对加速系物理学的再考察

谭天荣 青岛大学物理系青岛 266071

y-tx@163.com

内容提要：在相对论中，加速系的物理学方程由四维时空的曲线坐标给出，与黎曼几何无关。根据这一前提，找到了惯性力的协变规律；重新表述了“等效原理”；并展开了一个新的引力场论。此外，还在此基础上指出广义相对论的几个逻辑上的漏洞。[Academia Arena, 2010;2(9):59-68]. (ISSN 1553-992X).

关键词：曲线坐标；加速系；惯性力；爱因斯坦；等效原理；引力场论

1. 引言

在张量形式下，描写三维空间的曲线坐标的公式与描写四维时空的加速系（非惯性参照系）的公式是一样的。本文从这种相似性出发，考察了惯性力的协变性，并通过对等效原理的重新表述，展开了一种新的引力场论。

2. 曲线坐标与加速系

如果对三维空间取曲线坐标 x^1、x^2 和 x^3，则“矢径” $\mathbf{r}$ 表成 x^1、x^2 和 x^3 的函数：

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(x^1, x^2, x^3);$$

以弧长 s 为参变量，则任一曲线表成参变方程

$$x^1 = x^1(s), \quad x^2 = x^2(s), \quad x^3 = x^3(s);$$

把偏导符号 $\frac{\partial}{\partial x^\lambda}$ 略写成 ∇_λ；则曲线坐标的基矢表成

$$\mathbf{e}_\lambda = \nabla_\lambda \mathbf{r};$$

从而矢径的微分表成

$$d\mathbf{r} = \mathbf{e}_1 dx^1 + \mathbf{e}_2 dx^2 + \mathbf{e}_3 dx^3 = \mathbf{e}_\mu dx^\mu。$$

引进曲线坐标的“共变度规张量”

$$g_{\mu\nu} \equiv \mathbf{e}_\mu \cdot \mathbf{e}_\nu。$$

则有

$$ds^2 = d\mathbf{r} \cdot d\mathbf{r} = \mathbf{e}_\mu dx^\mu \cdot \mathbf{e}_\nu dx^\nu = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu。$$

曲线坐标的“逆变度规张量” $g^{\lambda\mu}$ 由方程组 $g^{\lambda\mu} g_{\mu\nu} = \delta^\lambda{}_\nu$ 定义，对于常用的球面坐标和柱面坐标，这两种度规张量都具有对角线的形式。

对于给定的μ和ν，用 $\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}$ 表示矢量 $\nabla_\nu \mathbf{e}_\mu$ 的坐标，则有

$$\nabla_\nu \mathbf{e}_\mu = \Gamma^\lambda{}_{\mu\nu} \mathbf{e}_\lambda。$$

对 $g_{\mu\nu} \equiv \mathbf{e}_\mu \cdot \mathbf{e}_\nu$ 两边求偏导 ∇_λ，并考虑到 $\Gamma_{\lambda\mu\nu} = g_{\lambda\rho}\Gamma^\rho{}_{\mu\nu}$，可得到

$$\nabla_\lambda g_{\mu\nu} = \Gamma_{\mu\lambda\nu} + \Gamma_{\nu\lambda\mu}。\tag{1}$$

根据基矢的定义，有

$$\nabla_\mu \mathbf{e}_\nu = \nabla_\nu \mathbf{e}_\mu。$$

从而

$$\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu} = \Gamma^\lambda{}_{\nu\mu}。\qquad (2)$$

(1)式与(2)式给出

$$\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g^{\lambda\rho}(\nabla_\mu g_{\nu\rho} + \nabla_\nu g_{\rho\mu} - \nabla_\rho g_{\mu\nu})。$$

该式把符号 $\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}$ 表成度规张量的偏导。

曲线的切线方向矢量是

$$\boldsymbol{\kappa} = \frac{d\mathbf{r}}{ds} = \mathbf{e}_\mu \frac{dx^\mu}{ds}。$$

对于直线，切线的方向矢量保持不变：$\frac{d\boldsymbol{\kappa}}{ds} = 0$，从而有

$$0 = \frac{d\boldsymbol{\kappa}}{ds} = \frac{d}{ds}(\mathbf{e}_\mu \frac{dx^\mu}{ds}) = \mathbf{e}_\lambda(\frac{d^2x^\lambda}{ds^2} + \Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{ds}\frac{dx^\nu}{ds})。$$

于是在给定的曲线坐标中，一条直线满足微分方程

$$\frac{d^2x^\lambda}{ds^2} + \Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{ds}\frac{dx^\nu}{ds} = 0。$$

