

## 阿基里斯与乌龟悖论难不住希格斯场 ——非线性希格斯粒子数学讨论(11)

笄科伯

Recommended by 王德奎, y-tx@163.com

**摘要:** 我们说阿基里斯与乌龟悖论难不住希格斯场, 因为高端希格斯场物理方程也要求是可微或可导的, 这类似进入希格斯场也要进入“点内”。于是我们又可以说, 希格斯类似鲁滨逊走到了“芝诺坐标”的门口, 他看到了“点内”空间。

[笄科伯阿基里斯与乌龟悖论难不住希格斯场. *Academia Arena* 2013;5(2):3-11] (ISSN 1553-992X).  
<http://www.sciencepub.net/academia.2>

**关键词:** 芝诺悖论 实无穷 潜无穷 极限 芝诺坐标

### 一、应行仁谈芝诺悖论困扰现状

物质有实无穷和潜无穷, 真空有实无穷和潜无穷; 思维有实无穷和潜无穷, 存在有实无穷和潜无穷。一句话, 极限有实无穷和潜无穷。应行仁教授在《阿基里斯与乌龟的悖论解决了吗》一文中说, 实无穷认为无穷是可以达到的, 这时无穷级数的和等于它的极限值。潜无穷认为无穷是一个过程, 不是实在的东西。在这个观点下, 无穷级数求和只能不断逼近它的极限, 而不是等于它。这个观点导致阿基里斯永远陷在追赶乌龟的过程中。应行仁说, 毕达哥拉斯学派主张  $1 > 0.9999\dots$  是赞成潜无穷观点。在他以后的亚里士多德倾向潜无穷, 但在阿基里斯与乌龟的问题上含糊其辞。以后的数学家从欧几里德开始, 专注于有限问题。一直到牛顿和莱布尼茨的微积分, 才采用了实无穷的概念, 将导数表示为两个无穷小之比, 积分为许多无穷小的加权和。

实无穷的思想滥用, 产生了很多问题和混乱, 导致数学第二次危机。到了魏尔斯特拉斯, 他驱逐实无穷, 由潜无穷的概念发展出严谨的极限概念, 重铸分析的基础。百多年后, 康托尔又在集合论中将实无穷请回来。在 20 世纪 60 年代, 鲁滨逊把无穷小量请了回来, 从而建立了非标准分析。但如今数学的直觉主义学派仍然反对实无穷。

应行仁教授说, 到现在中外数学、物理和哲学期刊, 讨论实无穷、潜无穷及芝诺悖论的论文, 争论仍然没有结束。即芝诺的阿基里斯与乌龟的悖论的破解, 经过两千多年兜了一圈又回到实无穷与潜无穷的争论中。他说他的文章有许多跟贴, 但都没有认真跟随文中的逻辑, 而急于给出自己的反应; 并只是基于教科书里关于极限的知识, 从来没有想过初等微积分教科书中, 实无穷假设的理由和困境。而各种文库、百科、科普给出的都是不同程度似是而非的答案。而他也只是引导大家, 来思考这

些困扰着数学大师和哲人难题答案的历史变迁和现状。

量子中国起步于“物质无限可分说”之程, 且能回避极限的实无穷和潜无穷。例如量子中国开创的第三次超弦革命其标志的自手术理论, 它的核心的三旋就已经把“点”高度组织化。再看所谓跑得最快的阿基里斯永远追不上跑得慢的乌龟的芝诺的阿基里斯与乌龟的悖论, 是说阿基里斯因为首先必须跑到乌龟的起跑点, 这时候乌龟已经往前爬了一段路。当他赶上这段路时, 乌龟又向前进了一些---这是无论什么时候, 阿基里斯追到了乌龟当前的位置, 乌龟在这段时间内又向前爬拉开了距离, 这个差距虽然在缩小, 但一直存在; 在这无穷追赶过程中, 不会为零。因此跑得慢的乌龟永远领先, 无法被超越。回应这里应行仁教授的“阿基里斯与乌龟的悖论”的正面挑战, 也许最好的方法是建立“芝诺坐标”。因为纯粹的几何图形或静止的几何图形, 没有加进时间, 也没法加进动力, 这是一种缺陷, 并可影响到物理学等许多学科。

后来虽然从欧几里德几何发展到拓扑学, 发展到微分流形, 企图弥补这种缺陷, 但仍然留有迹印。例如前苏联物理学家 B·C·巴拉申科批评爱因斯坦的引力理论存在能量困难, 就持这种论据。所谓相对论中的能量困难, 是指爱因斯坦的几何场, 和描述各类微观客体的能量场, 两者的物理实质是根本不同的, 不能把一个归结为另一个, 甚至在引力场很弱的极端场合下, 也不能导入能量概念。

当然, 原则上可以存在不用质量、能量和冲量这三个概念来描述的现象和客体, 但在对客体之间的传递作运动学描述的条件下, 这种放弃就会引起严重的问题。回顾一下黎曼的高维曲面, 黎曼把力与几何等同起来给人的启迪, 是作了一番变换说明的: 一个生活在一张纸上的二维书虫动物种族, 放在一张弄皱的有着立体感的三维纸上, 这些书虫们

如果不运动,它们会推断它们所处的新世界仍是完全平坦的,或者说它们身子所处的状态仅是随着这些三维空间的变形而变形,只是在它们开始作运动的时候,才能觉察出有一种神秘的看不见的力、质量、能量、冲量、张量、矢量等东西的存在。

这可以看出力与几何是一种分离的结合。而爱因斯坦的广义相对论的数学表达,正是在他的密友、数学家格罗斯曼的帮助下,才从黎曼等人的工作中找到所需的特殊数学工具,可以说黎曼的伟大工作几乎是逐字逐句地在爱因斯坦的原理中找到了真正的归宿。但同时也给他的广义相对论带来了力与几何有分离的痕迹。对此,三旋则是一开始就结合着空间也结合着时间,结合着几何也结合着能量的,是赋予空间和时间与动力的等效。更有可能三旋是一种时间理论,而不是一种空间理论,原因是它使时空出现多方向协变,例如球面运动只给出了两种时空方向,即正反转,而三旋却给出了62种时空方向,从而为多主体系统内的量子缠结打开一扇窗,使时空在更大方向上去容纳各种理论和现象,且能给出简并的处理。

