛顿定律的直接推论.当一个物体的质量相对于另一个物体的质量非常小，几乎可以忽略时，以较大物体为参照系可以近似利用机械能守恒定律.

[李学生. 机械能守恒定律与力学相对性原理关系剖析. *Academ Arena* 2014;6(7):75-88]. (ISSN 1553-992X). http://www.sciencepub.net/academia. 13

Keywords: 惯性力; 牛顿定律; 功能原理 (动能定理); 机械能守恒定律; 绝对时空观; 低速惯性系; 非惯性系; 参照系

1、 问题的提出

《大学物理》1991年第11期发表了北京师范大学管靖教授的文章《力学相对性原理与机械能》,提出了机械能守恒定律不满足力学相对性原理,“我们确可以找到由牛顿定律导出而又不满足相对性原理的定理和推论”,从而困惑地呼吁，“经典力学中,相对性原理是不容违背的,对问题的存在不能等闲视之,应寻求问题的解决.此后，《大学物理》发表了多篇文章探讨这一问题,《物理通报》则早在1985年就曾专题讨论同一问题.对这一问题的看法，各家杂志纷纷讨论，可谓是众说纷芸，莫衷一是.原《大学物理》的副主编、清华大学现代应用物理系高炳坤教授在《大学物理》1999年第1期发表编辑部文章《机械能守恒定律和相对性原理》，指出机械能守恒定律可以不服从力学相对性原理，然而争论并没有因此而停止，例如《大学物理》2000年2月发表河北师范大学物理系鲁增贤、孟秀兰的文章《机械能守恒定律服从力学相对性原理》、甘肃省金昌市金川公司第三中学张九铸的文章《也谈机械能守恒定律和相对性原理》和中国科学院力学研究所非线性连续介质开放研究实验室朱如曾的文章《相对性原理及其对自然界定律的协变性要求——机械能守恒定律协变性疑难的解答》,2000年12月《河北师范大学学报》(自然科学版)发表河北师范大学刘明成教授、河南师范大学赵文檣教授的文章《对机械能守恒定律满足力学相对性原理的补正》，2001年1月《松辽学刊》(自然科学版)发表刘明成教授的文章《机械能守恒定律遵从力学相对性原理》，2007年《物理教师》发表陈艳娇、黄忠仙的文章《再谈论机械能守恒有相对性吗?》，2010年《物理教师》第一期发表付喜锦的文章《机械能守恒定律遵循力学相对性原理的条件》.直到今天，这个问题依然没有定论.

如果以地球为参照系机械能守恒，以物体为参照系机械能不守恒，机械能属于系统，也不满足对称性原理和对应原理（同一个物理世界，不能仅仅因为物体大小的不同，就需要不同的两个理论来描述）.如果机械能守恒定律不服从力学相对性原理，牛顿力学满足力学相对性原理，那么机械能守恒定律应当从牛顿力学中独立出来，这样力学结构体系将会发生改变，牛顿定律服从力学相对性原理，故由牛顿定律推导出的一切规律都应服从力学相对性原理，为何从满足力学相对性原理的牛顿力学导出的机械能守恒定律不服从力学相对性原理，问题的症结出现在哪里？

2、惯性系的概念

对一切运动的描述，都是相对于某个参考系的。参考系选取的不同，对运动的描述，或者说运动方程的形式，也随之不同。在有些参考系中，不受力的物体会保持静止或匀速直线运动的状态，这样的参考系其时间是均匀流逝的，空间是均匀和各向同性的；在这样的参考系内，描述运动的方程有着最简单的形式。这样的参考系就是惯性参照系，也称为惯性参考系或惯性系。

朗道《场论》（主要是相对论电动力学）给出的定义 ：牛顿第一定律成立的参照系叫做惯性系。（原文没有用牛顿第一定律的字眼，而是直接说在这样的参照系中，一个不受相互作用的粒子将保持静止或匀速直线运动）。这个定义在牛顿力学和狭义相对论中均适用。

这样，我们可知：①牛顿第一定律定义了惯性系。②牛顿力学在惯性系中成立。（在相对论中，第二条只要修正为麦克斯韦方程组和相对论力学

在其中成立即可），这样就不存在逻辑循环的问题，同时也可以说明，牛顿第一定律不是牛顿第二定律在 F=0 时的特殊情况。

在空间内，相对于任何参考点（静止中或移动中），一个运动中的粒子的位移、速度、和加速度都可以测量计算而求得。虽然如此，经典力学假定有一组特别的参考系。在这组特别的参考系内，大自然的力学定律呈现出比较简易的形式。我们称这些特别的参考系为惯性参考系。惯性参考系有个特性：两个惯性参考系之间的相对速度必是常数；相对于一个惯性参考系，任何非惯性参考系必定呈加速度运动。所以，一个净外力是零的点粒子在任何惯性参考系内测量出的速度必定是常数；只有在净外力非零的状况下，才会有点粒子加速度运动。问题是，因为万有引力的存在，并无任何方法能够保证找到净外力为零的惯性参考系。实际而言，相对于遥远星体呈现常速度运动的参考系应是优良的选择。

惯性系是不存在引力作用，不存在自身加速度的“自由”参考系。在经典力学中，这是一种理想参考系：由于宇宙空间中无处不存在引力，实际的惯性系是不存在的。在广义相对论中，由于引力作用和加速度是完全等效的，对于一个在引力场中作自由落体运动的参考系，引力作用和自身加速度的作用抵消。这样的参考系，是一个真实的“自由”参考系。由于引力场在空间中的分布是不均匀的，惯性系只可能是局域的，也被称为局域惯性参考系。宇宙中不存在全局惯性参考系。

一个参考系是不是惯性系，只能由试验确定。最基本的判据就是牛顿运动定律成立与否。根据伽利略相对性原理，和一个惯性系保持相对静止或相对匀速直线运动状态的参考系也是惯性系。在实践中，人们总是根据实际需要选取近似的惯性参考系。比如，在研究地面上物体小范围内的运动时，地球是一个很好的惯性系。在研究太阳系中天体的运动时，太阳是一个很好的惯性系。

3、牛顿力学与力学相对性原理

爱因斯坦说:″科学没有永远的理论.″但是,″从希腊哲学到现代物理学的整个科学史中不断有人力图把表面上极为复杂的自然现象归结为几个简单的基本观念和关系.这就是整个自然哲学的基本原理″在所有的物理学中,<<力学>>是研究物质运动中最简单又最基本的运动----机械运动以及其应用的一门学科,是物理学大厦的基础.<<力学>>发展中形成的研究方法,从观测、实验到分析、综合，从模型和假设的提出到理论体系的建立以至在实验中受到检验并不断发展,在历史上对其它学科的建立,曾起到过重要作用,并且仍然是今天科学研究的基本方法.

力学的全部发展过程（包括其形成过程）一直同参照系统变更时扩大物理客体不变性概念的范围联系在一起的.在十七世纪不仅已然判明物体的结构与坐标系的选择无关，而且也明确了从一个坐标系过渡到另一个相对它作匀速直线运动的坐标系时，力和加速度之间关系的不变性.这就是用现代物理语言陈述的伽利略伟大发现的内容，它是近代自然科学的真正起点.倘若地球不是一个被赋予特权的参考物，倘若宇宙间根本就没有这种物体，这就表明空间中所有的点和所有的方向都是平等的，即空间是均匀的，各向同性的.这就是近代自然科学的中心思想，它发现于十七世纪并一直延续到今.爱因斯坦说过：“牛顿力学是整个物理学的基础，同时也是近代科学的基础，如果没有牛顿力学也就没有现代科学.”

相对性原理：物理学的基本定律对不同的惯性系是相同的，即表达基本规律的数学关系式对不同的惯性系是相同的.数学关系式相同的意思不是指数值相同，而是有其严格要求的，即表达基本规律的数学关系式在惯性系 S 中如果取某种形式，则将其中相对于 S` 系的各量$\vec{r}$、$\vec{\upsilon}$、$\vec{\alpha}$等改为$\vec{r'}$、$\vec{\upsilon'}$、$\vec{\alpha'}$ 即成为另一惯性系 S` 中相应关系式.