如果把上面的张量或符号中的指标加上一个时间坐标 x^0，并且用固有时τ的微分代替弧长的微分，则得到四维时空的曲线坐标的一组对应的公式。这组公式在形式上与三维空间的曲线坐标的公式完全一样，但表现着全新的内容。

另一方面，表现四维时空的曲线坐标特性的某些数学公式与黎曼几何的公式颇有一些相似，但其物理意义却迥然不同。例如，黎曼几何中关于曲率的论述在曲线坐标中完全没有意义。还有，在黎曼几何中的“短程线方程”

$$\frac{d^2x^\lambda}{d\tau^2} + \Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{d\tau}\frac{dx^\nu}{d\tau} = 0$$

对于四维时空的曲线坐标却是在加速系中的一个质点的等速直线运动方程。

下面，我们仅考察四维时空的曲线坐标问题。把上面一个质点的等速直线运动方程的两边乘以该质点的静止质量 m_0，再移项，得到

$$m_0\frac{d^2x^\lambda}{d\tau^2} = -m_0\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{d\tau}\frac{dx^\nu}{d\tau}。$$

令

$$K^\lambda \equiv -m_0\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{d\tau}\frac{dx^\nu}{d\tau},$$

则有

$$m_0\frac{d^2x^\lambda}{d\tau^2} = K^\lambda。$$

这个方程在形式上就是牛顿第二定律（相对论形式的牛顿第二定律，其中包括功率的表达式），其中 K^λ 则是“惯性力”的坐标。

所谓“惯性力”是为了使牛顿第二定律对于非惯性系（惯性参照系）也在形式上成立而虚拟出来的力，其形式多种多样，爱因斯坦曾经考察过如下最简单的例子：当升降机自由落下时，其中的乘客受一个惯性力，它的大小是乘客的质量 m，乘上重力加速度 g，其方向向上。

“太阳参照系”是一个比“地面”更精确的惯性系，其标架的“原点”是太阳的质心，“坐标轴”指向

三颗适当的恒星。对于这种参照系，地球是一个加速系。特别是由于地球的自转，地面上的物体受到一个颇为复杂的惯性力，其中的一个称为“克莱奥里力”的分量不仅有赖于物体的位置，而且还依赖于物体的速度，在这一点上，这个分量有点像磁力。

还可以考虑其它类型的“参照系”。例如，在童话电影《格列佛游记》里，当主人翁进入大人国时，其身材变小，反之，当他进入小人国时，其身材变大，这种坐标尺度的放大与缩小的过程，也可以用一个四维时空的曲线坐标来描写，从而也给出一种“加速系”，也有其惯性力。

四维时空的曲线坐标还可以表现种种更加复杂的“参照系”，所有这些参照系都有对应的“惯性力”。

3. 惯性力的不变性

在这里，我们面临一个问题：“惯性力是不是矢量？”

有人会说：惯性力有大小有方向，当然是矢量。这个回答没错，但答非所问。

在三维空间取直角坐标，矢径$\mathbf{r}$用三个坐标(x^1, x^2, x^3)表示，当直角坐标的标架有一个转动时，三维空间的基矢 $\mathbf{e}_\lambda$与矢径的坐标x^λ同时改变，但矢径本身

$$\mathbf{r} = x^\lambda \mathbf{e}_\lambda$$

却保持不变。在这种意义下，我们说该矢量的坐标是“协变的”。

只有对于加速系才会有惯性力，当一个加速系变换到另一个加速系时，基矢 $\mathbf{e}_\lambda$和惯性力的坐标 K^λ都会相应地改变。我们面临的问题是：在给定的参照系变换下，惯性力

$$\mathbf{K} = K^\lambda \mathbf{e}_\lambda$$

是不是保持不变？或者说，惯性力的坐标 K^λ是不是“协变”的？

让我们从一个例子开始：如果一个加速系ξ由一个（相对于惯性系）作等加速直线运动的刚性标架给出，其加速度为$\mathbf{a}$，则按照惯性力的定义，对于参照系ξ，一个质量为m的质点受到惯性力$-m\mathbf{a}$。同样，对于加速度为 $2\mathbf{a}$的另一参照系η，该质点所受的惯性力是$-2m\mathbf{a}$。可见从参照系ξ变换到参照系η时，该质点所受的惯性力改变了。这个例子表明，我们所考察的惯性力至少在给定的参照系变换下不能保持不变，从而其坐标不是“协变”的。那么，我们能不能因此得出“惯性力不是矢量”的结论呢？