几千年来,人们都重视空间理论,而在时间理论上开拓不大,即使有开拓,如超弦理论,也是从多维空间启发中,发散时间,并无类似笛卡儿三角坐标式的开发空间动量的形象性。而且用三角坐标,时间也总是一维的。三旋理论冲出了这种桎梏:时间可以是多方向协变并存的,而且三旋的综合会出现观察效应上的不同性。反过来看高维、多维,不管能解释多少效应,最终还是要落实到人的观察、实验、意识、理解上,而人对时间的观念是一维的,所以一维的时间总是要作为简并、简化的数学手段,使现存的许多数学公式对自然的描述既有合理的一面,也有歧义。

一维的时间总是单向的,所以有虚、实或正、负的区别。而三旋时间坐标的多向性,可以认为时间总是“实”的,没有“虚”的,这与笛卡儿空间坐标虽引出了虚时间,即时间可以倒流,但空间总是“实”的一样。三旋的“实”时间坐标也可以引出了“虚”空间,如做梦及想象中的空间是虚的,但外部的时间却是正的。这从中也不难理解时间总是实的及三旋的多时空结构;但多时空结构不一定是三旋,因为三旋不能从欧氏几何、伽利略变换、相对论等理论中直接导出,它主要是从实践观察中,从自然全息中感悟出,再回到数学中去寻找答案。

现在有一种复合时空理论,有许多虚值,因为它是点粒球体式的复合时空,不是圈态环面式的复合时空,这种点粒球体式复合时空,取的是 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 轴和时间 $t$ ,虽没有涉及类圈体的情况,但它所引起的争论,却蕴含着现实意义的哲学底蕴。即在西方科学和学术已经千锤百炼证明行之有效的基

论方法层次上,如何将中国传统医学哲学的“阴阳、表里、寒热、虚实”覆盖在所谓的量子、空间子、时间子、质点、以太、太极子、炁子、旋子、细胞、原子、分子、部分子、瞬子、轴子、弦子等各类名称粒子的东西之上,使“点内空间”和“自手术”自组织程序,能有效地植入?

有意思的是,芝诺悖论提供了一种反常识的怪论,也许能帮助创造一种奇迹:让毕达哥拉斯学派把图形与数紧密结合的谋图及其现代继承者,再次出现切口。因为古希腊时代,正是毕达哥拉斯把自由的科学形式赋予几何学,用纯粹抽象的形相来考虑它的原理,并研究具有非物质的、理性的观点的定理,从而改造了几何学;在他们找到了无理数的实质的理论,并认识已发现了宇宙图象结构的顶盛时期,出现的芝诺悖论。这个悖论,涉及对空间的点的定义的争论。

因为过去希腊人一直认为点是位置的单元,所以由有限点组成的任何长度都可以通约,也就是可以找到某个最小的长度基元。但如果认为点没有大小,又为何可以认为长度是由有限个点组成的呢?于是巴门尼德与芝诺等人担忧,数学作为一门精确科学是否还有可能?即把时空作为点的堆集的这种关于宇宙和谐性的空间基础研究出现的危机,导致了毕达哥拉斯学派的瓦解。下面我们将探讨芝诺悖论对现代科学的冲击。

## 二、杜国平探析潜无穷和实无穷

南京大学现代逻辑与逻辑应用研究所的杜国平教授也认为:“没有任何问题能像无穷那样如此深刻地影响人类的精神——任何一个问题都不曾如此有效地激励人们的心智;也没有任何概念比无穷更需要澄清”——约公元前611-546年米利都学派的阿那克西曼德就说:“任何东西,如果不是本原,就是来自本原;然而无限者没有本原,因为说无限者有本原就等于说它有限。它作为本原,是不生不灭的。凡是产生出来的东西,都要达到一个终点,然而有终点就是有限。所以说,无限者没有本原,它本身就是别的东西的本原,包罗一切,支配一切。”但我们却认为,作为虚拟世界,可以化简为一种数字化生存,而且数联系信息传输也是一种数字化生存。

化简的数字,在数轴上是一些点。从应行仁教授谈芝诺悖论困扰现状,到杜国平教授探析潜无穷和实无穷,都没有正面回答为什么到现在,很多人还以为“点”无奇特可言?因为如果人们对“点”的认识不清,那么要揭示芝诺悖论、实无穷、潜无穷、极限等难题,就是一句空话。其实数学的点,已经是一个高度组织化了的点。

即使微分流形的概念和构造,也是从欧氏空间的概念和有关的构造脱胎而来的。

$n$  维欧氏空间是  $n$  维微分流形最简单的例子和模型。然而  $n$  维欧氏空间不能用直观的方法去建立，只能通过公理化的方式将它建立在  $n$  维向量空间及  $n$  维欧氏向量空间的基础上，这虽然可行，但却掩盖了它难以逃出沿点线面体发散的巢穴：

(1) 黎曼几何张量的突破仍是从点体出发的流动，而没有产生向物体内部作运动的反向思维；

(2) 向物体内部作运动的想法来自物质无限可分的观念，然而一般的物质无限可分说，也类似黎曼采用旧的点体观，即它是把物质分成类似无限个更小的球面，而没有产生“自手术”的向物质内部作孔穿过的想法；

(3) 传统数学中运用的环面，无三旋。遇到类似地球磁场兼有环面问题，也仅是从一般的整体直观外表去认识，没有看到宏观物体虽类似不能穿过地球，但从微观来说，如磁场磁力线，仍可以从北极出南极进作运动；这就构成了一个从球面转变到环面“变脸”的自手术的整体运动。