相对性原理的后一半是指，如果惯性系S中有一条定律，则任意另一惯性系S`中必存在一条对应的定律，并且两者的内容和形式（在同类坐标下，例如都采用直角坐标，但空间坐标轴不一定互相平行，两个四维时空原点不一定重合.）都相同，即只要把前者表达式中的物理量理解为相对于惯性系S` 而言即成后者，而不需另行证明．简言之，对惯性系S中的任何定律都可以冠以“对所有的惯性系”的短语来扩大其适用范围．所谓“ 自然界定律”，其集合包括全部普遍的和特殊的定律．在相对性原理中，对S`与S之间的关系,如果要求相对速度为零并且四维时空原点重合，则相对性原理成为“方向相对性原理”；如果要求空间坐标轴互相平行并且相对速度为零,则成为“平移相对性原则”；如果要求空间坐标轴互相平行并且四维时空原点重合，则成为“平动相对性原理”[1]．许多著作在介绍相对性原理时往往默认了方向相对性原理和平移相对性原理，而把注意力集中在“ 平动相对性原理”上[2].

当惯性系 S 和 S、的关系是伽利略变换时，这一原理就是力学相对性原理，在不引入惯性力的前提下，牛顿力学适用于绝对时空观框架内的宏观低速惯性系，即满足力学相对性原理.在经典力学中，空间和时间的本性被认为是与任何物体及运动无关的，存在着绝对空间和绝对时间.牛顿在《自然哲学的数学原理》中说：“绝对空间，就其本性来说，与任何外在的情况无关.始终保持着相似和不

变”“绝对的、纯粹的数学的时间，就其本性来说均匀地流逝，而与任何外在的情况无关”. 牛顿还指出:“相对空间是绝对空间的可动部分或者量度. 我们的感官通过绝对空间对其它物体的位置而确定它，并且通常把它当作不动的空间看待. 如相对地球而言的地下、大气或天体等空间都是这样来确定的”；“相对的、表观的和通常的时间，是期间的一种可感觉的、外部的，或者是精确的，或者是变化着的量度. 人们通常就用这种量度，如小时、日、月、年，代表真正的时间.”这就是牛顿的相对时空观. 力学相对性原理是对称性原理在力学中的重要体现，对称原理是一个普遍的原理. 海森堡提出:″万物的始原是对称性″,″对称性常常构成一个理论的最主要的特征″¨.″所有的自然界的基本定律都带有某些对称性″,而″所有的物理学的第一性原理都是建筑在对称性的基础上.″

牛顿力学的公理体系：定律Ⅰ（惯性定律）：每个物体都保持其静止、或匀速直线运动的状态，除非有外力作用于它迫使它改变那个状态. 定律Ⅱ：运动的变化正比于外力，变化的方向沿外力作用的直线方向. 定律Ⅲ：二物体在相接触处发生相互作用，甲物体给乙物体一个作用力时，乙物体同时给甲物体一个反作用力. 作用力与反作用力大小相等，方向相反，分别作用于二个不同的物体上. 第三定律明确指出：相互作用发生在二物体的相接触处，从而排除了超距作用！二个物体没有直接接触而发生相互作用时，只能是通过场物质的媒介而建立的，或者说是通过交换媒介子而实现的.

牛顿力学并没有严格给出惯性系的定义，也没有指名何为绝对时空. 爱因斯坦讲:“惯性原理的弱点在于它含有这样的一种循环论证：如果有一个物体离开别的物体足够远，那么它运动起来就没有加速度；而只是由于它运动起来没有加速度这一事实，我们才知道它离开别的物体是足够远的.”

牛顿第一定律仅对加速度为 0 的参照系(绝对时空)成立，这一点很容易说明，因此也可以把牛顿第一定律表述称——物体不受到任何外力或者合外力为 0 的条件下，在绝对时空中将作匀速直线运动或者静止状态. 换句话说，当物体或者系统受到的合外力为 0 或者不受到外力的情形下，才可以认为物体处于绝对时空（惯性系）之中.

牛顿定律在非惯性系中除了有真实的相互作用的力$\vec{F}$外，还受到惯性力$\vec{F_{惯}}$的作用. 一非惯性系相对于某一惯性系的加速度为$\vec{a_0}$，则惯性力为: $\vec{F_{惯}}=-m\vec{a_0}$,其中的 m 为物体的质量，符号表示方向，与$\vec{a_0}$的方向相反. 这时牛顿第二定律在非惯性系中就可以表示为: $\vec{F}+\vec{F_{惯}}=-m\vec{a}$ （*），上式中的$\vec{F}$为质点所受的合力，$\vec{a}$为质点相对于非惯性系的加速度.

2002 年 2 月高炳坤教授在《大学物理》上发表《“机械能守恒定律是否遵从相对性原理”辨》指出相对性原理可以分为两个层次.

第一个层次：从两个惯性系分别考察两个系统. 由于牛顿定律对两个惯性系都成立，故在两个惯性系中所得到的一切力学规律(包括无条件的普遍规律和有条件的特殊规律)完全相同. 由于是分别考察两个系统，故在两个惯性系中所得到的相同的规律之间，不存在“伽利略变换”这种联系.

第二个层次：从两个惯性系同时考察同一系统，由于牛顿定律对两个惯性系都成立，故在两个惯性系中所得到的普遍的(即不加条件由牛顿定律导出的)力学规律完全相同. 由于是同时考察同一系统，故两个惯性系中所得到的相同的规律之间，必然存在着“伽利略变换”这种联系，即利用伽利略变换必能把 S 系中的规律变成要 S` 系中的规律，反之亦然.

笔者认为，通常所说的力学相对性原理是指第二个层次的相对性原理，如果将伽利略变换换成洛仑兹变换，就是狭义相对论中的相对性原理，只满足第一个层次的相对性原理的结论在牛顿力学和狭义相对论中不一定成立，爱因斯坦本人有关狭义相对论的著述中的三段话便说明了这一点.

表述 A　自然界规律对于洛伦兹变换是协变的[3]

表述 B　如果 S 是惯性系，则相对于 S 作匀速运动而无转动的其它参考系 S` 也是惯性系，自然界规律对于所有惯性系都是相同的[4]

表述 C　自然规律同参照系的运动状态无关，至少在参照系没有加速运动时是这样[5]

笔者认为，爱因斯坦的表述 B、C 是指第一个层次的相对性原理，表述 A 是指洛伦兹变换下的第二个层次的相对性原理. 相对性原理是力学的基本原理. 在广义相对论中基本物理规律在任何坐标系形式下都不变——广义协变原理. 依照古典力学，物体在竖直引力场中的竖直加速度，同该物体的速度的水平分量无关. 因此在这样的引力场里，一个力学体系或者它的重心的竖直加速度的产生，同它内在的动能无关. 这就是等效原理的内容：惯性质量同引力质量相等，在引力场中一切物体都具有同一加速度. 这就意味着爱因斯坦在狭义相对论框架中构造引力场论的尝试被等效原理否决了. 从等效原理中，可以得到这样的结论：在均匀的引力场中，一切运动都像在不存在引力场时对于一个均匀加速的坐标系所发生的一样. 爱因斯坦在等效原理的

启发下，认为如果我们要得到一种关于引力场的自然的理论，就需要把相对性原理推广到彼此相互作非匀速运动的坐标系上去，引力场方程将在非线性变换的情况下保持不变，这就是新的广义协变性原理.