我们不妨先考虑另一物理量：电磁场的强度。大家知道，电磁场的强度

$$\mathbf{F} = F^{\lambda\mu} \mathbf{e}_\lambda \mathbf{e}_\mu$$

是一个张量，它是不是对所有的参照系变换都保持不变呢？否！

对于相对论，一个四维时空的曲线坐标表示一个“参照系”，从而一个四维时空的曲线坐标的变换表示一个“参照系变换”；全体参照系变换组成一个“群”，记作“H 群”；通常说的“参照系变换群”是指这个群的一个“子群”。从一个惯性系变换到另一个惯性系的参照系变换称为“洛伦兹变换”，全体洛伦兹变换组成“洛伦兹变换群”，它也是 H 群的一个子群。

对于一个“非洛伦兹变换”（属于 H 群，但不属于“洛伦兹变换群”），电磁场的强度不能保持不变，从而其坐标在该变换下没有协变性。尽管如此，电磁场的强度仍然是一个张量。因为其坐标在洛伦兹变换下具有协变性。确切地说，它们对于“洛伦兹变换群”中的每一个变换都具有协变性。

在这里，我规定了一个用语：设 G 是一个“参照系变换群”，而某一符号对于变换群 G 中的每一个变换都具有协变性，则称该符号所表示的量为变换群 G 的“对象”。按照这一规定，电磁场强度是“洛伦兹变换群”的对象，正是在这种意义下电磁场强度是一个张量。

从这个例子我得出两个结论：

第一，虽然已经发现某一惯性力的坐标在某一参照系变换下没有协变性，但还不能因此就断定“惯性力不是矢量”。

第二，惯性力是矢量的充分必要条件是：对于每一个惯性力，总能找到一个以它为对象的参照系变换群。

按照这个条件，惯性力是不是矢量呢？是！

以爱因斯坦的自由下落的“升降机”为例，这是一个加速系，记作α，其中的一位乘客a感受到一个惯性力，记作K_α。再考虑一座相对地面作等速直线运动的大楼（据说，这是可以实现的），大楼里也有一个自由下落的“升降机β”，它也一个加速系。如果乘客a进入“升降机β”，他也会感受到一个惯性力K_β。如果K_β不同于K_α，则通过比较两个升降机的惯性力就能发现“地面”与“大楼”这两个惯性系不等价，这一结论违背相对性原理。可见相对论要求在这两个升降机中乘客a感受的惯性力是一样的，即$K_\beta = K_\alpha$。

设R是一个“非洛伦兹变换”，它把“地面”这一惯性系变到“升降机α”这一加速系。用R’表示R的逆变换，它把升降机变回地面；再设S是一个洛伦兹变换，它把“地面”变到“大楼”上；最后，“非洛伦兹变换”R再把作为惯性系的“大楼”变换到升降机β。于是，R’、S和R三个变换的合成变换RSR’给出从升降机α到升降机β的变换。我们上面的结论“$K_\beta = K_\alpha$”即“乘客a在这两个升降机中所感受的惯性力相同”表明：爱因斯坦所考察的惯性力对参照系变换RSR’保持不变。

一般地说，设 R’是非洛伦兹变换 R 的逆变换，而 S 是一个洛仑兹变换，则合成变换 RSR’也是一个参照系变换，我们称它为“准洛伦兹变换”，它把每一个加速系变换到另一个加速系。固定 R，当 S 遍历整个洛仑兹变换群时，RSR’形成一个参照系变换群，我们称它为“准洛伦兹变换群”，或更确切地称它为“由 R 生成的准洛伦兹变换群”。

任一加速系ξ对应一个非洛伦兹变换 R_ξ，它把一个惯性系变换到参照系ξ，而 R_ξ生成一个准洛伦兹变换群 G_ξ。因此，加速系ξ对应一个准洛伦兹变换群 G_ξ。按照定义，加速系ξ所对应的惯性力 $\mathbf{K}_\xi$是变换群 G_ξ的对象。正是在这种意义下，惯性力是矢量。

我们所考察的加速系ξ对应一个惯性力，其中的符号 $\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}$ 是惯性力的表达式中的一个因子，它表现一个力场的特征，我们称该力场为“惯性力场”。因此，加速系ξ还对应一个惯性力场。它也是变换群G_ξ的对象，从而也是一个张量，我们称它为“惯性力场（强度）张量”。还有，加速系ξ 的“度规张量”之所以是张量，也是因为它是变换群G_ξ的对象。

4. 加速系的物理学方程

现在，我们劈头遇到另一个问题：“对于加速系，相对论形式下的物理学方程表成什么形式？”

实际上，相对论刚刚建成，这个问题就已经摆在眼前。“时钟佯谬”的提出更显示这个问题的解决已经迫不及待。不幸的是，在过去的一个世纪里，这一领域中的物理学家们醉心于荒诞的“新颖观念”，耽误了这一问题的解决，以致今天我不得不把它当作新问题提出来。在这里，我先考察一个例子。