(4) 所谓“圆点哲学”、“圆圈哲学”，也主要是指事物由旋转运动而形成的完美曲线和球形态。例如它所讲的自旋、循环、周期、整体、大小、层次、无限律、同构律、变化律、全息律、和谐律、均衡律、交换律、逆向律、双旋律、因果律、宏观宇宙之圆、中观万物之圆、微观世界之圆、人体结构之圆、人生环形跑道之圆、社会及发展回旋破圆和求圆之圆、人思维螺旋辩证之圆、自然之圆、人工之圆、限度之圆、非圆之圆、误区之圆、美学之圆、分合之圆、全球之圆、统一之圆、包容之圆、系统之圆、圆满之圆、实圆生复圆、圆旋弦实旋生复旋、旋|非旋亦此亦彼，等等，都是主要以球面的自旋、循环、周期之圆取象为中心的，没有更多地考虑自手术式的类圈体的三旋规律；

(5) 如果把趋于无穷小的点以圈态三旋取象，微积分的求和，不作必要的规定是困难的。如此等等，使一些著名的疑难问题饶有兴趣。

(6) 例如有人说，一切斥力、引力都是由于物质的旋转所形成的。道理是，一个球体只要让它旋转起来，在赤道处会产生斥力，由赤道向两极引力开始逐渐增大。如地球有引力，便是来自于它的自转带动了周边气体等微小物质，这些物质在地球周围都是由赤道向两极中心旋转。人站在赤道上应该被排斥而并没有被吹起来，是因为太阳同时也给了地球一个很大的压力。其次太阳也在旋转，那比地球的力场要大得多；还有银河力场会更大。这些力场都在首先压向地球赤道，在赤道上旋转起来；在力场相互对接之后，剩余的力，就是旋转的空间粒子，都会旋回它们自身。地球相比太阳银河来说要小得多，它在赤道的斥力全部被压制，这也就是为什么从赤道向两极重力逐渐增大的原因。

电子周围的磁场也是如此。由于电子自旋速度极高，转速越快力场也就越强。无论任何物质，只要放在某个地方就会受到周边粒子甚至是像辐射这样的能量的撞击，它们会填满周边任何空隙，电子自旋它们便会跟着旋转起来，由此产生了磁场。电子绕核旋转与地球绕太阳旋转稍有不同，它本身应该像太阳一样有一个固定的自转、公转轴，但由于和地球相比它太小了。空间粒子对它来说已经很大了，这些粒子不停的和电子碰撞，它是稳定不下来的。这里面还有原子核的作用，空间粒子也会作用在原子核上，核本身并不稳定，振幅也会很大。当质子和中子相遇时，它们彼此都是高速旋转，自身有很强力场，彼此相互吸引。引力比斥力大，可能是表面比较平整，它受的力场更多，宇宙、银河、太阳、地球到电子等微小物质，都会对它施加力，但斥力仍不能为零。弱力可能是由于粒子数差别较大，或是旋转力等很多方面不同，一个粒团把另一个粒团撞碎了，而碎裂的粒团已不是一个整体，迟早要瓦解。以上都可看成没有点内空间概念。

这里有人问：如果力起源于旋转，可否根据一圆一方，圆即方，方即圆；圆非圆，圆可代表一组波幅按指数增大的电磁波；三旋非三旋，亦非弦；旋弦非形非质，亦形亦质等力的碰撞截面图，测定其表面积、表面平整度、旋转速度、传递力场粒子的密度，而快速测出是何种粒子、粒团？但这里也涉及无穷或极限实无穷、潜无穷等问题。

杜国平教授说：人们对于无穷的认识基本上可以分为两种，一种是潜无穷，一种是实无穷；德谟克里特认为原子是无穷小完成了的无穷小，因为原子本身是不能再分的。这就是一种实无穷的观点。柏拉图也是实无穷论者。第一次明确区分潜无穷和实无穷的是亚里士多德。他认为只有潜无穷，而没有实无穷。无穷只能是一种潜在的存在，而不能是一种实在的存在。他不同意柏拉图的实无穷而坚持彻底的潜无穷观点。自此以后，两种无穷观此消彼长直至今日。我国古代也同样分为潜无穷和实无穷两种。先秦典籍《尚书》中有无穷一词：“公其惟时成周，建无穷之基，亦有无穷之闻。”

惠施的《历物十事》也提出著名的：“至大无外，谓之大一；至小无内，谓之小一。”这是历史上第一次指向探讨“点内空间”。杜国平说，同一时期提出的“辩者二十一事”命题，其中有一个命题就为“一尺之捶，日取其半，万世不竭”，这里显然包含了典型的潜无穷思想。将无穷引入了数学，晋代数学家刘徽提出，使用内接正多边形(正多边形)来求圆的面积，其中的“割之弥细，所失弥少，割之又割”，“以至于不可割，则与圆周合体而无所失矣”，则显然也包含了潜无穷和实无穷思想。但中国古代的学者没有像古希腊学者那样直接地将无穷、潜无

穷和实无穷作为自己的研究对象。

原因之一就是没有像阿基里斯永远追不上龟这种芝诺悖论具有的普及性和传播性；即使至欧几里德对无穷采取笼统的排斥态度，但到 15 世纪随着文艺复兴，无穷又重新引起人们的重视。如开普勒成功地使用无穷小量分析方法，求得一些曲面体的体积。牛顿和莱布尼茨使用无穷小分析方法，各自独立地提出了微积分理论。这一时期的数学家基本上都是实无穷论者。随着微积分在实践和工程上所获得的成功，实无穷占据了主导地位。但是无穷小量毕竟不是 0，著名的贝克莱悖论使得这一矛盾更加激化，导致第二次数学危机对于微积分的理论基础的建构显得更加迫切。到 19 世纪柯西和魏尔斯特拉斯的极限理论，贯彻的彻底的潜无穷观点给微积分增强的严格的理论基础，使潜无穷又逐渐取代了实无穷的优势地位。19 世纪末 20 世纪初康托尔是个彻底的实无穷论者，他建立的无穷集合的理论被看作是一个完成了的实体，为希尔伯特等众多数学家所接受，成为数学的一个基础理论。但也产生了不同的流派，如集合论悖论导致的第三次数学危机，直觉主义派坚持潜无穷，公理集合论派坚持实无穷，众多数学家则摇摆不定。