相对性原理说明物理规律在相对运动中是等效的.狭义相对性原理指出一切物理规律对于各种惯性系都是相同的,广义相对性原理则把它推广应用于任意相对运动的参照系.相对性原理是一种变换中的不变性(某种守恒).它联系于空间的某种性质,例如均匀性,引力场与非惯性系的等价性等.它的数学形式是方程等的一般协变性.海森堡指出:"相对性原理构成一个十分普遍的自然律".对自然的研究和对自然力量的利用从一开始就是同使物体个体化（Individualization）联系在一起的.一个物体到另外一些物体的距离随时间发生变化.当这些"另外的"物体依然是所论物体的不可分割开来的背景的时候，我们就无法用数列对应于该物体的位置和位置的改变，也就是不能对物体的位置和速度施行参数化.给定一个物体，它相对于一些物体运动，标志出这些物体，然后用数列与这些距离相对应，于是这些物体就成为参照物，而给定物体到这些物体的距离的全体就成为参照空间.对应于距离的数之全体组成为一有序系统.这样同参照物联系在一起的坐标系，也就被引进来了.所谓处所的相对性原理就是坐标系的平等性；从一个坐标系转换到另一个坐标系的可能性；以及给出坐标变换时刚体内部的特性和刚体内部的各质点的距离及其结构的不变性.

4、功能原理与力学相对性原理

质点功能原理的经典表述为：质点的动能的增量等于作用于质点的合力所做的功.即：

微分形式： $dW = d\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$,积分形式： $\int dW = \int_{v_0}^{v} d\left(\frac{1}{2}mv_0^2\right)$或： $W = \Delta E_k$，对每一个质点取和，从而得到质点系所遵循的规律.对其中第 i 个质点，动能定理可写为： $W_i = \frac{1}{2}m_i v_i^{\ 2} - \frac{1}{2}m_i v_{0i}^{\ \ 2}$ （1—1），Wi 是作用在第 i 个质点上的所有力对质点 i 所作的功,它既包括质点系以外其它物体所施的作用力—外力的功 Wi 外，又包括质点系内其它质点所施的作用力—内力的功 Wi 内.

$W_{i外} + W_{i内} = \frac{1}{2}m_i v_i^{\ 2} - \frac{1}{2}m_i v_{0i}^{\ \ 2}$ ，对所有质点求和：$\sum W_{i外} + \sum W_{i内} = \sum \frac{1}{2}m_i v_i^2 - \sum \frac{1}{2}m_i v_{0i}^2$

令 $E_k = \sum_{i=1}^{n} E_{ki}$ 为质点系的动能，有：$\sum W_{外} + \sum W_{内} = E_k - E_{k0} = \Delta E_k$ ，$W_{外} + W_{内} = \Delta E_k$.外力作功与内力作功代数和，等于质点系总动能的增量.——质点系的动能定理

在运动学中，对于参考系的选择原则上是任意的，视研究问题的方便而定；在动力学中，参考系是不能任意选择的，只能选择惯性系.功能原理为是根据牛顿定律直接推导出来，并非以地球为参照系，是普遍规律，凡是普遍的规律，在两个层次上都是遵从力学相对性原理的.笔者认为其实是在绝对时空观下利用牛顿定律推导出来的，下面的例子也是把地面当做绝对时空中的一部分——速度、加速度为 0.

如图 1 两个参考系，地面为固定参考系 O'，光滑木板以速度 v 做匀速直线运动，木板为一惯性参考系 O.一质量为 m 的物体，在木板参考系 O 中，t_0 时刻初速度为 v_1，在恒力 F 的作用下，在运动方向上发生一段位移 s，t_1 时刻速度增加到 v_2.

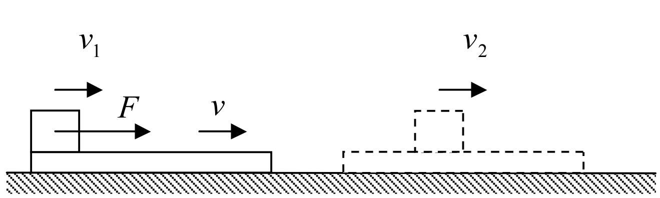


图 1

4.1 惯性参考系中功的计算

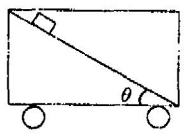
在木板参考系即惯性参考系O中：$W = F \cdot s$ ①

a） 在地面参考系即惯性参考系O'中：由伽利略变换可知，位移$s' = s + vt$，两参考系中时间相同

$$t = \frac{2s}{v_1 + v_2}, \qquad W' = F \cdot s' = F \cdot (s + vt) = F \cdot \left(s + \frac{2sv}{v_1 + v_2}\right) \quad ②$$

比较①和②可以看到$W \neq W'$，即功的大小与惯性参考系的选取有关.

例如：如下图固定在车厢内的光滑斜面倾角为θ，车厢以速度v_0匀速前进，斜面上质量为m的滑块从斜面顶端自由滑下,如果以车厢为参照系，小车对滑块的支持力不做功；如果以地面为参照系，小车对滑块的支持力做功.



4.2 惯性参考系中动能的计算：动能的定义：$E_K = \frac{1}{2}mv^2$，由伽利略变换：木块的初速度$v_1' = v_1 + v$，末速度$v_2' = v_2 + v$，在t_0时刻：a） 在木板参考系即惯性参考系O中$E_{k1} = \frac{1}{2}mv_1^2$ ③

b） 在地面参考系即惯性参考系中O'：$E_{k1}' = \frac{1}{2}mv_1'^2 = \frac{1}{2}m(v_1 + v)^2$ ④

在t_1时刻：a） 在木板参考系即惯性参考系O'中$E_{k2} = \frac{1}{2}mv_2^2$ ⑤

b） 在地面参考系即惯性参考系O中：$E_{k2}' = \frac{1}{2}mv_2'^2 = \frac{1}{2}m(v_2 + v)^2$ ⑥

比较③和④、⑤和⑥，可知$E_k \neq E_k'$，即动能的大小与惯性参考系的选取也有关.

4.3 惯性参考系中的动能定理

由以上分析可知，功和动能都与惯性参考系的选取有关，那么在不同惯性参考系中动能定理的表述是否相同呢？

a） 在木板参考系即惯性参考系O中，由①③⑤式，再由牛顿第二定律：$F = ma$和匀变速直线运动公式：$v_2^2 - v_1^2 = 2as$.联立：$W = F \cdot s = ma \cdot s = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = E_{k2} - E_{k1}$，即：$W = \Delta E_k$

b） 在地面参考系即惯性参考系O中：由②④⑥式,同样由牛顿第二定律：$F = ma$和匀变速直线运动公式：

$$v_2'^2 - v_1'^2 = 2as', \quad W' = F \cdot s' = ma \cdot s' = m\frac{v_2'^2 - v_1'^2}{2s'} \cdot s' = m\frac{(v_2 + v)^2 - (v_1 + v)^2}{2} = E_{k2}' - E_{k1}'$$

即：$W' = \Delta E_k'$，也就是说虽然功和动能都与惯性参考系的选取有关，但动能定理的表达式与惯性参考系的选取无关，即功能原理满足力学相对性原理.

从上面的分析可以看出动能定理（功能原理）满足第二个层次的力学相对性原理.

由于在不引入惯性力的前提下，牛顿定律仅适用于惯性系，因此功能原理也仅适用于惯性系，否则会出现谬误.例如：真空中有两个物体A、B质量分别为M和m，由于万有引力从静止开始做加速运动，观察者相对于A点匀速运动，动能不变，但是合外力做功不等于0，功能原理不成立，原因在于参考系不是惯性系.

设质点在 $\vec{F}$ 和 $\overrightarrow{F_{惯}}$ 的作用下，相对于惯性系有一位移元 $d\vec{r}=\vec{v}dt$,其中 $\vec{v}$ 是质点相对于非惯性系的速度，dt 是产生这一位移所需的时间.用 $d\vec{r}$ 点乘（*）式的两边得：$(\vec{F}+\overrightarrow{F_{惯}})\bullet d\vec{r}=m\vec{a}\bullet d\vec{r}=m\frac{d\vec{v}}{dt}\bullet d\vec{r}=m\vec{v}\bullet d\vec{v}=d(\frac{1}{2}mv^2)$,即 $dA+dA_{惯}=d(\frac{1}{2}mv^2)$ （7）,其中 $dA=\vec{F}\bullet d\vec{r}$ ，$dA_{惯}=\overrightarrow{F_{惯}}\bullet d\vec{r}$ 分别是合外力 $\vec{F}$ 和惯性力 $\overrightarrow{F_{惯}}$ 对质点作的元功.对（7）式两边积分得： $A+A_{惯}=\frac{1}{2}mV_1^2-\frac{1}{2}mV_2^2=E_k-E_{k0}$ （8）式即为非惯性系中单一质点的动能定理，这表明在非惯性系中动能定理只是比惯性系多了一项惯性力所做的功.