当一个带电 e 静止质量为 m_0 的点电荷置于电磁场 $F^{\lambda\mu}$中时，其运动方程是

$$m_0 \frac{d^2x^\lambda}{d\tau^2} = eF^{\lambda\mu}\frac{dx^\mu}{d\tau}\text{。} \tag{3}$$

在(3)式中，所有的物理量都是洛伦兹变换群的对象，而(3)式则表现了这些对象之间的关系，在这种意义下，(3)式是一个张量方程。

设有加速系ξ，其惯性力场是$\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}$，对应的准洛伦兹变换群是 G_ξ，则在这个参照系ξ中，(3)式转化为方程

$$m_0\frac{d^2x^\lambda}{d\tau^2} = eF^{\lambda\mu}\frac{dx^\mu}{d\tau} - m_0\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{d\tau}\frac{dx^\nu}{d\tau} 。 \tag{4}$$

在(4)式中，不仅$\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}$是变换群 G_ξ的对象，而且其他物理量（例如 $F^{\lambda\mu}$）也都是变换群 G_ξ的对象，从而(4)式作为变换群 G_ξ的诸对象之间的关系，仍然是一个张量方程，但与(3)式相比有了两点改变：第一，增添了一项惯性力；第二，张量的协变性改变了，从“洛伦兹协变性”变成“准洛伦兹协变性”。

大家知道，面对同一个问题，爱因斯坦给出了一个迥然不同的答案：主要的区别是，他用“广义协变性”取代“准洛伦兹协变性”来表现加速系的物理学方程的协变性。

为什么爱因斯坦没有找到“准洛伦兹协变性”呢？这与其说是一个“智力”问题倒不如说是一个“爱好”问题。爱因斯坦偏爱“新颖观念”，由于这种偏爱他建立了光子论；由于这种偏爱他试图建立“统一场论”；还是由于这种偏爱，在处理加速系的物理学问题时，他采用了严谨而又美丽的“黎曼几何”，从而引进了“弯曲时空”这一匪夷所思的观念。

从“洛伦兹协变性”到“准洛伦兹协变性”是一条循规蹈矩的思路；而从“洛伦兹协变性”到“广义协变性”则是一条天才的思路，一条打破常规、出奇制胜、独辟蹊径的思路。如果“以成败论英雄”，则爱因斯坦这条思路找对了。从 1919 年起爱因斯坦成了全世界家喻户晓的名人，有史以来，还没有第二个物理学家享受这样的殊荣。然而又有谁知道，物理学为此付出了怎样的代价！

人们都说，从“洛伦兹协变性”过渡到“广义协变性”是一次飞跃！不幸的是，这是一次灾难性的飞跃！怎见得？我们不妨举一个切近的例子。

根据定义，两个惯性系之间的变换是“洛伦兹变换”。但在自然界，没有绝对的惯性系。例如，地面的实验室就只是一个近似的惯性系，而对实验室作等速直线运动的参照系则是另一个近似的惯性系，这样两个“近似的惯性系”之间的变换也只能是“近似的洛伦兹变换”。当我们需要把近似程度提高一步时，就得用某一“非洛伦兹变换”来取代这个近似程度已经不够的“洛伦兹变换”。那么，这个“非洛伦兹变换”应该具有什么样的性质呢？

首先，和原来的洛伦兹变换相比，这个“非洛伦兹变换”只不过近似程度提高了一步，它与原来的洛伦兹变换应该足够接近。这就是说，它取代洛伦兹变换的改变应该是一种“连续的”改变；换句话说，在这里应该没有突变、没有飞跃。其次，只要沿着这个“连续”改变的路径原路返回，就能从它回到原来的洛伦兹变换，从而取代洛伦兹变换的改变应该是一种“可逆的”的改变。最后，所考察的改变只涉及参照系而不涉及物理过程，因此这种改变应该是一个纯粹的“参照系变换”的改变。

“准洛伦兹变换”满足所有这三个条件。

先考虑“连续性”的条件。

根据定义，恒等变换是一个洛伦兹变换，从而它不能生成准洛伦兹变换群。但我们可以找到一个足够接近恒等变换的非洛伦兹变换，使它生成的准洛伦兹变换群与“洛伦兹变换群”足够接近。在这种意义下，我们说准洛伦兹变换群与洛伦兹变换群是“邻接”的。