杜国平教授例举鲁宾逊，说他就是这类无奈。原因是 1964 年鲁宾逊提出两个主要原则：(1)无穷集合不论在实际上或理论上都不存在，或关于无穷集合的任何陈述或大意陈述，在字面上都简直无意义。(2)但是我们还应该如通常那样去从事数学活动，还是应该把无穷集合，当作似乎是真实存在的那样。对此杜国平对潜无穷、实无穷基本内涵及其相互关系的探析是：实无穷论者认为，无穷是一个现实的、完成的、存在的整体。潜无穷论者认为，无穷并不是已完成的，而是就其发展来说是无穷的，无穷只是潜在的。

如康托尔在《集合论基础》一书中指出：自然数序列 1, 2, 3, ... 是从 1 开始，通过相继加 1 而产生的。这种通过相继加 1 定义有序数的过程，被称为“第一生成原则”。将全体有穷整数集合称为第一数类，用(I)表示，显然其中无最大数。用一个新数  $\omega$  来表示它的自然顺序没有什么不当之处，这个新数  $\omega$  是紧跟在整个自然数序列之后的第一个数——第一个超穷数。这里的  $\omega$  是一个数，而不是微积分中的变量  $\infty$  (无穷大)。 $\omega$  是“实无穷”，而  $\infty$  只是“潜无穷”。从  $\omega$  出发，运用第一生成原则，可以得到一个超穷数序列： $\omega, \omega+1, \omega+2, \dots, \omega+v, \dots$ 。由自然数序列 1, 2, ...,  $v, \dots$ ，到上面这个超穷数序列，这一过程运用的是“第二生成原则”：给定任意实整数序列，如果其中无最大数，则可产生一个新数，它作为这个序列的极限，定义为大于此序列中所有数的一个后继。康托尔的无穷是分层次的，

一层上的无穷比其前一层上的无穷“更大”。例如所有几何曲线的数目比所有平面上点的数目大，而所有平面上点的数目又比所有整数的数目大。

希尔伯特认为：“在分析中，我们只是把无限大和无限小当作极限概念，当作某种正在到来、正在发生的东西来研究，即我们研究的是潜无限……或者当我们把一个区间的点看作同时存在的许多事物的总体时，这种无限性称为实无限性。”美国数学家丹奇克指出：“无穷的概念既不是实验的天然物，也不是逻辑的必然物；而是数学的必然物。我们对头脑的这种肯定也许是一种纯粹的幻想，然而它却是一种必要的幻想了。”以色列数学家马奥尔认为：“自然数 1, 2, 3, ... 的集合是潜无穷的，因为每一个自然数都有一个后继者，然而在计数过程的每一个阶段——无论这个阶段进展到何种程度，我们遇见的元素的数目仍然是有限的。从另一方面讲，实无穷涉及到的过程在每个阶段上已经得到了无穷多次重复。整数集在按照其‘自然’顺序：……, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ... 排列时，就包含一个实无穷集，因为在每一个阶段都已经有了无穷多个整数出现。”

俱往矣，还看量子中国经历各种复杂的如改革开放前以阶级斗争为纲、改革开放后以经济建设为中心的考验，在实、潜无穷物质与真空、思维与存在的实践总结中获前驱。

### 三、芝诺坐标解运动与界面之谜

大约在公元前 445 年，年近 65 岁的古希腊杰出思想家巴门尼德与年轻的苏格拉底发生了最为惊人的智力冲突。在今天看来，这些争论的焦点是：思维与存在、物质与真空存不存在界面？巴门尼德认为：如果不存在界面，即物质世界是整体式的，现实是一个没有变化的统一体，那么运动尤其是不可能的。言下之意，巴门尼德赞成常识内的事物是有界面的。但反对的人很多。芝诺为支持他的老师巴门尼德，设计了几个强有力的混淆常识领域里的运动与界面的悖论参加辩论，希腊神话中的飞毛腿阿基里斯追不上龟的悖论就是其中之一。

芝诺是这样论证的：在赛跑的时候，跑得最快的永远追不上跑得最慢的，因为追者首先必须达到被追者的出发点，这样，那个跑得慢的必定总是领先一段路。这里芝诺故意留下陷阱：不提无穷小的差距能否合成一段有限的距离，让人往里跳；而把真实的意图即思维与存在、物质与真空存在界面隐藏起来。

两千多年以来，芝诺悖论诱发了无数场直接的论战，众多试图驳斥芝诺的数学家和哲学家无一不掉进他的陷阱：即认为是解决运动从本质上说是不能发生的问题，而停留在对无穷小的距离或时间作求和极限的数学分析上。但意犹未尽的人却认为，

这种数学分析还不完备。因为芝诺悖论的关键是思维与存在、物质与真空存在界面，而不是运动的本质是不可能发生或不能结束。因为在宏观世界上任何一个有理智的正常人，即使连算术也不懂，也熟悉运动的发生与停止，跑得最快的人一定能追上跑得最慢的龟，难道有高深智慧的巴门尼德和芝诺不明白？

所谓人追上龟，是指人与乌龟接触的那一刻，因此只要人与乌龟之间的差距小于乌龟或人体的尺寸，这就是一个界面。小于这个尺寸，不能把赛跑的龟分了还看成龟，也不能把赛跑的人分了还看成是人。即在小于这个界面内，既不能藏下一只龟，也不能藏下一个人，除非有往点内穿的本领。这是一个跨界问题。如果承认有这种跨界，就是承认有芝诺悖论反驳的一面：物质世界是整体式的，现实是一个没有变化的统一体。但宏观世界的真实情况不是这样，即没有超界的高能，真空是不易撕裂的。在小于乌龟或人体的尺寸下，乌龟或人的身体总有一部分要露在这个界面外，因此人与龟的身体必然会接触，即人能追上龟，芝诺悖论不成立。