质点组就是由相互作用的质点组成的系统.设质点组有 n 个质点组成，在某一运动过程中，作用在各个质点的合力的功和惯性力的功记为 A_i 和 $A_{i惯}$（i=1,2,3...n),根据（8）式，每个质点的动能定理：$A_i+A_{i惯}=E_{ki}-E_{ki0}$ （i=1,2,3...n） (9)式求和得：$\sum_{i=1}^{n}A_i+\sum_{i=1}^{n}A_{i惯}=\sum_{i=1}^{n}E_{ki}-\sum_{i=1}^{n}E_{ki0}=E_k-E_{k0}$ （10）式为非惯性系中质点组的动能定理.与惯性系中质点组的动能定理相比仅多了惯性力的功.

5、机械能守恒定律

保守力是物理学中一个非常重要的概念，学过普通物理学的人都知道，所谓保守力是指，质点在力场中运动时，如果作用于质点的力所作的功，只与质点的起始和终了位置有关，而同质点运动的路径无关，则质点所受的力就是保守力或有势力.保守力还可以用另外一种方式来表述，一个质点沿闭合路径运动一周，如果作用于质点的力所作的功等于零，则质点所受的力就是保守力.

由质点系的功能原理 $W_{外}+W_{非保内}=\Delta E$.若 $W_{外}=0$ 且 $W_{非保内}=0$ ，系统的动能与势能可以相互转换，且转换的量值一定相等，即动能增加的量等于势能减少的量，或势能增加量等于动能减少的量.则 $\sum\Delta E=0$，$E-E_0=0$，$\boxed{E_0=E=恒量}$ (2—4),对于一个系统，当合外力的功与内部非保守力的功都为0时，系统的机械能守恒.

注意：机械能守恒定律的条件是：$W_{外}=0$且$W_{非保内}=0$，不是$W_{外}+W_{非保内}=0$.

机械能守恒定律：仅当不存在非保守力或非保守力所作之功可以忽略时，系统的机械能是守恒的，即若系统在某一惯性系中满足非保守力的合外力的方向与运动方向垂直或者非保守力的合外力为0，系统的机械能守恒.机械能守恒定律只是普遍的能量转化和守恒定律的特殊形式.

牛顿在《自然哲学的数学原理》一书中，在其根据运动三定律得到的第五个结论里面清楚地陈述了相对性原理.但是，牛顿力学没有绝对运动的概念是不行的.绝对运动概念是同力和加速度联系在一起的.从运动学来看，力的作用不是单值的.比如在一个计算系统中力引起某个加速度，那么在另一个相对于前者是以加速运动的系统中它却可以引起另一种加速度，当然也包括加速度为零的情况.因此只有根据动力学的效应，根据引起绝对加速度的系统中的力才能把绝对运动加以标志.牛顿用把水盛在旋转着的桶中的著名的实验作为证明存在着绝对运动和绝对空间的判定实验.这时水将沿着水桶的边缘升高；倘若水桶不动，而其周围的空间绕着水桶旋转的话，这种现象或许不会发生.对牛顿来说离心力的存在是有利于绝对运动的决定性的论据.《自然哲学的数学原理》的全部内容和牛顿建立起来的宇宙体系都是同这种思想联系在一起的，即不能用任何一种具体的物质所产生的作用来解释离心力.在解释离心力发生时，这一著名的牛顿现象并没有提供转动与具体的物理实体有关系的根据.因之牛顿把转动和加速运动都认为是相对于空间本身的.然而不管把这个结论形而上学地加以绝对化的企图如何，它本身还是同十七到十九世纪的天文学、力学和物理学的认识相适应的.

由于提出绝对空间这一概念使得牛顿能比笛卡尔的相对主义又向前作了一系列发展.按照牛顿的理解，所谓绝对运动并不是相对于一些个别的物体，而是相对于空间.牛顿所主张的这种绝对静止的空的空间可以看成充满整个宇宙的，数目不定的，离散存在的物质和“宇宙气”的总代表.是否可以把天体的总和看成是

那种“被赋予特权”的参考物甚至就看成是上述那种空间呢？这里还要再谈一下那种不可分割开来的实在.所谓物体相对于空间运动本身就意味着把一个被个体化的物体同一个不可分割的背景（即把物体加以个体化之后所声剩下来的整个宇宙）加以对照.牛顿认为加速度就是相对这一没有被明确的背景而言的.然而在每一个具体的动力学的课题中他必须应用和具体的物体联系在一起的某个计算系统.因而在给出动力学课题的范围后必须把相对静止的物体和与具体物体无关的，作为绝对空间出现的，被赋于特权的计算系统加以区分.在《原理》一书中这部分内容放在基本定义之后进行了叙述.

爱因斯坦说过：“在对科学的志趣中，必须一而再、再而三地从事对这些基本概念的批判，为了我们可以不无意识地受到它们的支配.没有一个人会肯定地认为牛顿的伟大创造会真正地被这种或其他任何一种理论所代替.他的清晰和广阔的观念作为我们已经建立的现代物理学观念的基础将永远保持它们的意义.牛顿力学是整个物理学的基础，同时也是近代科学的基础，如果没有牛顿力学也就没有现代科学.”美国科学史家贝纳德·科恩（I.BernardCohen）这样转述爱因斯坦逝世前两星期（1955 年 4 月 3 日）说的话：“回顾牛顿的全部思想，他认为牛顿的最伟大成就就是他认识到特选参照系的作用.他十分强调地把这句话重复了几遍.我觉得这是有点令人困惑的，因为今天我们都相信，并没有什么特选系，而只有惯性系；并没有一种特选的构架——甚至我们的太阳系也不是——我们能够说它是固定在空间中，或者具有某些为别种体系所不可能有的特殊物理性质.由于爱因斯坦自己的工作，我们不再（象牛顿那样）相信绝对空间是静止的或者是运动的特选系.在爱因斯坦看来，牛顿的解决是天才的，而且在那个时代也是必然的.我记得爱因斯坦说过这样的话：‘牛顿啊……你所发现的道路，在你那个时代，是一位具有最高思维能力和创造力的人所发现的唯一的道路.’”由于牛顿力学适用于惯性系，地球不是一个严格的惯性系，尽管一般物体的质量与地球质量相去甚远，可以近似认为惯性系，可是当物体的质量不断增加时，特别是二者质量差距不大时，这个系统相对误差就不能忽略了.

由于牛顿力学承认绝对空间的存在，为此可以选择绝对空间中的一点来考察：

M.______A________.m

设地球(视为质点，下同)质量为 M，物体的质量为 m，忽略其它物质对于它们的引力（当然地球及其物体还要受到太阳等其它星体的作用，即马赫所说的惯性力，还有地球的自转等因素，在这里仅从理论上推导机械能守恒定律，生产实践和实验中还要考虑其它因素.）.

根据万有引力定律，万有引力是变化的,首先考虑恒力的情况.设地球与物体之间的作用力恒为 mg，距离为 h，地球与物体在 A 点相遇，地球移动的距离为 h_1,A 点相对于绝对空间静止（有人认为太阳系是更好的惯性系，因此不妨设 A 点相对于太阳静止.），由于系统受到的合外力为 0，因此根据上面牛顿第一定律，初始状态地球与物体相对于 A 点静止，系统的势能为 mgh，设到达 A 点物体的速度为 v_2.则由牛顿力学得 $v_1^2=2g(h-h_1)$，$v_2^2=2mgh_1/M$，地球移动距离为 h_1.此时系统的动能之和为 $\frac{1}{2}Mv_2^2+\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}m.2g(h-h_1)+\frac{1}{2}M.2mgh_1/M=mg(h-h_1)+mgh_1=mgh$.