回到两个惯性系之间的“洛伦兹变换”问题，如果由于精确度提高导致这两个惯性系被看作“近似的惯性系”，我们可以把这两个近似的惯性系看作两个新的参照系，它们之间的变换是所求的“非洛伦兹变换”。如果这个非洛伦兹变换是准洛伦兹变换，则当从旧的参照系到新的参照系的变换与恒等变换足够接近时，新的参照系之间的变换是与原来的洛伦兹变换足够接近，从而我们所考察的改变（用准洛伦兹变换取代洛伦兹变换的改变）满足“连续性”的条件。

再考虑“可逆性”的条件。

对于一个指定的非洛伦兹变换，它所生成的“准洛伦兹变换群”的元素与“洛伦兹变换群”的元素是一一对应的，而且两个相互对应的元素之积（合成变换）也相互对应。这就是说，每一个“准洛伦兹变换”都有它的前身——某一洛伦兹变换，而且我们所考察的改变正是一个“准洛伦兹变换”取代其前身的改变。因此从改变之后的准洛伦兹变换完全可以找到并返回原来的洛伦兹变换，这时张量形式的物理量重新进入“惯性系”的大门。这种逆转的可能性，表明我们所考察的改变满足“可逆性”的条件。

现在考虑第三个条件。

我们看到，当我们从洛伦兹变换过渡到准洛伦兹变换时，张量形式的物理量从“洛伦兹协变性”过渡到“准洛伦兹协变性”；物理学的规律从惯性系的运动方程过渡到加速系的运动方程。除增加了一项惯性力以外，具有“准洛伦兹协变性”的张量方程与具有“洛伦兹协变性”的张量方程在形式上完全一样。因此，我们所考察的改变只是一个纯粹的“参照系变换”的改变。

但表现爱因斯坦的“广义协变性”的参照系变换则刚好相反，这三个条件它一个也不满足。首先这个变换不是属于表现四维时空的坐标变换的 H 群，而是属于黎曼几何中的参照系变换群，记作“J 群”，其中没有洛伦兹变换。因此我们所考察的改变不可能是连续的；J 群也不与洛伦兹变换群一一对应，因此，这一改变也不可能是可逆的；更糟糕的是，这种改变还和万有引力联系起来，在这种意义下它不是一个纯粹的参照系变换的改变。

“广义协变性”的这些特征都是灾难性的：首先是它导致在加速系中，张量方程变得面目全非，令人望而生畏；其次它导致是惯性力与万有引力缠夹不清，把“惯性力的协变性”这一最简单而又最关键的问题掩盖了，更把引力场论引向深渊；再次，“洛伦兹变换群”甚至不再是 J 群的子群，从而在“广义协变性”的构成中，再也没有一个“洛伦兹协变性”的原子。这一后果的致命性，我们以后再考察。

5. 等效原理与引力场论

我们面临的第三个问题是重建引力场论。

牛顿的万有引力定律与静电学的库伦定律相似，都具有反平方力的形式。库仑定律（真空中的）一方面给出高斯方程

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0},$$

另一方面给出静电力方程

$$\mathbf{f} = \rho\mathbf{E}。$$

此外，静电场的无旋性方程

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0$$

表明可以引进静电势ϕ，使得

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi。$$

于是高斯方程给出静电学的泊松方程

$$\Delta\phi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}。$$

借助于相同的数学步骤，从牛顿的引力定律也可以得出一组形式上完全相同的场方程。人们自然会问，电磁场论中的麦克斯韦方程和洛仑兹力方程能不能应用于引力？

否！从上面的三维矢量方程出发再向前展开时，引力场论与电磁场论在数学形式上将会迥然不同。原因在于："电荷"作为电磁场的"场源"是一个标量，而"质量"作为引力场的"场源"却是一个一阶张量中的分量。

关于电磁场论，物理学史上有极为丰富的实验资料与理论成果，例如，安培环路定律，电磁感应定律以及关于电磁波的理论与应用等等。然而在电磁场论突飞猛进的进程中，引力场论却踏步不前。今天，为了建立堪与电磁场论媲美的引力场论，只能求助于逻辑推理。在这里，我们沿着两条思路进行这种推理。

第一条思路是以张量分析为背景，将引力与电磁力对比。

对于电磁场，电磁力的密度f^{λ}与电荷电流密度J_{μ}的关系是$f^{\lambda} = F^{\lambda\mu}J_{\mu}$，其中$F^{\lambda\mu}$是电磁场的强度，它是一个二阶张量。

根据相对论（指狭义相对论，下同），质量与动量组成一个四维时空的一阶张量（矢量），其密度则组成一个二阶张量 $T^{\mu\nu}$（能量动量密度张量），而质量的密度是 $T^{\mu\nu}$的一个分量。对比电荷的密度是电荷电流密度矢量的一个分量，我们可知引力场张量应该比电磁场张量高一阶，即引力场应该是一个"三阶场"。由此可见：