### 1、芝诺坐标系与复合时空论

要说明众多对芝诺悖论的解答不完备，需要建立芝诺坐标系。用 X 轴代表物质与真空，用 Y 轴代表思维与存在，作成平面直角坐标系，定交点为 O，箭头一边为正，另一边为负。正的表示不需要意会理解的思维与存在、物质与真空，负的需要意会理解的思维与存在、物质与真空。如此构成的坐标系把万事万物分成了四个象限。

第 I 象限属于自然界、宇宙以及人类社会不需要意会理解的事物，包括爱因斯坦的相对论真空。第 II 象限描述了镜像、梦幻一类的反映，以及部分的大脑贮存、书画贮存、音像贮存，电脑中的虚拟生存。镜像、梦境似乎可视可听，是不需要意会理解的思维与存在，但它们显现的空间是虚的、模糊的，是一些需要意会理解的物质与真空。类此，还有不能重复验证的 UFO、特异功能等类报告。第 III 象限的东西，不论思维与存在还是物质与真空，都需要用意会才能理解。如无穷小量，类似于将小数散布到整数之间，只要你能想象着写出来，它就始终比零大，而比一个任意数小。无穷小量事实上的确存在并不是直接表明的，在研究它们的过程中，不仅产生了数学上的内部集合论，模糊数轴理论，而且产生了物理学上的弦论，即物质分到  $10^{-35}$  米的线度，粒子并不是一个无维的点，而是一条长度不大于  $10^{-35}$  米的细线或微小圈。第 IV 象限的真空场及真空效应，不同于第 I 象限的相对论真空，而具有量子论的特色，即真空空间并不是完全空的，它充满着小的量子起伏。这些起伏可以看成是波，即是物理场内的波动。这些波具有所有的可能的波长并

且在所有方向上运动。我们不能检测出这些波，因为它们只是短暂地存在并且是很微小。这种真空效应是实在的，但也是需要意会才能理解的思维与存在。

上面就是芝诺坐标系。运动在它的四个象限内是不平权的，即存在反常和宇称的不同。芝诺坐标系存不存在？它与现实有没有联系呢？可以说，有许多热点、难点的科学、哲学争论，都间接与此有联系。例如中国科学院院士何祚庥与天津大学教授崔君达关于复合时空的论战，就是典型的一例。在这场争论中，

崔君达虽然用数学分析得出四个象限，但也把运动在四个象限中的芝诺坐标界面舍去了，从而得出第 I 象限中的夸克和其它象限中的夸克无差别，而一同泼掉，这是何祚庥所反对的。当然崔君达也正确地指出何祚庥所坚持的那种没有变化的无限可分式的统一体的层子是不存在的。

### 2、模糊数轴与内部集合论

模糊数轴理论发现了芝诺悖论阿基里斯追不上龟中隐含的“数锥”，并揭示出芝诺悖论孕育着的“数环”和“数旋”思想。无穷小量的倒数是无界数，因为一个无穷小量非常小，其倒数将会非常大，因此有无穷大的性质。但无界数尽管大，它是有限的，因而比数学中产生的真正无限的数小。这些无界数存在于一种介于普通的有限标准数和无限标准数之间的过渡区中。有意思的是，如果用模糊集合理论研究这种数目的无穷大，可以说它们也是一种特别的模糊集合。模糊数轴正是把这些“无穷大”、“无穷小”问题揽到一起来解决。例如即使认为宇宙是无穷大。那么宇宙的境界也是处在模糊数轴集的模糊带或模糊圈之中，在此基础上形成了模糊宇宙学的概念。

在对芝诺悖论的驳斥中有一种方法叫内部集合论，是美国数学家鲁滨逊提出的一种实践拓扑学的非标准分析法。鲁滨逊说：实数可以用一条被称为实线的直线上的点表示，它由整数（正整数和负整数）、有理数（能够表为分数的数）和无理数（不能表为分数的数）等三类标准数组成，而与它们相联系的无穷小量则称为非标准数。这为无穷小在数学上取得了一定的地位。因为 19 世纪的数学家们为无穷小发明了一种技术替代法，即所谓的极限理论；该理论是如此周全，众多研究者都能把无穷小从芝诺悖论中驱逐出去。与极限理论不同，鲁滨逊认为无穷小为运动的细节提供了细微的观察。他的非标准分析法不是把无穷小驱逐出去，而是把人的观察责任驱逐出去。这与我们对芝诺悖论要划清运动与界面的看法是接近的。而鲁滨逊建立的实践拓扑学也与模糊数轴相一致。

因为鲁滨逊认为无穷小非标准数比任何正标

准数小而比零大，模糊数轴上聚集在整数周围的混合非标准数，是标准数加减无穷小量得来的。模糊数轴上，每一个标准数周围都聚集着这样的混合标准邻居。两个名数之间的算数差必然是名数，因而也是标准数。如果这一差值是无穷小，就违反了无穷小比所有标准数小这一定义。

这一事实的结论是，一个无穷小间距的两个端点不能用名数来表示，因此一个无穷小的间距永远都不能通过测量来获得，无穷小永远都停留在观察范围之外。在时间方面也如此，尽管我们能够把一个标准数表示至小数点后任何有限的位数并利用这一近似值作为一个测量标记，但我们不能接近这个展开小数的无界尾去改变一个数字而定义出非标准的无穷小地接近的邻近值。作为测量标记，只有标准名数才是有效的，利用它们的非标准邻近值用作测量是虚幻的。

### 3、微积分与不可积因子

微积分虽与无穷小有联系，但注意的重点，微分在于求两个无穷小量之比的极限，积分在于求无穷小量总和的极限，这两者后来都容易使人忽视微分对运动界面变化的揭示。例如，设  $M_0$  是曲线  $L$  上的一个定点， $M_1$  是动点，引割线，当点  $M_1$  沿曲线  $L$  趋近  $M_0$  时，割线  $M_0M_1$  的极限位置  $M_0T$  就成曲线  $L$  在点  $M_0$  处的切线。无穷小量使曲线变成了切线，这个界面的变化，即路程在时间的无穷小分割中变成了速度界面，速度在时间的无穷小分割中变成了加速度界面，这是多么不同寻常的深刻变化。