当地球与物体之间的作用力发生变化时，设物体移动的距离为ΔS,根据动量守恒定律可以得到地球移动的距离为 $\frac{m}{M}\Delta S$,当ΔS 趋向于 0 时，作用力可以近似看做常数，记为 F，由功能原理得 $F\Delta S=\frac{1}{2}mv_1^2$，$\frac{m}{M}\Delta SF=\frac{1}{2}Mv_2^2$,势能减少为 $F\Delta S+\frac{m}{M}\Delta SF=F(\Delta S+\frac{m}{M}\Delta S)=\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}Mv_2^2=\Delta E_k$，机械能守恒定律成立，然后积分可以得到整个过程机械能守恒定律依然成立，恒力与变力是一致的,因此下面之研究恒力即可.

如果物体的初速度为 v_0,方向为从物体指向地球.则根据运动学知识可以得到 $v_1^2-v_0^2=2g(h-h_1)$，$v_2^2=2mgh_1/M$,到达 A 点时系统的动能之和为 $\frac{1}{2}Mv_2^2+\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}M.2mgh_1/M+\frac{1}{2}m.2g(h-h_1)+\frac{1}{2}mv_0^2=mg(h-h_1)+mgh_1+\frac{1}{2}mv_0^2=mgh+\frac{1}{2}mv_0^2$. 当物体的运动初速度反方向时，同理可以证明也是成立的.

当物体的运动轨迹为曲线时，以 A 点为参照系，类比经典物理学的方法，可以证明此时重力亦然为保守

力，在此从略. 当质点在一个星球的引力场中运动时，我们可以把质点和星球看作一个系统. 由于这个系统没有受到外力的作用，因此外力所作的功等于零. 另一方面，质点在引力场中运动时，没有光、电、热等其他形式的能量产生，因此，这是一个机械能守恒的系统. 对于质点而言，机械能守恒的含义是，当质点运动时，其等效动能与等效势能之和（机械能）等于常数，注意这里所说的等效动能等于$\frac{1}{2}mv^2$，这个结论都是成立的，实际上这个结果是有天文观测依据的. 我们知道，宇宙中有大量的行星围绕着恒星运行，宇宙中还存在着大量的双星. 如果引力场不是保守力场，那么行星每运行一周，就要损失一部分能量，因此，无需多久行星必然坠落到恒星表面. 同样道理，如果引力场不是保守力场，那么无需多久，两个围绕质心运行的双星必然相撞. 换句话说，如果引力场不是保守力场，宇宙中就不会存在着恒久运行的行星或双星. 而天文观测的结果表明，宇宙中存在着大量的行星和双星，而且它们的运行十分正常，这一现象足以说明，引力场是一个保守力场. 由于重力是保守力，因此当物体运动的轨迹是曲线时，只要非保守力做功为 0，结论仍成立，即机械能守恒定律成立.

从上面的推导可以看出，在地球与物体组成的系统受到合外力为 0 时，系统内物体仍然在运动，因此动量守恒定律看做是牛顿第一定律的推广会更好.

6、自由落体运动的再认识

上面的推导得出的结论与以地球为参照系得出的结论一致，当时事实上是把地球质量认为无穷大，以绝对时空为参照系得出的，严格上讲是近似规律, 因为根据动量守恒定律可以得出 $Mh_1=m(h-h_1)$, $h_1=mh/(M+m)$, 此时以地球为观察者物体的运动速度大小为

$v_1+v_2=$ $\sqrt{2g(h-h_1)}+\sqrt{2mgh_1/M}=\sqrt{2gMh/(M+m)}+\sqrt{2m^2gh/[M(M+m)]}$ =

$=\sqrt{2gh}(\sqrt{M/(m+M)}+\sqrt{m^2/[M(M+m)]}\neq\sqrt{2gh}$, 与以地球为参照系得出的速度大小不相等，当时推导机械能守恒定律是把地球质量视为无穷大，本质上是在绝对时空中推导出来的, 实际上当 M 视为无穷大时上式等号成立，这也符合唯物辩证法的量变质变规律.

从这里可以看出自由落体运动的计算得出的也是近似值. 设 $f(m)=\sqrt{2gh}(\sqrt{M/(m+M)}+\sqrt{m^2/[M(M+m)]}$, 可以证明 $f`(m)=\frac{1}{2}[M(M+m)]^{-0.5}>0$，在牛顿力学里物体下落的速度确实与物体的质量有关，质量越大下落越快，但并不是亚里士多德所说的下落速度与质量成正比. 这个结果可以给出一个直觉解释，随着物体质量的增加，地球的加速度也在不断增加，时间也会逐渐缩短. 由于一般物体的质量较小，系统相对误差较小，在实验中无法发现, 通过上式可以把实验结果与计算数据进行矫正, 只要 $v_{实验值}=v_{理论值}(\sqrt{2gMh/(M+m)}+\sqrt{2m^2gh/[M(M+m)]})$, 即可以说实验是完全成功的.

伽利略当年的理想实验是把地球质量当做无穷大的出的近似结论，没有考虑到随着物体质量的增加，地球加速度变大的因素. 伽利略当年所做的两个铁球同时着地是正确的，因为在惯性系里观察此时地球的加速度确定（两个铁球的引力产生），铁球的加速度确定，所以同时着地. 用不同质量的铁球做实验，得出下落的时间应该不同，但是变化极其微小，远不如空气阻力产生的影响，实验中也无法观察.

类比于上面的分析平抛运动、斜抛运动等物体在重力场中的运动规律也是近似规律，但是系统相对误差极小，生产实践中可以不予考虑，在研究天体运动中必须考虑.

7、机械能守恒定律与力学相对性原理

在上面的推导中，由动量守恒定律得 $mv_1-Mv_2=0$，若以一观察者相对于 A 点以速度 v_0 匀速运动（方向为从地球到物体），此时得到系统的初始状态的机械能为 $\frac{1}{2}(M+m)v_0^2+mgh$，末状态的机械能为 $\frac{1}{2}m(v_1+v_0)^2+\frac{1}{2}M(v_2-v_0)^2=\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}mv_0^2+\frac{1}{2}Mv_1^2+\frac{1}{2}Mv_0^2+mv_1v_0-Mv_2v_0=mgh+\frac{1}{2}Mv_0^2+\frac{1}{2}mv_0^2+v_0(mv_1-Mv_2)=mgh+\frac{1}{2}(M+m)v_0^2$, 机械能守恒定律亦然成立.

若以一观察者相对于 A 点以速度 v_0 垂直于地球与物体的连线运动，此时得到系统的初始状态的机械能为

mgh+$\frac{1}{2}$ (M+m) v_0^2 ，末状态的机械能为$\frac{1}{2}$m($v_1^2+v_0^2$)+ $\frac{1}{2}$M($v_2^2+v_0^2$)= $\frac{1}{2}$mv_1^2+$\frac{1}{2}$mv_0^2+$\frac{1}{2}$Mv_2^2+$\frac{1}{2}$Mv_0^2= mgh+$\frac{1}{2}$ (M+m) v_0^2,机械能守恒定律也成立.

若以一观察者相对于 A 点运动，方向为与地球、物体连线成θ角，则根据运动的合成与分解，可以分解为平行于地球与物体的连线和垂直于地球与物体的连线两个方向，两个方向分别满足力学相对性原理，根据运动的独立性原理可知此时力学相对性原理依然成立.

从上面的讨论可以看出，机械能守恒定律对所有惯性系均适用，机械能守恒定律满足伽利略变换不变性.

机械能守恒定律满足力学相对性原理，依然可以归结为牛顿力学的一部分，从而使牛顿力学体系更加严密，体现了经典力学的统一与和谐，作为牛顿定律的逻辑推论.