A. 引力场的强度由一个三阶张量 $L^{\lambda}{}_{\mu\nu}$表示，引力作用于物质的规律表现为引力密度 f^{λ}与能量动量张量 $T^{\mu\nu}$的如下关系

$$f^{\lambda} = L^{\lambda}{}_{\mu\nu}T^{\mu\nu}。$$

另一方面，对于电磁场，电荷电流激发电磁场的规律是$\nabla_{\mu}F^{\lambda\mu} = \mu_0 J^{\lambda}$，因此：

B. 存在普适常量β，使得物质激发引力场的规律表成

$$\nabla_{\lambda}L^{\lambda}{}_{\mu\nu} = \beta T_{\mu\nu}。$$

到此为止，还有一个工作有待完成，那就是给出引力势与引力场之间的关系，它对应于电磁场论中的电磁势A^{λ}与场强$F^{\mu\nu}$的关系$F^{\mu\nu} = \nabla^{\mu}A^{\nu} - \nabla^{\nu}A^{\mu}$。为了完成这一工作，让我们转向另一思路。

一个处于电场中的带电粒子，其行为不仅与当地的电场强度有关，而且还与它自身的"荷质比"有关，但一个处于引力场中的质点，其对应的"荷质比"就是它的引力质量与惯性质量之比，而这个比值却是一个普适常量。从这一事实出发，爱因斯坦提出如下理想实验：如果一个升降机自由下落，则升降机作为一个加速系，其惯性力与重力相互抵消，从而升降机内的观察者处于失重状态。并由此得出了"等效原理"。

从爱因斯坦提出的理想实验可以得出等效原理的如下一般表述："对于任意给定的引力场，存在一个加速系，使得其惯性力场与给定的引力场相互抵消。"

这种表述给出如下结论：任意给定引力场，存在一个的特殊的参照系，其惯性力场与该引力场相互抵消。我称这个特殊的参照系为该引力场的"特征参照系"。这样，等效原理表成：

C. 任意给定引力场$L^{\lambda}{}_{\mu\nu}$，存在一个对应的"特征参照系"ζ，其惯性力场$\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu}$与该引力场相互抵消，即$\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu} = L^{\lambda}{}_{\mu\nu}$，从而对于参照系$\zeta$，引力场中的质点的运动方程为

$$\frac{d^2x^{\lambda}}{d\tau^2} = (L^{\lambda}{}_{\mu\nu} - \Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu})\frac{dx^{\mu}}{d\tau}\frac{dx^{\nu}}{d\tau} = 0。$$

命题 C 可以追溯到如下三个前提：

D. 对于惯性系，一个质点在引力场 $L^{\lambda}{}_{\mu\nu}$中的运动方程为

$$\frac{d^2x^{\lambda}}{d\tau^2} = L^{\lambda}{}_{\mu\nu}\frac{dx^{\mu}}{d\tau}\frac{dx^{\nu}}{d\tau}。$$

E. 引力势是一个二阶张量$\Phi_{\mu\nu}$，它与引力场张量与的关系是

$$L_{\lambda\mu\nu} = \nabla_\mu\Phi_{\nu\lambda} + \nabla_\nu\Phi_{\lambda\mu} - \nabla_\lambda\Phi_{\mu\nu}。$$

F. 如果一个引力场的引力势是 $\Phi_{\mu\nu}$，其特征参照系的度规张量是$g_{\mu\nu}$，则对于该参照系，有

$$\Phi_{\mu\nu} = \frac{1}{2}g_{\mu\nu} + C_{\mu\nu}。$$

命题 D、E 和 F 是命题 C 的充分条件，证明如下：根据命题 D，对于一个惯性力为$\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}$的加速系，一个质点在引力场 $L^\lambda{}_{\mu\nu}$中的运动方程为

$$\frac{d^2x^\lambda}{d\tau^2} = (L^\lambda{}_{\mu\nu} - \Gamma^\lambda{}_{\mu\nu})\frac{dx^\mu}{d\tau}\frac{dx^\nu}{d\tau}。$$

根据命题E，引力势为 $\Phi_{\mu\nu}$ 的引力场张量为

$$L^\lambda{}_{\mu\nu} = g^{\lambda\rho}L_{\lambda\mu\nu} = g^{\lambda\rho}(\nabla_\mu\Phi_{\nu\rho} + \nabla_\nu\Phi_{\rho\mu} - \nabla_\rho\Phi_{\mu\nu})。$$

再根据命题 F 和已知公式

$$\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}g^{\lambda\rho}(\nabla_\mu g_{\nu\rho} + \nabla_\nu g_{\rho\mu} - \nabla_\rho g_{\mu\nu}),$$