其次，微积分求解都要求函数反映的曲线是连续的和光滑的，但其实在微观领域的观察，曲线并不是那么光滑和连续。韦尔的统一场论研究表明，在无穷小的空间，存在不可积因子。他指出：一个真正的无穷小几何必须只承认一个长度从一点到与它无限靠近的另一点转移的这一原则。这就禁止我们假定在一段有限的距离内，长度从一点转移到另一点的问题是可积的，尤其是当方向的转移问题早已证明是不可积时更不能这样假定。这样，不可积标量因子的想法便产生了，电磁势  $A_i$  也由此产生，于是韦尔的理论可以把电磁学在概念上纳入一个不可积标量因子的几何想法之中。

我们从麦克斯韦的电磁场理论可以知道：变化的磁场产生电场，变化的电场产生磁场，变化的电场和磁场总是相互联系，形成一个不可分离的统一场。这同模糊数轴的无穷小量数环、数旋现象是多么相似。

### 4、大脑实验与思维这把刀子

芝诺坐标不同于平面对顶角。对顶角是平面上两条直线相交，继续延伸过去形成的两个相等的角，因此对顶角是平权的。芝诺坐标则是点外与点内的

对顶角，即两条直线相交，延伸的不是平权的空间，而是向交点内的“空间”，这只能用意会来理解。如果把把这个模式拿到现实生活中去寻找，会很自然地同大脑联系起来。把视角看成从一点出发引申的两条直线。视线向相反的方向的延伸，不伸向脑外而是脑内，即是向“点”内的延伸，这叫做大脑贮存。大脑贮存不仅是现实物质的储存，而且还是一部分负物质、负空间、负量子在我们宇宙中的一种贮存。例如做梦，有时能看到活生生的人、树，有活动空间，难道这不是一种真实思维的负物质、负空间、量子量的贮存吗？

其次，这种芝诺坐标与崔君达的复合时空坐标也不同。崔君达是把芝诺坐标的四个象限再分成四个平权的直角坐标，这样一个时空变成了 16 个象限（ $4 \times 4$ ），这里思维与存在、物质与真空是被绝对地分开了。事实并非如此，例如正常人能直观理解的物质与真空普遍存在于现实世界，它们既能存在于同一个象限，即第 I 象限，又能反映到其它三个象限，但其它三个象限不一定能有这种平权，这是芝诺坐标的人择原理。例如点内的空间，比如大脑做的梦境，它不可再分成四个象限，而与现实的对应物没有交叉。因此即使数学逻辑能推证出 16 个象限，而这里的数学逻辑也仅是芝诺坐标第 II 象限的反映反复，并没有走出第 II 象限，正像层子模型没有走出第 II 象限一样。但人类科学理论反映上的困难，并不是自然界的困难。高能实验在发展，真实的夸克在反映。

现在可以来总结芝诺悖论了：在芝诺坐标的第 I 象限，阿基里斯和乌电是可观察可直接测量的宏观尺寸量，速度有差异的赛跑，身体能接触，芝诺悖论不成立。如果阿基里斯和乌龟是不可观测的小量，它们就可能处于第 III 象限，这有两种处理：一是极限分析无穷小量求和有限极，芝诺悖论不能成立；二是无穷小量的内集论分析，不能测量标记的无穷小量被排除在可观察责任之外，芝诺悖论难以判断。芝诺悖论是以书面知识存在于第 II 象限，实际已存在两千多年了。芝诺为这种存在作的类似惯性定律式的辩护：运动不可能发生或结束的哲理，有可能存在于第 IV 象限的真空效应中：真空中的量子起伏，遵循海森伯测不准原理，运动似有似无。并且真空中的高能粒子碰撞实验也说明，有时粒子越分，质量愈大，数目会越多，这是与人们常识相左的地方。

芝诺坐标是一把思维刀子，它支撑着大脑实验。思维这把刀子有时比真实的刀子更厉害。例如铁刀子虽可以劈开木材，高能加速器这把“刀子”虽可以把强子粉碎，但它们都还对轻子没有办法。然而思维这把刀子却可以把轻子“剖开”，研究它们的前夸克结构。



芝诺坐标揭示了芝诺悖论进攻的是人们对思维与存在、物质与真空的局限性，这有助于打磨人类思维的这把刀子，并将大大推进当今科学与哲学的发展。即芝诺悖论的价值在于促进人们思考。它的解决带来了从三角坐标、极坐标到芝诺坐标、三旋坐标观念上的突破和新理论的建立。三角坐标、极坐标把阿基里斯与乌龟的距离除这两者的速度差，算出了什么时候阿基里斯追上乌龟，但这不叫破解悖论。三角坐标、极坐标计算与推理相矛盾的常识是对的，但矛盾依然存在。面对悖论的逻辑推理，不用芝诺坐标、三旋坐标的答案来说明，推理难破解其层次的荒谬。亚里士多德的解释是这样，阿基米德的说明是这样，柯西的答案是这样，只是给出了悖论常识一方可能被超越时的边界数值，而没有跨过这永远不会为零的间隙。应行仁和杜国平两教授所谓这要涉及到数学上实无穷和潜无穷的哲学争论，实际也没有破解其层次的荒谬。

#### 四、非标准分析推陈出点内空间

倒是美国数学家 1960 年鲁滨逊提出的非标准分析，与进入“点内”空间的假设接近。例如，“点内”是环面并存在三旋，如果事物运动因不作“大数因子”限定而能“进入”点内，那么像飞毛腿阿基里斯追不上龟、苹果落不到地、箭飞离不远弓多少之类的悖论是可能成立的。证明如下：这些东西运动大小事先没有“大数因子”限定，即这些东西在流逝中如果能变小进入点内，点内如果又存在环面，由于环面不同伦于球面，就不会出现像球面上圆心与球心重合的那些圆的“直线”虽然最长，以及这些直线即使出发时似乎是平行的，但是也要相交。并且相交，还不是一点而是两点的情况，即只要运动在球面，芝诺悖论不成立。但是如果是在环面上，因为圆线可以变为扭状，其平行线可以象一组互相环绕的圆以扭转的形式位于一层环面上，芝诺悖论可以成立。