8、以地球为参照系应用机械能守恒定律得系统误差

机械能守恒定律虽然当初是以地球为参照系推导出来的，但是由于地球是不严格的惯性系，以此来考察力学相对性原理自然不成立，从而使机械能守恒定律与牛顿力学割裂开来，使经典力学的结构体系出现了裂痕，从而引发了一场大讨论，虽然当初牛顿力学是在地球上通过实验以及数学抽象得出的规律，但是它仅仅是近似值，而这里是从理论上研究其精确值，自然会出现矛盾.下面推导其系统相对误差的大小：

由上面的推导可知，mv_1=Mv_2, v_2=mv_1/M.以地球为参照系物体到达 A 点时系统的机械能为物体的动能$\frac{1}{2}$m(v_1+v_2)^2=$\frac{1}{2}$m（v_1+ mv_1/M）^{2}=$\frac{1}{2}$mv_1^2(1+m/M)^2,开始时的机械能为 mgh=$\frac{1}{2}$mv_1^2+$\frac{1}{2}$Mv_2^2=$\frac{1}{2}$mv_1^2+$\frac{1}{2}$M（mv_1/M）^{2}=$\frac{1}{2}$mv_1^2(1+m/M),系统误差为$\frac{1}{2}$mv_1^2(1+m/M)^2-$\frac{1}{2}$mv_1^2(1+m/M)= $\frac{1}{2}$mv_1^2(1+m/M)m/M=mgh.m/M=m/M.mgh.系统相对误差为m/M,由于一般物体的质量与地球质量相去甚远，所以系统相对误差较小. 如果把物体作为参照系，系统相对误差为M/m，可以说机械能守恒定律根本不成立.当把地球质量视为无穷大时，系统相对误差为0，当观察者相对于地球匀速运动时，由于前后地球的动能均为无穷大，机械能守恒定律依然成立，力学相对性原理成立，因此不少文章探讨机械能守恒定律以地球为参照系亦然满足力学相对性原理.在生产实践中直接利用机械能守恒定律在相当高的精度上仍然成立，当物体的质量越来越大时，系统相对误差会越来越大，例如用讨论地球与月球之间的运动时误差便比较大了，因此笔者认为讨论地球卫星的运动可以利用机械能守恒定律，讨论行星与其卫星之间的运动关系就不能直接利用机械能守恒定律了.我们不能因为物体的质量小，以物体为参照系机械能守恒定律不成立，地球质量大，机械能守恒定律严格成立，并且满足力学相对性原理，这也不符合物理学中的对称性原理和玻尔提出的对应原理。对应原理是物理学的原理，于 1923 年被玻尔提出，指在量子数很大而改变很小的情况下，量子理论所得的结果应趋近于经典物理学的结果，反之亦然。在任何的物理量F与作用量J作偏导数，在上述条件下，应有：

$$\frac{\partial F}{\partial J}=\lim_{\Delta n\to 0\ n\to\infty}\frac{1}{h}\frac{\Delta F}{\Delta n}$$

其中$J=nh$（玻尔-索末菲量子条件），h是普朗克常数。量子力学理论可以成功精确的描述微观世界的物体（例如原子以及基本粒子），而宏观的物体（例如弹簧、电阻等）则可以用经典力学和经典电动力学所描述。矛盾在于，同一个物理世界，仅仅因为物体大小的不同，就需要不同的两个理论来描述，这显然是荒谬的。这一矛盾就是玻尔阐述对应原理的初衷，即在系统“大”的情况下，经典物理学可以认为是量子物理学的一个近似。对应原理表明：新理论不是把旧理论根本推翻，而是在旧理论适用的领域中，新理论的结论过渡到旧理论的结论；包含某种特征参量的新理论的数学工具(基本方程及其推论)，在特征参量具有适当数值的情况下，自动转变为旧理论的数学工具。

当物体的初速度在地球与物体连线的方向的分速度不为 0 时，误差会发生变化. 下面来推导这一结论：假设物体相对于地球的初速度为v_0，方向为指向于地球，其它方向推导类似，在此省略. 以地球为参照系物体到达 A 点时系统的机械能为物体的动能$\frac{1}{2}$m(v_1+v_2)^2=$\frac{1}{2}$m（v_1+ mv_1/M）^{2}=$\frac{1}{2}$mv_1^2(1+m/M)^2,开始时的机械能为 mgh+$\frac{1}{2}$mv_0^2=$\frac{1}{2}$mv_1^2+$\frac{1}{2}$Mv_2^2+$\frac{1}{2}$mv_0^2=$\frac{1}{2}$mv_1^2+$\frac{1}{2}$M（mv_1/M）^{2}+$\frac{1}{2}$mv_0^2=$\frac{1}{2}$mv_1^2(1+m/M) +$\frac{1}{2}$mv_0^2,系统误差为$\frac{1}{2}$mv_1^2(1+m/M)^2-$\frac{1}{2}$mv_1^2(1+m/M) -$\frac{1}{2}$mv_0^2= $\frac{1}{2}$mv_1^2(1+m/M)m/M-$\frac{1}{2}$mv_0^2=mgh.m/M-$\frac{1}{2}$mv_0^2=m/M.mgh-$\frac{1}{2}$mv_0^2,此时系统

相对误差为 $m/M-\frac{1}{2}v_0^2/gh$.

如果固守地球是足够好的惯性系，就可能进一步得出太阳围绕着地球转的错误结论.现在不少专家、教授都认为之所以地球不是严格的惯性系，是因为受到了太阳等其它星体的引力以及地球的自转的影响，可是太阳等其它星体对于地球及其附近的物体产生的加速度差距不大，根据广义相对论原理其影响可以忽略，以地球为参照系机械能守恒定律不满足力学相对性原理的根本原因在于它们之间的引力使得地球成为非惯性系，由于引力使得原来的惯性系成为非惯性系从而牛顿力学与狭义相对论失效，才促使爱因斯坦研究广义相对论.

通过上面的分析，由于机械能属于系统，以物体为参照系机械能守恒定律不成立，以地球为参照系机械能守恒定律近似成立，这样才符合对称性原理.由于系统相对误差比较小，实验中难以观察，但是由于静电力和万有引力的类似，为了放大实验的效果，可以把两个质量相等并带有大量异种电荷的两个物体放在一条直线光滑绝缘导轨上观察现象可以验证上面的结论，以一个物体为参照系得出的机械能并不守恒，随着一个带电体质量的增加，系统相对误差越来越大，两个带电体相遇的时间会变短，从而得出机械能守恒定律和自由落体运动的规律若以地球为参照系只是近似成立.

当参照系相对于地球作匀速运动时，速度越大，系统相对误差越大，下面推导这一结论——当观察者以 v_0 的速度相对于地球匀速运动时，方向从地球指向物体（其它方向推导类似，在此省略）.开始时系统的机械能为$\frac{1}{2}(M+m)v_0^2+mgh$.到达 A 点时，以 A 点为参照系，物体的速度为 v_1，地球的速度为 v_2,观察者的速度为 v_2+v_0，两者的方向相反，根据伽利略变换，观察者测到物体的速度为 $v_0+v_1+v_2$，此时的机械能为$\frac{1}{2}Mv_0^2+\frac{1}{2}m(v_0+v_1+v_2)^2=\frac{1}{2}(M+m)v_0^2+\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}mv_2^2+mv_1v_0+mv_2v_0+mv_1v_2$,系统误差为
$\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}mv_2^2+mv_1v_0+mv_2v_0+mv_1v_2—mgh=\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}mv_2^2+mv_1v_0+mv_2v_0+mv_1v_2-\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}Mv_2^2=\frac{1}{2}mv_2^2+mv_1v_0+mv_2v_0+mv_1v_2—\frac{1}{2}Mv_2^2=\frac{1}{2}m(mv_1/M)^2+mv_1v_0+m(mv_1/M)v_0+mv_1(mv_1/M)—\frac{1}{2}M(mv_1/M)^2=\frac{1}{2}mv_1^2(1+m/M)m/M+mv_1v_0(1+m/M)=mgh.m/M+mv_1v_0(1+m/M)=m^2/M.gh+mv_1v_0(1+m/M)=m/M.mgh+mv_0\sqrt{2ghM/(M+m)}$,此时系统相对误差为 $m/M+v_0\sqrt{2M/gh(M+m)}$.当 $v_0=0$ 时，即为上面的结果,测量值大于实际值. 当把地球质量视为无穷大时，根据动量守恒 $v_1=0$,误差为 0，力学相对性原理成立. 当运动物体的速度比较大，要求的精确度比较高时(这种修正需要考虑到引力的变化.)，建议对数据进行修正，由于上面的推导在牛顿力学范畴内进行，不妨把这种修正称为牛顿力学效应，对应于狭义相对论效应和广义相对论效应,根据牛顿力学效应可以对水星近日点的进动重新进行计算.