又有

$$\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu} = g^{\lambda\rho}(\nabla_\mu\Phi_{\nu\rho} + \nabla_\nu\Phi_{\rho\mu} - \nabla_\rho\Phi_{\mu\nu})。$$

对引力场 $L^\lambda{}_{\mu\nu}$的特征参照系写出上面诸式，立刻得到命题 C。

命题 B 与命题 F 给出：

G. 物质激发引力势的公式是

$$\nabla^\lambda(\nabla_\mu\Phi_{\nu\lambda} + \nabla_\nu\Phi_{\lambda\mu} - \nabla_\lambda\Phi_{\mu\nu}) = \beta T_{\mu\nu}。$$

上面诸命题可以分为两类，命题 A、B、D、E 和 G 对惯性系成立，从而其中的方程对洛伦兹变换保持协变，以这组方程为基本方程，可以展开一个新的引力场论，我们姑且称它为“平直引力论”。而命题 C 和 F 则涉及等效原理、曲线坐标和特征参照系等概念，它们只不过是为建立新的引力大厦而支起的手足架，没有必要保留在已经建成的大厦之中。

平直引力论具有如下特征：第一，等效原理是它的逻辑结论；第二，通过“引力场张量”的概念，它与牛顿引力理论紧密衔接；第三，它的数学结构简单，与自然界的其他场论相比并没有特别迥异之处。

6. 爱因斯坦与广义相对论

在谈到广义相对论时，爱因斯坦说：“这个理论主要吸引人的地方在于逻辑上的完备性。从它推出的许多结论中，只要有一个被证明是错误的，它就必须被抛弃；要对它进行修改而不摧毁其整个结构，那似乎是不可能的。”

言外之意，广义相对论在逻辑上无懈可击，可事实远非如此，广义相对论的逻辑推理处处有问题，下面是几个信手拈来的几个例子。

首先是关于“引力与惯性力不可分辨”的问题。

引力场论的规律有两个方面：一方面是引力作用于物质的规律，另一方面是物质激发引力的规律。当惯性力作用于物质时，其效果与引力一样；但物质激发引力却并不激发惯性力，在这一点上，引力与惯性力截然不同。爱因斯坦固执地把他的“观察者”囚禁在“封闭系统”里，完全不让他知道物质激发引力的情况，诚然，这样的观察者确实不能分辨引力与惯性力。但是怎么可以把这种被囚禁的观察者的认识说成是一条物

理学规律呢？这无异于先颁布一条禁令：观察者只允许在夜色中见到猫，然后再把“一切猫都是灰色的”说成是一条至高无上的自然规律。

难道在物理学领域里，观察者应该永远忍受自己被囚禁吗？只要有一位观察者离开他的囚禁地，看一看外面的世界，对比一下物质激发引力的规律，就可以分辨引力与惯性力了。这样，物理学家们就会认识到引力与惯性力是不同的力；认识到“引力势”与加速系的“度规张量”是不同的张量；认识到引力也像其他的自然力一样，是一部分物质与另一部分物质之间的相互作用，而不是什么几何效应，不会通过坐标系的变化来表现自己。特别是，有了这样的认识，人们也就不会把“特征参照系”称为“洛伦兹坐标系”了。

其次是“在引力场中不可能引进一个‘洛伦兹坐标系’（指不可能引进一个其惯性力与引力场相互抵消的加速系）”的问题。

大家知道：根据黎曼几何，在弯曲时空中不能引进“洛伦兹坐标系”。既然在引力场中也不可能引进一个“洛伦兹坐标系”，引力场就具有黎曼几何的特性。这是爱因斯坦应用黎曼几何来描述引力的重要论据。

那么，怎见得在引力场中不可能引进一个“洛伦兹坐标系”呢？有例为证：地球的重力场在无穷远点为零，而任何惯性力在无穷远点却是有限的，甚至趋向无穷大。因此，没有一个惯性力场能抵消地球的重力场，这就不可能在重力场中引进一个“洛伦兹坐标系”；因此，重力场的空间具有黎曼几何的特性。

这种推理使我想起一句趣话：“例子并不骗人，但骗人的人常举例子。”

当人们提出“任何惯性力在无穷远点是有限的甚至趋向无穷大”的论据时，他们总是以等加速的或旋转的刚性标架为例，但是举这种例子是说明不了问题的。对于相对论，一个四维时空的曲线坐标表示一个“参照系”，一个参照系给出一个惯性力。有谁证明过这种一般意义下的惯性力会有他们所说的那种限制吗？要知道，四维时空的曲线坐标可以任意给定，我们想要什么样的惯性力就能有什么样的惯性力。