1、这就是说，由于环面存在三旋，那么进入这种“点内”的龟、阿基里斯、苹果、火箭等这些东西，就有可能好似永远停留在“点内”的环面上，并且由于阿基里斯跟龟进入点内的时间有差别，还会有相位的不同。即在环面上赛跑的轨道还会是两条平行的直线，而不是在一条直线上。由此不管阿基里斯与龟的赛跑的速度差别多大，即使在环圈体的同一层环面上，运动也难在同一点相交。证毕。

但是两千多年，不管是平常人还是数学家、哲学家，很多人都掉进了芝诺与其老师巴门尼德设置的这个陷阱里，因为他们辩驳芝诺悖论使用的武器，只能用如常识性观察的无穷小极限求和之类的公式，这不显得太粗糙了？他们低估了这两位古哲人的智力。如果芝诺他们连常识性的知识都分不清，怎能提出一系列有相同数学背景的悖论命题。

2、美国数学家鲁滨逊 1960 年创立非标准分析时，使用与进入“点内”空间的假设接近的办法，使非标准分析产生出既联系又有区别于标准分析的意思。因为标准分析是指柯西等人用极限方法建立起来的微积分理论。微积分同微分几何一样，强调函数的光滑和连续，但鲁滨逊看到：狭义相对论实验证明的光速不变，实际表明的是是一条光线从宏观来看是连续的，即光轴不仅连续而且均匀；但从光的电磁理论上思维，光波是电磁波，而电磁波是由变化的电场圈态与变化的磁场圈态交替产生的，即从微观上看，光轴不仅不连续，而且不均匀。这反映在数字流形上，那么标准分析称的实数集合研究的有理数和无理数的集合，是指实数与直线上的点一一对应，实数的集合能是连续的吗？

因此鲁滨逊创立的非标准分析才认为：除实数之外，还应引进新的无限小量和无限大量，统称为超实数。超实数集合用 ${}^*R$ 表示。从宏观上看 ${}^*R$ 的数轴与数轴 $R$ 一样，但从微观上看并不相同。在超实数轴上的每一点内，有许多非标准实数。这些非标准实数彼此相差无限小，形成一个有内部结构的点，这称为“单子”。每个单子只有一个标准实数。从标准实数来看，点与点是连续的；然而从点有内部结构来看，点与点又是间断的，超实数轴 ${}^*R$ 正是连续与间断的对立统一。

看来鲁滨逊已经走到了“大数因子”的门口，但他转向了。因为他只看到了“点内”是一些球面的景象，是球面的间断与连续，而没有看到还有圈态三旋的连续与间断，这本来在电磁波传播分析中的三旋场变换就已经充分地表现出来了。当然，在“点内”，是既可以存在环面又可以存在球面的，有时仅是人的选择的不同而矣。

鲁滨逊的不足，因非标准分析，解决只是微积分学中求导、求和问题。但拓扑学中的约当定理，已证明在某些方面平面与球面等价，而与环面相区别。微分只因采用球面更方便而已，如求函数 $f(x)$ 在 $D$ 点的导数，按照标准分析在曲线 $f(x)$ 上求 $D$ 点的导数，指的是要求动点无限趋近于零但又不能等零；作微分三角形 $\triangle ABD$ 只能是近似的：在点以外要把弦与弧等同起来，在直觉上是想不通的；但在非标准分析中，允许动点 $A$ 进入 $D$ 点内，取 $D$ 点“放大”的情况看，微分三角形 $\triangle A'B'D'$ 比 $D$ 点还要小，设 $\triangle A'B'D'$ 是点内三角形，因而在点内把弦与弧等同起来，在直觉上是可以想象的。

但具体在哪些情况下，点外的事物能够进入“点内”，上面非标准分析仅是从微分求导上作了说明。遇到芝诺悖论一类的问题，它虽然比微积分极限求导、求和说得更在理，但它的内集论也仅是排除了人的观察责任的论证，这更证明非标准分析的内点奇景也是以球面取象；这种球面取象的结果当

然也同微积分求导和的结论一致：芝诺悖论不成立。因为球面上的两条大圆直线平行，仍然会在极轴两端相交，因此即使进入点内，飞毛腿阿基里斯也必然遇到龟。非标准分析排除人的观察责任，只是它的高明之处。

例如鲁宾逊允许动点进入点内的非标准分析，为无穷小运动的细节提供了细微的观察。因为在非标准分析的超实数轴 $\ast R$ 上，实数点由整数、有理数和无理数等三类标准数组成，而与它们相联系的无穷小量则称为非标准数。无穷小非标准数比任何正标准数小而比零大，每一个标准数周围都凝聚着这样的混合标准邻居。另外，表示成 $n$ 和 $n+1$ 的无界非标准数，则是无穷小量的倒数，因为一个无穷小量非常小，其倒数将会非常大。但无界数尽管大，但它是有限的，即每一个无界数都比标准数大，而比无限实数小。

这样非标准分析不是把无穷小驱逐出去，而是为把人的观察责任驱逐出去作了准备：两个名数之间的算数差必然是名数，因而也是标准数。如果这一差值是无穷小，就违反了无穷小比所有标准数小这一意义。这一事实的结论是，一个无穷小间距的两个端点不能用名数来表示，因此一个无穷小的间距永远都不能通过测量来获得，无穷小永远都停留在观察范围之外，即无论是芝诺还是其他任何人，都将无法用图表示出一个移动的目标，在这一难以接近的区域内的进展情况。这样，我们就不必对解释我们无法观察的情况负责。这里有三层意思：A、从无法观察或无法测量判断，排除物体可以随便改变形状大小进入点内的可能；B、进入点内的无穷小，不会移动超出临近的实数；C、如果非标准分析的内点奇景不仅有球面，还有环面，那么芝诺悖论也不能成立。