这场大讨论的出现裂痕的症结在于是否把地球的质量视为无穷大，如果视为无穷大，机械能守恒定律满足力学相对性原理，否则不满足力学相对性原理. 如果地球的质量视为无穷大，管靖、高炳坤教授等人关于机械能守恒定律不满足力学相对性原理的实例便不存在了.

9、机械能守恒定律与非惯性系

牛顿第二定律可以直接地表示为运动方程的形式.其内容是动量的一阶导数等于力.在笛卡尔坐标系中，牛顿第二定律用三个微分方程表出：

$$\frac{dp_x}{dt}=m\frac{d^2x}{dt^2}=X,\quad \frac{dp_y}{dt}=m\frac{d^2y}{dt^2}=Y,\quad \frac{dp_z}{dt}=m\frac{d^2z}{dt^2}=Z.$$

上述方程也可以说成是平衡方程.这一改变在发表于 1743 年《动力学》一书中为达朗贝尔原理所指出.在这本著作中，达朗贝尔利用了所谓遗失的力的概念.他所研究的是运动被某种约束所限制的质点系.作用在

质点上的力可以被两个分力所替代，其中一个分力指向与约束一致的运动的路线.倘若质点是自由的，它将要沿着由两个分力构成的平行四边形对角线的方向运动.而实际上质点似乎只在一个分力的作用下运动，另一个力好象是丢掉了.达朗贝尔就把它称之为遗失的力.被遗失的力没有引起质点的加速度，就在系统中无影无踪了，它已被约束反作用所抵销.可以指出：所谓遗失的力就是作用在质点上的力和惯性力的合力.作用在质点上的外力（即其来源不在所论系统之中）和被约束条件所决定的反作用力还有惯性力处于平衡之中.换句话说，遗失的力（外力与惯性力的合力）被约束反作用所平衡.

达朗贝尔所引入的惯性力曾被叫做虚构的力.引入这个力之后每一个动力学问题都被归结为一个静力学问题.每一个运动方程都与平衡方程相对应，这个平衡方程以具有所谓虚构的惯性力而区别于运动方程.

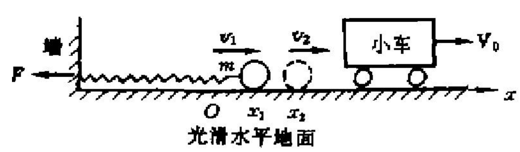
所谓实在的力和虚构的力之间的区别是相对的.倘若把达朗贝尔所引入的力认为是施加于所论物之上的力，则该力就是虚构的；倘若把力认为是施加于其它物体上的力，则达朗贝尔引入的力就是实在的.倘若把坐标原点从一个物体移到另一个物体上面，那么虚构的力就将是实在的，而实在的力则将是虚构的.

根据牛顿第二定律可得出作用于运动物体上的力与加速度乘以质量并冠以负号之和为零.第二项，即加速度和质量之积并冠以负号可以认为是惯性力.倘若认为这个力是施加于运动物体的，那么作用在物体上的力是平衡的.达朗贝尔的著作发表后，系统力学就开始迅速地发展起来.

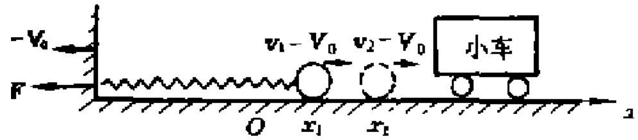
每一系统是用属于该系统的全体质点在此时的位形[Configuration]加以表征，这样的位形可以看成是多维空间的一个点.拉格朗日在其《分析力学》中给出了系统状态及其运动的坐标表象之普适方法，即广义坐标法，并且找到了一个量，这个量是坐标和速度的函数，在系统运动时，该量有不变性.

力学相对性原理是从两个惯性系同时考察同一系统，选择非惯性系考察同一系统，不能验证力学相对性原理.高炳坤教授与管靖教授等在非惯性系中运用牛顿力学、伽利略变换自然得出错误的结论，例如高炳坤教授在《地球所受的一种易被忽视的惯性力》[6]中例举的实例说明机械能守恒定律不成立，不能说明机械能守恒定律不满足力学相对性原理.高教授只能引入惯性力说明，在不引入惯性力的前提下，假设在一个孤立系统中一个星球以及其附近一个物体，以相对于星球匀速运动的观察者得出的结论依然是机械能守恒定律不成立，本质上是选择了非惯性系又运用牛顿力学、伽利略变换来研究是错误的，力学相对性原理严格讲仅适用于低速运动的惯性系，对于高速运动的惯性系，只能利用狭义相对论，对于非惯性系只能利用广义相对论来研究.当合外力的功为零和非保守内力的功为零时机械能不再守恒，机械能的增量等于惯性力的功. 不过**笔者认为高教授认为此时地球不是惯性系是因为太阳等其它星体的作用是错误的，应该是物体的引力使地球不是严格的惯性系，只有这样才可以计算其加速度，否则太阳等其它星体使地球产生的加速度无法计算.**

下面以高炳坤教授在《力学中一个令人费解的问题》[9]中实例说明一下上述观点.如下图所示：一倔强系数为K的轻质弹簧，一端系在墙上，另一端系一质量为m的小球，小球处于光滑的水平地面上，在平衡位置O附近振动，一小车沿水平方向恒速Vo运动，试问 ：从地面或小车上看，“弹簧和小球”这个系统的机械能否守恒？并分析之.



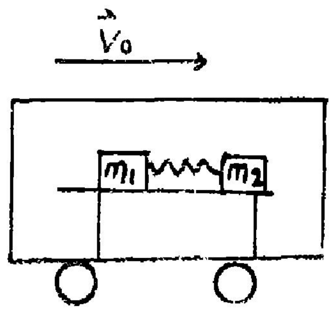
分析：若以地面为参照系，是把地球当作严格的惯性系，与绝对空间中的一点无任何区别，当然机械能守恒.若以小车为参照系——此时亦然是惯性参照系，墙对该系统的作用力做功，系统的机械能不守恒.笔者认为此时的系统事实上不包括地球，非保守力对于系统的做功不为0，因此机械能不守恒，高教授引入外力F考察功能原理，当然功能原理成立，高教授的推导也证明了这一点.如图3：



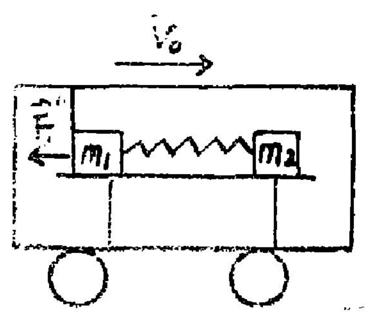
在地面上看：$\frac{1}{2}KX_1^2+\frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}KX_2^2+\frac{1}{2}mv_2^2$，从小车上看：整个地球以速度$-v_o$运动，外力F要作功，故“弹簧和小球”这个系统的机械能不守恒.推导过程参阅[9]，在此从略.从小车上看，“弹簧和小球”这个系统的机械能虽然不守恒，但功能原理成立.