或许，“四维时空的曲线坐标可以给出任何惯性力”这一论据还有待数学方面的严格证明，不妨暂时搁置不用。我想不会有人否认爱因斯坦的自由下落的升降机给出了一个有限的时空区域，在这个区域里爱因斯坦自己已经引进一个“洛伦兹坐标系”。因此，即使我们不能在整个四维时空给出一个能抵消引力场的惯性力的分析表达式，总归可以把四维时空分成足够多的（或许是可数个）区域，并为每个区域给出一个恰好与该区域的引力相互抵消的惯性力。这样，我们也就在该引力场中引进了一个“洛伦兹坐标系”（虽然是由碎片组成的），从而该引力场所在的时空也就不再具有黎曼几何的特性。

诚然，即使对每一个引力场都可以引进了一个“洛伦兹坐标系”，爱因斯坦也完全有权采用黎曼几何来描写引力。但如果这样，等效原理与广义相对论就没有逻辑上的关联；刚好相反，只有对逻辑施以暴力，才能从等效原理过渡到广义相对论。

事实上，人们在这里应用了一个循环论证：一方面，因为在引力场中不能引进一个“洛伦兹坐标系”，所以引力场具有黎曼几何的特性；另一方面，因为引力场具有黎曼几何的特性，所以在引力场中不能引进一个“洛伦兹坐标系”。

上面我们一直把惯性力与引力相互抵消的“特征参照系”称为“洛伦兹坐标系”，我们已经知道这一前提其实是错误的，因此人们得出“引力场所在的时空具有黎曼几何的特性”这一命题的推理有双重的错误。

然而，广义相对论最致命的问题还是上面提到过的“广义协变性”。

“洛伦兹协变性”是相对性原理表达式，而相对性原理则是相对论的灵魂。既然在“广义协变性”中连一个“洛伦兹协变性”的原子也没有，我们被迫得出结论：所谓“广义相对论”只剩下相对论的名称，却不再有相对论的灵魂，不论黎曼几何的数学公式多么美丽，不论“弯曲时空”的观念多么神奇，它们都与相对论毫不相干。

因此，从“洛伦兹协变性”过渡到“广义协变性”实在是一次致命的飞跃，这一飞跃不仅“伤筋动骨”，而且还“触及灵魂”。经过这一飞跃，本来意义下的“协变性”不是被“推广”而是被埋葬了。对于相对论，这种“推广”只不过是一次豪华的葬礼而已。

尽管爱因斯坦的广义相对论实际上已经把相对论带进了坟墓，爱因斯坦的声誉却不仅没有因此而丝毫受损，反而达到了他一生的顶峰。为什么会这样呢？历史进程有它的惯性，尽管从 1900 伊始，人们引进的各式各样的“新颖观念”就已经把物理学整得千疮百孔，物理学还是在很长时期内呈现出虚假的繁荣，甚至被公认为自然科学的领袖。但是到了今天，物理学终于从自然科学的领袖蜕化为一门边缘学科，我们是不是该认真反思一下二十世纪物理学的历史呢？

诚然，物理学是一门实验的科学，平直引力论与广义相对论孰优孰劣，终究取决于实验。但有关这方面的讨论，已经超出本文的范围。

7. 结束语

我们看到，在相对论中表现加速系性质的数学公式是四维时空的曲线坐标的运算公式，这些公式与黎曼几何学的公式有些相似，但它们属于两个不同的领域，不容混淆。特别是，惯性力的特征不能通过黎曼几何学来表现。根据“等效原理”，万有引力与惯性力等效，从而也与黎曼几何无关。

为什么爱因斯坦会用黎曼几何的数学工具来表现万有引力呢？这是一个纯粹私人性质的心理学问题。但是，引力理论陷在黎曼几何的泥沼里达整整一个世纪，这就不再是一个心理学问题了。相反，这一事实说明物理学已经完全失去了自我更新的能力，即使是爱因斯坦一时想入非非造成的错误，他的后继者被折磨了一百年也没能纠正过来。

An Examination for Non-inertial Physics Equations

TAN Tianrong
Department of Physics, Qingdao University, Shandong 266071, P. R. China
y-tx@163.com

Abstract: It is pointed in relativity the physics equation of inertial reference system is given by curve coordinates in fore-dimensional time-space instead of Riemannian geometry. Starting from such a premise, the covariant law of inertia force is found; and equivalent principle is reformulated. As a result, a new gravitation field theory is developed; also, some logic holes of general relativity are pointed. [Academia Arena, 2010;2(9):59-68]. (ISSN 1553-992X).

Keywords: curve coordinates; non-inertia reference system; inertia force; Einstein; equivalent principle; gravitational field theory

8/2/2010