3、狄拉克的“大数之谜”提示的是：我们人以及世间的事物，已经进入“点内”式的宇宙。即这个点，在量子力学方面是以无量纲大数 $10^{39}$ 为特征的宇宙。这是芝诺悖论证明的界面：如果龟相对阿基里斯的线度趋近于无穷小数，即“大数”之倒数，龟变得有如中微子那么小，龟就有可能进入地球这个“点内”，消失得无影无踪，飞毛腿阿基里斯当然就追不上了。这就是“大数因子”生出的多样性；也是“大数因子”对局域性与全域性之间的不协调问题，提供的理解。因为在“大数因子”的判定下，某个事物相较能进入“点内”，就类似意味着函数能发生一次可微或可导，方向也会产生转折。

4、我们说阿基里斯与乌龟悖论难不住希格斯场，因为高端希格斯场物理方程也要求是可微或可导的，这类似进入希格斯场也要进入“点内”，由此质量生成的模糊圈态可用模糊集理论直观证明：用一个数（隶属度）来表示某个元素对集的关系，这

个数可以在0（即0%）到1（即100%）间取值，这就是隶属函数。如“年轻人”这类不能成为集的概念，利用隶属函数就能取得合法的身份，变成为新意义下的“集”。但这种集的边界是不清晰的，所以叫它“模糊集”。有了模糊集的隶属度概念，就能举一反三建构模糊数轴，并能用来研究无穷小量。例如有的分数能化成循环小数或不循环小数，即它们的小数点后面的位数可以无限延长下去，无穷小量与此类似。也就是说这些数的尾数边界是模糊的，但如果把隶属度看成是小数点后第 $n$ 位，这一定下来它们的集就能取得一个确定的值。即模糊数轴的隶属函数是两个定数之间的集合，反映出一种陷落或数锥式的运动，这是不同于现代模糊数学之处。

例如，如果规定实数是在一根直线上，虚数是在直线外，那么从0.9, 0.99, 0.999……以及1.01, 1.001, 1.0001……这种从两端向中间无限陷落而不可接近或离开1的集合状态，可以理解为整数既是奇点又具有奇环性或数旋性，它周围存在陷落。这种陷落靠模糊数轴实数集和虚数集联系起来，从而使我们的数轴变活了。联系希格斯质量，也变成了一种量子整数线旋圈态，模糊地可感觉到它有粗度、在转动，显现出鲜明的层次与阶段之分。即整数点到粒子的自然意义，实际是空间量子圈态线旋的奇环性表现。

以上模糊数轴的分析除直线上的数是实数外，也说在它的陷落周围还存在虚数，构成了整数连续与分立之间的链状统一。反过来看质量空间，过去通常是用没有去联系普通点和这种点组成的直线坐标描述。即使1920年韦尔用微分对空间作规范场分析时，也采用是这种普通数轴而不是模糊数轴，所以他没觉察出会有虚数项。但后来杨振宁教授沿规范场分析，用相位因子补上这个虚数项，即方程差了一个 $i$ ，即 $-1$ 的平方根。

5、类此，量子质量除实数外也可存在虚数。于是我们又可以说，希格斯类似鲁宾逊走到了“芝诺坐标”的门口，他看到了“点内”空间。我们还可以说，不局限自然科学的物质，从思维科学角度来考虑“物质”。这正是我们中国人喜欢把“质量”泛化的方式。是否可以用自然科学评价“物质”的质量来评价社会科学“做事”的质量？

众所周知，希格斯场只是用来说明基本粒子“质量”起源的理论，是把基本粒子在希格斯场遇到的“阻力”的大小，来等价于该物质的“质量”的。这里的“阻力”既有希格斯场的原因，也有物质自身的原因。从自然科学的物质的“质量”来说，从牛顿开始，是与“力”、动量、能量相关。那么“质量”泛化能类比希格斯场吗？能。

因为“阻力”也是“力”的一部分。不管是“斥力”还是“引力”，都是克服“阻力”，所以泛化质



量类似计量“斥力”还是“引力”，也有类似在希格斯场里的“阻力”。不管是成功还是失败的“做事”，也是类似克服“阻力”或被“阻力”拦住的结果。如果希格斯场已经被扩容为“芝诺坐标”，可知更难不住对“质量”泛化的破解。反之，自然阿基里斯与乌龟的悖论已包括在其中了。

#### 参考文献

- [1][美]布赖斯·格林，宇宙的结构，湖南科技出版社，刘茗引译，2012年4月；
- [2]王德奎，三旋理论初探，四川科学技术出版社，2002年5月；
- [3]孔少峰、王德奎，求衡论——庞加莱猜想应用，四川科学技术出版社，2007年9月；
- [4]王德奎，解读《时间简史》，天津古籍出版社，2003年9月；
- [5]陈超，量子引力研究简史，环球科学，2012年第7期；

- [6]杨振宁，韦尔对物理学的贡献，自然杂志，1986年第11期；
- [7][英]罗杰·彭罗斯，皇帝新脑，湖南科技出版社，许明贤等译，1995年10月；
- [8]王放、李后强，非线性人口学导论，四川大学出版社，1995年7月；
- [9]凯恩，超对称：当今物理学界的超级任务，汕头大学出版社，郭兆林等译，2004年1月；
- [10]刘月生、王德奎等，“信息范型与观控相对界”研究专集，河池学院学报2008年增刊第一期，2008年5月；
- [11][英]曼吉特·库马尔，量子理论——爱因斯坦与玻尔关于世界本质的伟大论战，重庆出版集团重庆出版社，包新周等译，2012年1月；
- [12][美]玛莎·葛森，完美的证明，北京理工大学出版社，胡秀国等译，2012年2月。

1/13/2013