若把地球、弹簧和小球视为一系统的话，那么该系统便不受外力了，此时小车便不再是惯性参照系了.因为弹簧给地球的作用力使地球产生了加速度，地球不是惯性系了，功能原理也不成立了.对于一个只有保守内力而无外力的系统而言，它在惯性参照系中的机械能必守恒，在非惯性系中的机械能便不守恒了，但不能说机械守恒定律不满足力学相对性原理.张淑芳教授在《机械能守恒定律违背力学相对性原理吗》[10]列举的两个实例进一步说明了上述观点：

1、如图4，在匀速直线运动的汽车上，固定一光滑水平桌面，桌面上放置着由木块m_1、m_2和轻质弹簧构成的振动系统.该系统在桌面和地面两个参照系中，均满足机械能守恒条件，故在两个参照系中，机械能者守恒.(弹簧开始处于压缩状态)



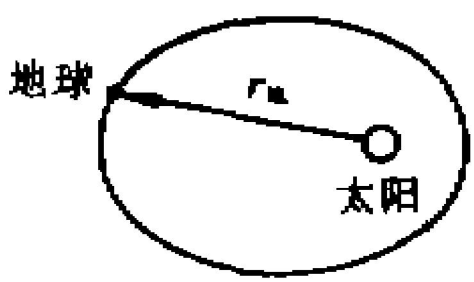
（图4）



（图5）

2、在上例中，把m_1固定在桌面上，情形就不同了，以桌面为参照系时，满足$dw_{外}=0$，$dw_{内非}=0$，系统的机械能守恒.以地球为参照系时，外力F作功，系统的机械能不再守恒.

白静江在《两体问题中的功能原理及机械能守恒定律》[11]中列举的实例也说明了这个问题.例1 如图6所示，地球围绕太阳作椭圆运动，如果忽略其它星体的作用，试问：1)以太阳为参照系观察地球，其机械能守恒否？2)在相对于太阳以恒速u(u《c)运动的飞船在观察地球，其机械能守恒否？



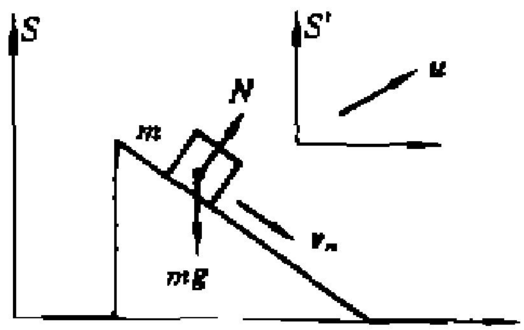
（图6）

分析：(1)以太阳为参照系观察地球，机械能守恒定律不成立，但由于太阳加速度非常小，可认为近似成立.

(2)在相对于太阳以恒速u运动的飞船中观察地球，由于是非惯性系，机械能守恒定律也不成立.

不面的例子与上面类似，分析在此从略.

例2 如图7所示，质量为m的滑块沿光滑斜面自由下滑，试讨论：在地面观察及在相对于地面以恒速u运动的参照系中观察m的机械能守恒否？



（图 7）

在非惯性系中，惯性力起着和“普通力”一样的作用，惯性力也可以通过做功来改变系统的动能.因此在非惯性系考虑到惯性力，并引进相应的功和势能，非惯性系中的动力学方程、动能定理及机械能守恒定律还是可以沿用的.[12] [13] [14] [15]

10、广义相对论对于惯性力的放弃

由于引力的存在，任一物质的参考系总有加速度，因而不可能有真正的惯性系.只不过尺度越大，物质越稀疏，相应的引力越弱，因而能找到更好的近似惯性系.惯性力是非惯性系自身的加速运动在质点上的反应，而不是一种物质间的相互作用.高教授在《“机械能守恒定律是否遵从相对性原理”辨》[7]和《能量追踪》[8]中的问题的症结也在这里，只能引入虚拟的惯性力，主要是高教授受到马赫思想的影响，惯性力是真实的，它来自遥远天际的群星，既然惯性力可以做功，那遥远天际的群星与被作功的物体之间就有能量交换，爱因斯坦尽管开始信奉马赫的观点，但广义相对论最终还是放弃了马赫原理.爱因斯坦指出依据马赫原理应该期望：（1）在物体附近有物质堆积时，它的惯性质量应增加；（2）邻近物体作加速运动时，此物体应受到一个与加速度同方向的加速力；（3）转动的中空物体，必在其内部产生径向离心力与科里奥利力.实验发现，广义相对论中的这些效应的确存在，但不象马赫原理期望的那么大.广义相对论给出了介乎牛顿立场与马赫立场之间的中间立场.比较彻底地贯彻了马赫原理的是 Brans - Dicke 理论，而不是广义相对论.爱因斯坦在 1954 年说出了下面这段话：“在我看来，我们根本不要再继续谈论马赫原理了.该原理是在这样的一个年代产生的，那时人们认为有重物质是唯一的物理实在，并且认为要在理论中有意识地避免一切不由有重物体完全决定的元素.我完全清楚这一事实：有很长一段时期，我也受到这种顽固思想的影响.”

在广义相对论中任何物体都沿着自己的短程线运动，经典力学中的这些困难才避免.广义相对论中的短程线方程是 $\frac{dU^\nu}{d\tau}=-\Gamma^\nu_{\sigma\rho}U^\sigma U^\rho$ ，式中 U^σ 是 4 维速度 ，$dU^\nu/d\tau$ 是 4 维加速度 . 这个式子的数学意义是 ，4 维加速度是 4 维速度的二次函数 . 可见爱因斯坦在解决引力传递问题时巧妙应用了 $m^{(G)}=m^{(I)}$ 这一基本物理事实而得到广义相对论 $m_0\frac{dU^\nu}{d\tau}=m_0(-\Gamma^\nu_{\sigma\rho})U^\sigma U^\rho$ 、$\Delta w^{(G)}=\frac{2GM_0 w^{(G)}}{c^2}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_0}\right)$ 、$\Delta I^{(G)}=0$.

11、主要结论

本文通过上面的分析得出，在不引入惯性力的前提下，牛顿定律、功能原理(动能定理)、机械能守恒定律仅适用于绝对时空观下的低速惯性系，对于非惯性系不成立，只能利用惯性系检验力学相对性原理. 由于机械能属于系统，以物体为参照系机械能守恒定律不成立，以地球为参照系机械能守恒定律只能说是近似成立，这样才符合对称性原理和对应原理，以地球为参照系机械能守恒定律不是牛顿定律的直接推论.当一个物体的质量相对于另一个物体的质量非常小，几乎可以忽略时，以较大物体为参照系可以近似利用机械能守恒定律.

何时把地球当做惯性系，关键在于根据研究问题的需要，是否考虑地球的加速度，由于势能属于系统，因此从理论上严格考察机械能守恒时需要考虑到其加速度.只有把地球质量视为无穷大时，以地球为参照系和以相对于地球匀速运动物体为参照系，机械能守恒定律才满足力学相对性原理，严格考察自由落体运动时也需要考虑地球的加速度.功能原理与机械能守恒定律满足力学相对性原理，是经典力学的重要组成部分.

参考文献：

[1]爱因斯坦A. 相对论的意义[M] . 北京: 科学出版社,1961. 16.
[2] 福克B A. 空间、时间和引力理论[M] . 北京: 科学出版社, 1965. 19.
[3]爱因斯坦 相对论：相对论的本质[A].爱因斯坦文集[C],北京：商务印馆，1976.455
[4]爱因斯坦 相对论的意义[M].北京：科学出版社，1961.16.
[5]爱因斯坦文集 第二卷[M].北京：商务印书馆，1979.155.
[6]高炳坤等 地球所受的一种易被忽视的惯性力[J].大学物理，1991.10(11):46.
[7]高炳坤 “机械能守恒定律是否遵从相对性原理”辨.大学物理，2000.2：20.
[8]高炳坤 能量追踪. 大学物理，2001.3：15.
[9]高炳坤 力学中一个令人费解的问题[J].大学物理，1995.14(5)：20.
[10]张淑芳 机械能守恒定律违背力学相对性原理吗，邢台师专学（综合版），1995.4：82.
[11]白静江 两体问题中功能原理及机械能守恒定律.大学物理，1997.3：11.
[12] 白秀英、贺彩霞 非惯性系下机械能守恒定律 ，渭南师范学院学报，2007.3.
[13] 冯云光 非惯性参考系中的动能定理、机械能转换和守恒定律 铜川师范高等师范专科学校学报 2003.7.
[14]于全训、李晓霞、张晓路 非惯性系中的机械能守恒定律 曲阜师范大学学报 第25卷第三期.
[15]龚照寿 在某些非惯性参照系中“机械能守恒定律”的运用 扬州教育学院学报 2005.9.